

21 世纪普通高等院校规划教材
土木工程类

JIEGOULIXUE
JICHUXUNLIAN500TI

结构力学 基础训练500题

赵明波 主编



西南交通大学出版社
[Http://press.swjtu.edu.cn](http://press.swjtu.edu.cn)

21世纪普通高等院校规划教材——土木工程类

结构力学基础训练500题

赵明波 主编

西南交通大学出版社
· 成 都 ·

图书在版编目 (C I P) 数据

结构力学基础训练 500 题 / 赵明波主编. —成都:
西南交通大学出版社, 2010.2
21 世纪普通高等院校规划教材. 土木工程类
ISBN 978-7-5643-0544-4

I. ①结… II. ①赵… III. ①结构力学—高等学校—
习题 IV. ①0342-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 007700 号

21 世纪普通高等院校规划教材——土木工程类

结构力学基础训练 500 题

赵明波 主编

*

责任编辑 高 平

特邀编辑 唐 飞

封面设计 本格设计

西南交通大学出版社出版发行

(成都市二环路北一段 111 号 邮政编码: 610031 发行部电话: 028-87600564)

<http://press.swjtu.edu.cn>

四川森林印务有限责任公司印刷

*

成品尺寸: 185 mm×260 mm 印张: 13.375

字数: 364 千字 印数: 1—3 000 册

2010 年 2 月第 1 版 2010 年 2 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5643-0544-4

定价: 22.00 元

图书如有印装质量问题 本社负责退换
版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

前言

本书是学习“结构力学”课程的教学辅导用书，主要为配合龙驭球院士、包世华教授主编的《结构力学教程》(I、II) 而编写的。

本书旨在帮助读者掌握“结构力学”的教学基本内容，抓住重点、突出难点；针对各章特点掌握学习方法和解题技巧；在学习理论知识的基础上拓展知识面，提高分析问题、解决问题、综合运用能力。

本书由西南科技大学赵明波副教授主编。全书共分7章，主要内容包括：体系的几何构造分析、静定结构的内力分析、静定结构的位移计算、影响线及其应用、力法、位移法、力矩分配法。每章均包括：内容提要、学习提示、解题指导、基础训练与考研辅导四个部分，其中基础训练与考研辅导又包括判断题、选择题、填空题、计算题等四种题型。

各章例题、习题均精选而成，目的是既要保证对基础知识的理解、掌握，又要保证拓展知识面，掌握解题技巧，提高分析问题、解决问题的能力。

本书既可供各高等院校工程力学、土木、水利等专业的本科生、专科生学习《结构力学》时参考，也可以供成人教育、函授、自学考试等学生学习《结构力学》时参考，同时还可以作为报考相关专业研究生的复习资料，以及相关专业教师的教学参考书。

本书既可与主教程配合使用，也可以作为一本单独的学习资料，供学生及工程技术人员参考。

由于编者水平有限，不足之处在所难免，敬请读者批评指正。

编 者

2010年1月

目 录

第 1 章 体系的几何构造分析	1
1.1 内容提要	1
1.2 学习提示	6
1.3 解题指导	6
1.4 基础训练与考研辅导	10
第 2 章 静定结构的内力分析	17
2.1 内容提要	17
2.2 学习提示	27
2.3 解题指导	28
2.4 基础训练与考研辅导	39
第 3 章 静定结构的位移计算	49
3.1 内容提要	49
3.2 学习提示	52
3.3 解题指导	53
3.4 基础训练与考研辅导	63
第 4 章 影响线及其应用	72
4.1 内容提要	72
4.2 学习提示	77
4.3 解题指导	78
4.4 基础训练与考研辅导	90
第 5 章 力 法	99
5.1 内容提要	99
5.2 学习提示	102
5.3 解题指导	103
5.4 基础训练与考研辅导	114
第 6 章 位移法	125
6.1 内容提要	125
6.2 学习提示	127

6.3 解题指导	128
6.4 基础训练与考研辅导	148
第 7 章 力矩分配法	157
7.1 内容提要	157
7.2 学习提示	160
7.3 例题分析	160
7.4 基础训练与考研辅导	178
习题答案	187
参考文献	208

第 1 章 体系的几何构造分析

1.1 内容提要

一、基本概念

(一) 几何不变体系与几何可变体系

在几何构造分析中不考虑材料的微小应变，将杆件看做刚片，在受到任意荷载的情况下，几何形状和位置固定不变的刚片称为几何不变体系[见图 1.1 (a)]，几何形状和位置可以改变的刚片称为几何可变体系[见图 1.1 (b)]。

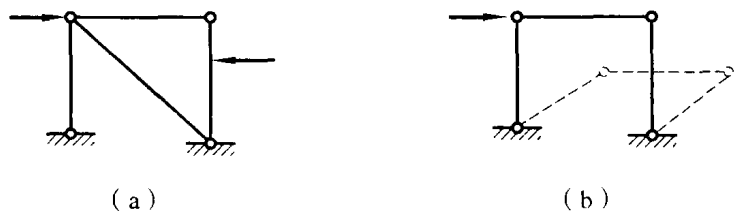


图 1.1

(二) 体系自由度

体系自由度等于体系运动时可以独立改变的坐标参数的数目，也就是完全确定体系的位置所需要的独立坐标数。

如在 xOy 平面上确定一点 A 的位置，需要用两个坐标 (x, y) 或 (r, θ) ，因此一个点在平面内的自由度 $S=2$ [见图 1.2 (a)]，在空间 $S=3$ ；同理，一个刚片在平面内的自由度 $S=3$ [如独立坐标 x, y, θ ，见图 1.2 (b)]，在空间 $S=6$ 。



(a) 平面内一个点有 2 个自由度

(b) 平面内一个刚片有 3 个自由度

图 1.2

(三) 约束、多余约束与必要约束

限制体系运动的装置称为约束（或联系），不能减少体系自由度的约束称为多余约束，能有效减少体系自由度的约束称为必要约束（或非多余约束）。

连接两个刚片的一根单链杆（或支杆）相当于一根约束[见图 1.3 (a)、(b)]，在 n 个铰上分别连接 n 个刚片的复链杆相当于 $2n-3$ 个单链杆[见图 1.3 (c)]。

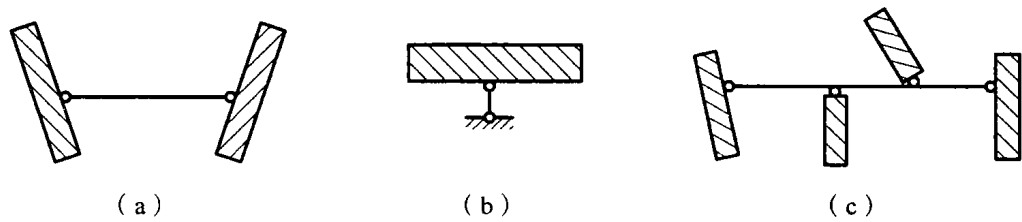


图 1.3

连接两个刚片的简单铰相当于两个约束[见图 1.4 (a)]，连接 n 个刚片的一个复铰相当于 $n-1$ 个简单铰[见图 1.4 (b)]。

连接两个刚片的简单刚结相当于 3 个约束，连接 n 个刚片的复杂刚结相当于 $n-1$ 个简单刚结。一个无铰闭合框内存在一个多余简单刚结，即内部有 3 个多余约束（见图 1.5）。

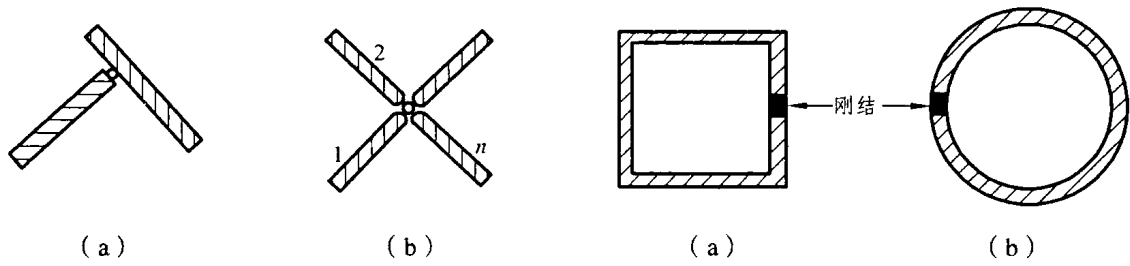


图 1.4

图 1.5

(四) 瞬 铰

两刚片由两根链杆连接，这两根链杆的约束作用等效于链杆交点（或延长线的交点）处一个简单铰的作用（见图 1.6 中的 O 点），这种等效约束称为瞬铰（或虚铰）。

注意：若连接两刚片的两链杆自相串联[见图 1.7 (a)]，或者两链杆的两端分别连接到 3 个刚片上[见图 1.7 (b)]，则链杆交点 A 不是瞬铰。

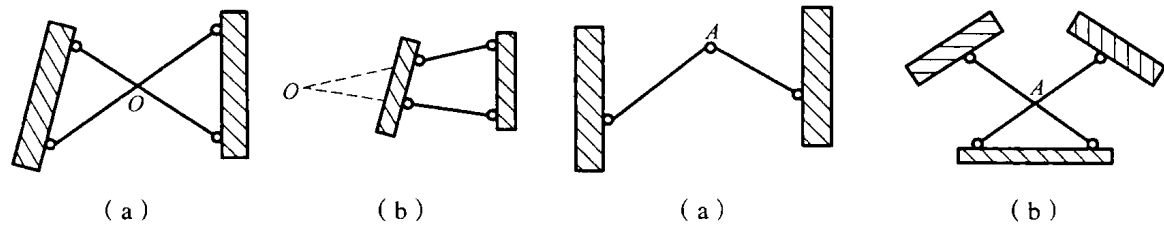


图 1.6

图 1.7

(五) 无穷远瞬铰

若连接两刚片的两根链杆相互平行，则两链杆的约束作用相当于无穷远处的一个瞬铰

(见图 1.8)。

关于 ∞ 点和 ∞ 线有下面几点结论：

(1) 每个方向有一个 ∞ 点（该方向各平行线的交点），不同方向有不同的 ∞ 点。

(2) 所有的 ∞ 点都在一条广义直线上，此广义直线称为 ∞ 线。

(3) 所有的有限点都不在 ∞ 线上。

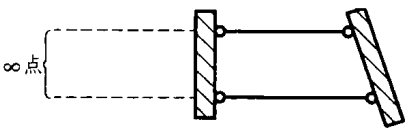


图 1.8

二、平面杆件体系的计算自由度

(一) 体系的实际自由度 S 、计算自由度 W 与多余约束数 n

设全部约束对象自由度总和为 a ，非多余约束数为 c ，全部约束总数为 d ，则有

实际自由度 $S = a - c$

计算自由度 $W = a - d$

多余约束数 $n = d - c = S - W$

因此

$$S \geq W, \quad n \geq 0$$

(二) 平面体系计算自由度的公式

1. 桁架

$$W = 2j - b \tag{1.1}$$

式中 j ——结点数量；
 b ——单链杆数。

2. 刚片系

$$W = 3m - (3g + 2h + b) \tag{1.2}$$

式中 m ——内部无多余约束的刚片数；
 g ——单刚结数（若刚片为图 1.5 所示的闭合框，内部有一刚结约束）；
 h ——单铰数；
 b ——单链杆数。

3. 内部可变量（内部计算自由度） V

$$V = W - 3 \tag{1.3}$$

4. 计算结果分析

若 $W \leq 0$ （或 $V \leq 0$ ），体系（或内部）满足几何不变的必要条件，但不一定几何不变，还应进行几何构造分析，其中若 $W = 0$ ，则 $S = n$ ，当 $n = 0$ ，体系几何不变；当 $n > 0$ ，体系几何可变。若 $W < 0$ ，无论体系是否几何不变，均有多余约束。

若 $W>0$ （或 $V>0$ ），体系（或内部）几何可变。

三、平面几何不变体系组成的基本规律

（一）二元体规律

如图 1.9 (a) 所示，一刚片（刚片 I）与一点（点 A）间用不在同一直线上的两根链杆（ AB 、 AC ）相连，组成无多余约束的几何不变体系。两根链杆在一端铰结，另一端连接一刚片，称为二元体。

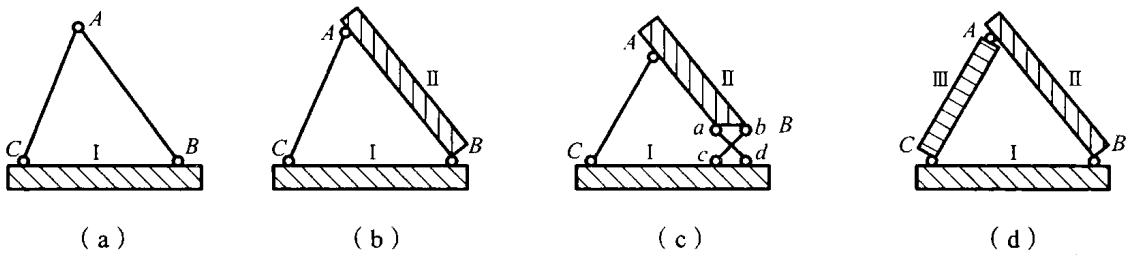


图 1.9

在一个体系上增加或拆除二元体，不改变原体系的几何组成性质。

（二）两刚片规律

(1) 如图 1.9 (b) 所示，两刚片（刚片 I、刚片 II）用一铰（铰 B）和一根不通过此铰的链杆（ AC ）相连，组成无多余约束的几何不变体系。

(2) 如图 1.9 (c) 所示，两刚片（刚片 I、刚片 II）用三根不共点且不相互平行的链杆（ AC 、 ad 、 bc ）相连，组成无多余约束的几何不变体系。其中 B 处的两根链杆（ ad 、 bc ）的约束作用等效于图 1.9 (b) 中的铰 B。

（三）三刚片规律

如图 1.9 (d) 所示，三刚片（刚片 I、刚片 II、刚片 III）用不在同一直线上的三个铰（铰 A、B、C）两两相连，组成无多余约束的几何不变体系。

比较图 1.9 中的四种情形可见：刚性链杆可以用刚片代换，单铰可以用两根链杆代换。这样，四种情形的分析方法便是相通的。

以上三条规律本质相同，可以归结为铰结三角形规律：三个刚片（或链杆）用三个铰（含瞬铰）两两相连，形成铰结三角形；若三个铰（含瞬铰）不在同一直线上，则铰结三角形几何不变，且无多余约束。

注意：三刚片规律中指明三刚片用三铰两两相连，是指三个铰都是单铰，每铰只连两个刚片。如图 1.10 所示的体系也是三刚片用不在同一直线上的三铰相连，但不是两两相连，复铰 A 同时连接三刚片，该体系虽为几何不变，但有多余约束。

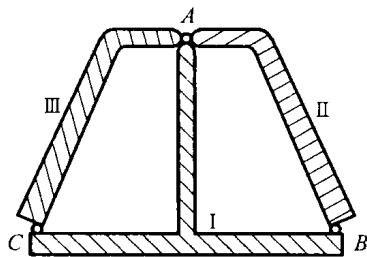


图 1.10

四、瞬变体系

本身是几何可变体系，但在发生微小位移后又变成几何不变体系的体系，称为瞬变体系。基本的瞬变体系有三铰共线[见图 1.11 (a)]、三链杆共点[见图 1.11 (b)]、不等长三链杆平行[见图 1.11 (c)]等。

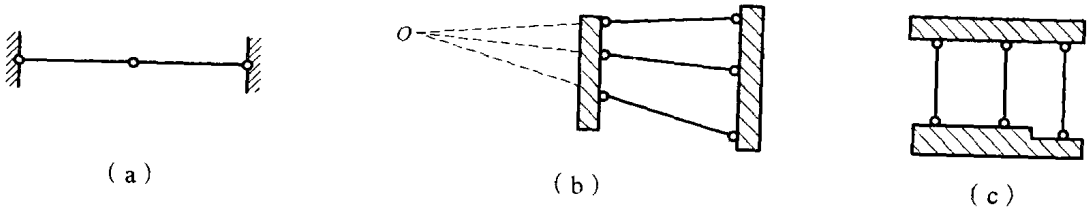


图 1.11

当 $W=0$ 时，瞬变体系在与瞬时相对运动不同方向上必有一个多余约束，而在运动方向上缺少一个约束，故称体系瞬变，有多余约束。

瞬变体系不能作为结构使用。

五、瞬铰在无穷远处时判断三铰共线的条件

以三刚片为约束对象，引入 ∞ 点瞬铰后，三铰在下列情况下必定共线：

- (1) 两个实铰（或有限点瞬铰）的连线与组成 ∞ 点瞬铰的链杆相平行，则三铰共线，体系瞬变。如图 1.12 (a) 所示， A 为实铰， O_1 为有限点处的瞬铰，平行链杆 1、2 等效于 ∞ 点处的瞬铰 O_2 ，连线 O_1A 与链杆 1、2 平行，则 A 、 O_1 、 O_2 三铰共线，体系瞬变。反之，若 O_1A 与链杆 1、2 不平行，则体系几何不变。
- (2) 一个实铰（或有限点瞬铰）和两个相同方向的无穷远瞬铰，则三铰共线。如图 1.12 (b) 所示，链杆 1、2、3、4 互相平行，即 ∞ 点瞬铰 O_1 、 O_2 合为一点，体系瞬变。若组成瞬铰 O_1 、 O_2 的两对平行链杆不全平行，则体系几何不变。

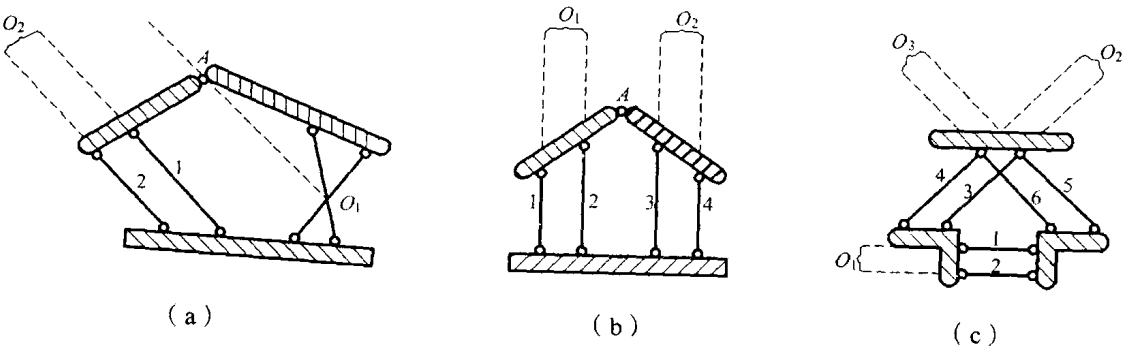


图 1.12

- (3) 三个瞬铰均在无穷远，则三铰共线。如图 1.12 (c) 所示，平行链杆 1、2 组成瞬铰 O_1 ，平行链杆 3、4 组成瞬铰 O_2 ，平行链杆 5、6 组成瞬铰 O_3 ，而三瞬铰在不同方向的 ∞ 点，三铰共 ∞ 线，体系瞬变。

1.2 学习提示

一、学习要求

(1) 重点掌握平面体系几何构造分析的基本规律, 正确、灵活地运用基本规律及分析方法对一般平面体系进行几何构造分析。

(2) 了解体系自由度与计算自由度的意义和区别, 学会计算自由度的计算方法。

二、学习方法提示

(1) 分析常规平面体系几何构造时, 注意抓住问题的核心——三角形规律和它的不同表现形式, 即二元体规律、两刚片规律、三刚片规律; 在引入瞬铰(包含 ∞ 点瞬铰)后又推广到三刚片六链杆体系, 要善于找到它们的内在联系和共同本质。

(2) 分清约束的等效性, 约束效果相同的不同约束可互相替换; 注意灵活运用等效约束, 特别是瞬铰的正确运用, 同时注意约束对象的正确选择, 使对象之间的约束成为有效约束。

(3) 计算自由度 $W > 0$, 体系一定可变, 不必作构造分析; $W \leq 0$, 只是满足了几何不变的必要条件, 是否几何不变, 还应作构造分析。因此, 计算 W 的数值只是一个辅助手段。在求 W 时, 应将内部有多余约束的刚片变为无多余约束刚片, 将复约束换算成单约束。

(4) 在对体系进行几何构造分析时, 不需考虑材料的微应变, 因而假定杆件为刚性杆; 但在分析体系是否为瞬变体系时, 又要考虑材料的微应变。研究静定结构内力时, 不计材料的微应变; 但研究结构位移和超静定结构内力, 以及结构振动和稳定问题时, 又必须考虑材料的微应变。

1.3 解题指导

一、几何构造分析的解题方法

(一) 寻找构造单元

对体系进行几何构造分析时, 首先寻找体系中几何不变的局部——构造单元, 由构造单元逐步扩展组装成整体。组装顺序可分为两种:

(1) 从地基开始组成第一个构造单元, 在此基础上按构造规律逐步组装成整体。

(2) 从体系内部开始先组成第一个(或两个以上)构造单元, 将它们看做一大刚片, 再利用构造规律组成整体。当体系与地基的连接只有三根不共点的支杆时, 一般都可以先分析内部。

当用以上两种方法都难以找到构造单元时, 就应将地基也作为一个大刚片进行整体分析。

(二) 利用约束等效代换简化体系

(1) 复杂形状（曲杆、折杆）的链杆可用直杆代替，如图 1.13 (a)、(b) 所示；图 1.13 (c) 所示桁架几何不变，如果通过 A 、 B 两铰约束其他物体，其约束作用相当于直链杆 AB 。

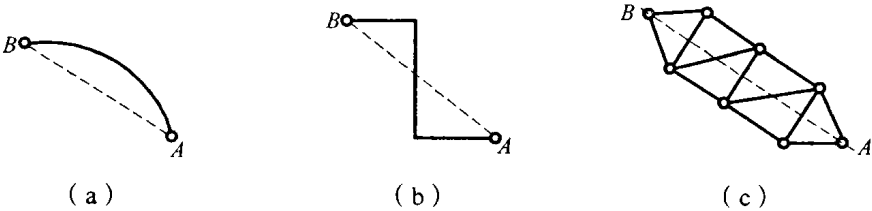


图 1.13

(2) 连接两刚片的两根链杆，等效于它们交点处的瞬铰，如图 1.9 (c) 所示。

(3) 用等效的多个单约束代替一个复约束，如用单链杆代替复链杆。

如图 1.14 (a) 所示，复链杆通过铰 A 、 B 、 C 分别约束三个刚片，它等效于三个单链杆 AB 、 BC 、 AC [见图 1.14 (b)]。

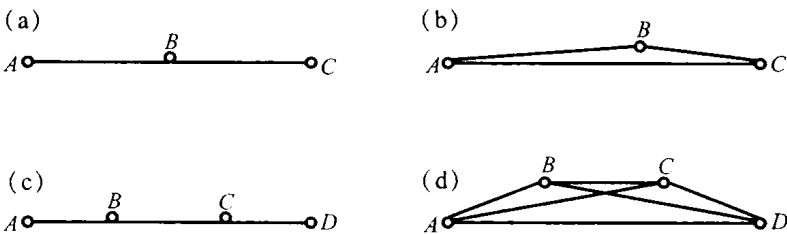


图 1.14

注意：此时 A 、 B 、 C 三铰不共线；同理，连接 4 个结点的复链杆，等效于 5 根单链杆，且 5 根单链杆中任意两根均不共线，如图 1.14 (c)、(d) 所示。

(三) 去除二元体

采取与装配顺序相反的拆卸方法去除二元体。体系中如有不共线的两链杆（包括等效的直链杆）连一铰结点于主体，则此局部称为二元体，如图 1.15 (a) 中的 bcf 、 $dabf$ 。可以依次去除二元体 bcf 、 $dabf$ ，直到无二元体可以去除时，分析剩余部分[见图 1.15 (b)]，如果剩余部分为几何不变，则原体系仍为几何不变，反之亦然。

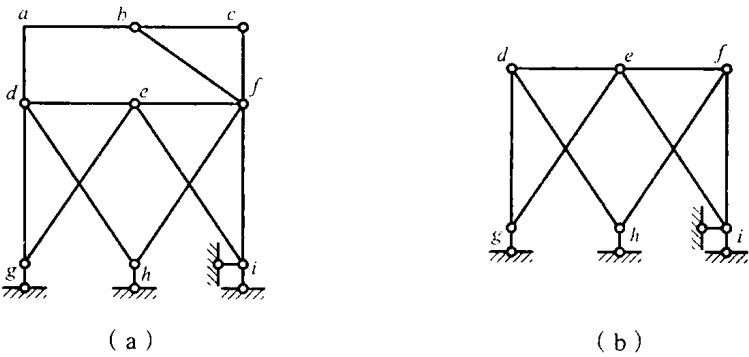


图 1.15

在几何构造的分析过程中，一般需要声明体系是否有多余约束。

二、例题分析

【例 1.1】 试对如图 1.16 所示的桁架结构作几何构造分析。

解：方法（一）增加二元体：

如图所示，可将地基视为刚片 I，链杆 fg 视为刚片 II，链杆 fh 视为刚片 III，三刚片用不在同一直线上的三铰 g （支座 g 处的链杆构成的虚铰）、 h （支座 h 处的链杆构成的虚铰）、 f （实铰）相连，构成几何不变体系，依次增加二元体 gdf （以链杆 gd 、 df 以及铰 d 构成二元体 gdf ，下同）、 hef 、 dbe 、 dab 、 bce ，因此原体系几何不变，且无多余约束。

方法（二）减去二元体：

与方法（一）的组装顺序相反，依次减去二元体 bce 、 dab 、 dbe 、 hef 、 gdf 、 gfh ，最后只剩下地基，因此原体系几何不变，且无多余约束。

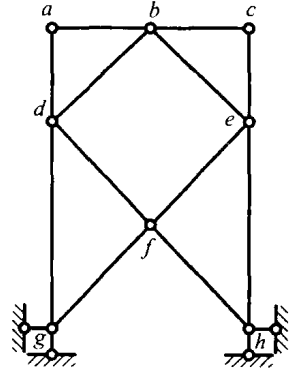


图 1.16

【例 1.2】 试对如图 1.17 所示的结构作几何构造分析。

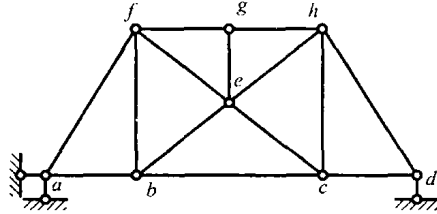


图 1.17

解：分析支座以上的部分。

$\triangle abf$ 几何不变，依次增加二元体 bef 、 fge 、 bce 、 ghe 、 hdc ， ch 杆多余，因此，原体系为有一个多余约束的几何不变体系。

【例 1.3】 试对如图 1.18 所示的结构作几何构造分析。

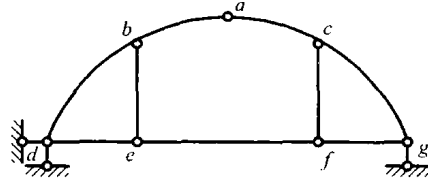


图 1.18

解：分析支座以上的部分。

链杆 de 、 be 、曲杆 dba 构成的体系 $abed$ ，几何不变（通过不在同一直线上的三铰 d 、 b 、 e 相连），视为刚片 I；同理 $acfg$ 几何不变，视为刚片 II；链杆 ef 视为刚片 III，刚片 I、II、III 通过不在同一直线上的三铰 a 、 e 、 f 相连，几何不变，因此原结构几何不变且无多余约束。

【例 1.4】 试对如图 1.19 所示的桁架结构作几何构造分析。

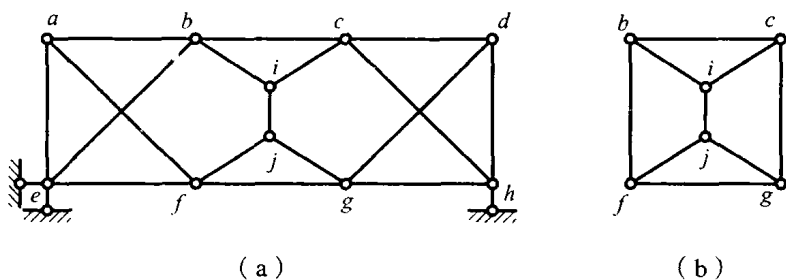


图 1.19

解：分析支座以上的部分，采用杆件代换的方式。

$\triangle aef$ 几何不变，增加二元体 abe ，仍然几何不变，因此可以用图 1.19 (b) 所示的虚拟杆件 bf 代替；同理几何不变体系 $cdhg$ 可以用虚拟杆件 cg 代替；因此，对原图 1.19 (a) 所示结构作几何构造分析等价于对图 1.19 (b) 所示结构作几何构造分析。

在图 1.19 (b) 所示结构中，将 $\triangle bic$ 、 $\triangle ffg$ 分别视为刚片 I、II，则两刚片通过平行且不等长的三根链杆 bf 、 ij 、 cg 相连，几何瞬变。

因此，原体系几何瞬变，且无多余约束。

【例 1.5】 试对如图 1.20 (a) 所示的桁架结构作几何构造分析。

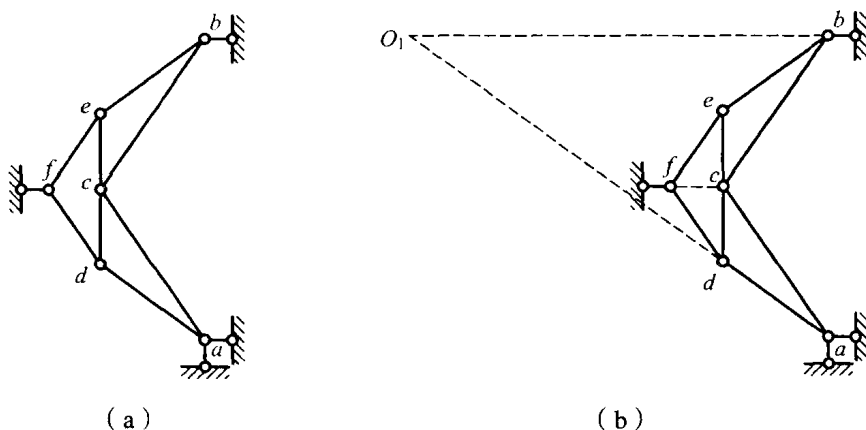


图 1.20

解：与基础相连接的杆件有四根（铰 a 、 b 、 f 处），因此须将基础当成一个整体，视为刚片 I；将 $\triangle bce$ 视为刚片 II；链杆 df 视为刚片 III。

刚片 II、III 由链杆 cd 、 ef 构成的虚铰 e 相连；刚片 I、III 由链杆 ac 与 f 处的支座链杆构成的虚铰 c 相连；刚片 I、II 由链杆 ad 与 b 处的支座链杆构成的虚铰 O_1 相连；三刚片 I、II、III 通过不在同一直线上的三铰 c 、 e 、 O_1 相连[见图 1.20 (b)]，几何不变。

因此，原结构几何不变且无多余约束。

【例 1.6】 试对如图 1.21 所示的桁架结构作几何构造分析。

解： $bdki$ 为几何不变体系，增加二元体 kjf ，依然几何不变，多余链杆 ij ，因此 $bdkjifd$ 为具有一个多余约束的几何不变体系，视为刚片 I；同理 $acghiec$ 视为刚片 II，基础视为刚片 III。

刚片 I、II 通过实铰 i 相连，刚片 I、III 通过铰 k 与铰 b 处的链杆构成的虚铰 k 相连；

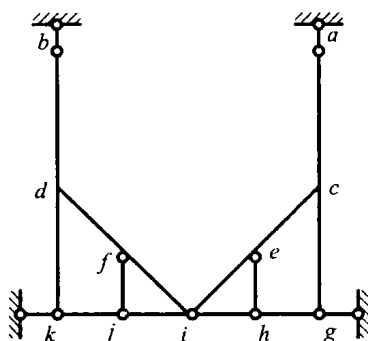


图 1.21

刚片Ⅱ、Ⅲ通过铰 g 与铰 a 处的链杆构成的虚铰 g 相连；三铰 k 、 i 、 g 在同一直线上，几何瞬变。

因此，原体系为具有两个多余约束的几何瞬变体系。

1.4 基础训练与考研辅导

一、判断题

1. () 有多余约束的体系一定是几何不变体系。
2. () 几何可变体系在任何荷载作用下都不能平衡。
3. () 三个刚片由三个铰相连的体系一定是静定结构。
4. () 有多余约束的体系一定是超静定结构。
5. () 有些体系为几何可变体系，但却有多余约束存在。
6. () 平面几何不变体系的三个基本组成规则是可以相互沟通的。
7. () 两刚片或三刚片组成几何不变体系的规则中，不仅指明了必需的约束数目，而且指明了这些约束必须满足的条件。
8. () 在任意荷载下，仅用静力平衡方程即可确定全部支座反力和内力的体系是几何不变体系。
9. () 几何瞬变体系产生的运动非常微小并很快就转变成几何不变体系，因而可以用做工程结构。
10. () 几何瞬变体系的计算自由度一定等于零。
11. () 几何不变体系的计算自由度一定等于零。
12. () 若体系计算自由度 $W < 0$ ，则它一定是几何可变体系。
13. () 三刚片由三个单铰或任意六根链杆两两相连，体系必为几何不变。
14. () 两刚片用汇交于一点的三根链杆相连，可组成几何不变体系。
15. () 计算自由度 $W \leq 0$ 是体系几何不变的充要条件。

二、选择题

1. 三个刚片用三个铰两两相互连接而成的体系为_____。
 - A. 几何不变体系
 - B. 几何常变体系
 - C. 几何瞬变体系
 - D. 几何不变体系、几何常变体系或几何瞬变体系
2. 两个刚片用三根链杆连接而成的体系为_____。
 - A. 几何常变体系
 - B. 几何不变体系
 - C. 几何瞬变体系
 - D. 几何不变体系、几何常变体系或几何瞬变体系
3. 连接三个刚片的铰结点, 相当的约束个数为_____个。
 - A. 2
 - B. 3
 - C. 4
 - D. 5
4. 作为结构的体系应是_____。
 - A. 几何不变体系
 - B. 几何可变体系
 - C. 几何瞬变体系
 - D. 几何不变体系或几何瞬变体系
5. 图 1.22 所示体系的几何构造为_____。
 - A. 几何不变体系, 无多余约束
 - B. 几何不变体系, 有多余约束
 - C. 几何常变体系
 - D. 几何瞬变体系
6. 图 1.23 所示体系的几何构造为_____。
 - A. 几何不变体系, 无多余约束
 - B. 几何不变体系, 有多余约束
 - C. 几何瞬变体系
 - D. 几何常变体系

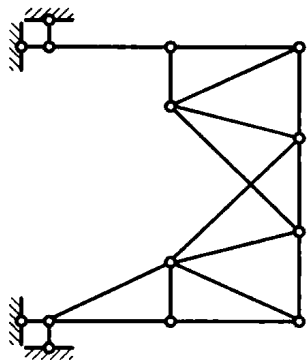


图 1.22

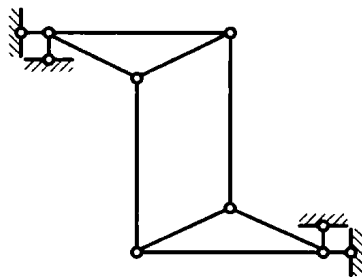


图 1.23

- [illegible]