

QQ教辅

QQJIAOFU

根据新课标编写 适合各种版本教材

(修订版)



一本全[®]

新
课标

主编：李永哲

解题方法

高中数学

一册在手◆胜券在握

选修
1-1

延边大学出版社

QQ教辅

QQJIAOFU

(修订版)

根据新课标编写 适合各种版本教材



一本全

新

课标

解题方法

主 编：李永哲

本册主编：徐丽瑗

编 委：王春花

兰俊义

张 伟

宋庆臣

刘德广

毕淑玲

杨秀杰

徐 嵘

李玉珍

高 琨

刘洪忠

郑明琴

王雪晶

赵传娟

张 欣

郭泗强

选修

1-1

延边大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

新课标解题方法·高中数学(选修1-1)/李永哲主编.
—延吉:延边大学出版社,2008.5

ISBN 978-7-5634-2442-9

I. 新… II. 李… III. 数学课—高中—解题 IV. G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第027929号

新课标解题方法·高中数学(选修1-1)

主编:李永哲

责任编辑:秀 豪

出版发行:延边大学出版社

社址:吉林省延吉市公园路977号 邮编:133002

网址:<http://www.ydcbs.com>

E-mail: ydcbs@ydcbs.com

电话:0433-2732435 传真:0433-2732434

发行部电话:0433-2133001 传真:0433-2733266

印刷:大厂回族自治县兴源印刷厂

开本:880×1230 1/32

印张:57.125 字数:1074千字

印数:1—13000

版次:2010年4月第2版

印次:2010年4月第1次印刷

ISBN 978-7-5634-2442-9

定价:93.00元(共5册)



前言

《高中数学解题方法》是按照《新课标》体系编写出的一套解题方法丛书。这套丛书重视对数学思想方法的考查,在解答过程中都蕴含着重要的数学思维方式及解题技巧,教给学生解决问题的方法和技巧。

知识是基础,思想是深化,方法是手段。提高学生对数学思想方法的认识和应用,综合提高学生的数学解题能力是本书的宗旨。

本书的作者都是具有多年教学经验的一线特、高级教师,通过对具有代表性的例题、习题,以及历年来高考中出现的经典试题,进行全面细致的分析和讲解,帮助学生探索解题规律,掌握解题技巧,提高解题能力。

下面介绍本书各栏目及其特点:

一、知识梳理

通过对考点的分析、解读,使学生掌握学习重点,明确学习目标,做到有的放矢,力求使学生通过学习和思考逐步提高独立解题的能力,使解题更加迅速、准确。

二、经典及拓展例题详解

通过对经典例题的分析,帮助学生理解高中数学常用的解题方法(如:换元法、参数法、分析法、数形结合法等),认识和构建数学知识间的联系;通过对经典例题的点评,帮助学生找准解数学题的关键,避免思维误区,让学生亲身体验数学解题、发展、深化的过程,并学会建立数学模型的全过程,追求用最短的时间、最有效的方法来迅速提高学生分析问题和解决问题的能力;遵循举一反三、一通百通的原则,注重解题思路、方法、技巧的培养,更好地领悟、归纳、概括和运用所学知识,激发学生主动学习、主动探讨、主动解题、学中求乐的积极性。





三、经典及拓展题训练

习题的编选由浅入深,涵盖内容广泛,题量充足,题型新颖、灵活、开放,体现了方法与能力训练的完美结合,使学生边学边练,夯实基础,获得能力,轻松迎考.此外,书中精选近几年各地高考真题,并分析命题思想.

由于编者水平所限,编写过程中疏漏之处在所难免,敬请广大读者批评指正,以期在今后的修订中进一步完善提高.

前

言

前言





目 录

目

录

目
录

目
录

第一章 常用逻辑用语

1.1 命题及其关系	2
1.1.1 命 题	2
1.1.2 四种命题	10
1.1.3 四种命题的相互关系	16
1.2 充分条件与必要条件	20
1.3 简单的逻辑联结词	35
1.4 全称量词与存在量词	48
1.4.1 全称量词	48
1.4.2 存在量词	56
1.4.3 含有一个量词的命题的否定	63

第二章 圆锥曲线与方程

2.1 曲线与方程	70
2.2 椭圆	85
2.2.1 椭圆及其标准方程	85
2.2.2 椭圆的简单几何性质	105
2.3 双曲线	130
2.3.1 双曲线及其标准方程	130
2.3.2 双曲线的简单几何性质	147
2.4 抛物线及其标准方程	177
2.4.1 抛物线及其标准方程	177
2.4.2 抛物线的简单几何性质	188
2.5 圆锥曲线的综合应用	212





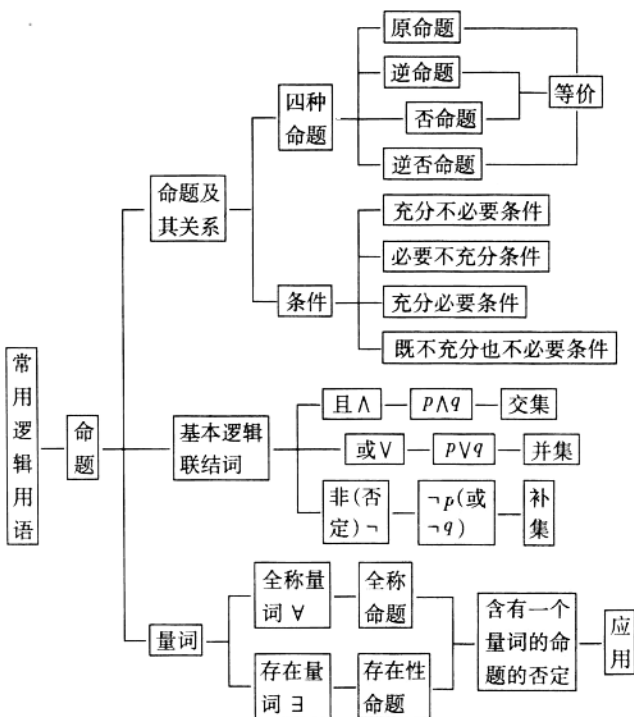
第三章 导数及其应用

3.1 变化率与导数	243
3.1.1 变化率问题	243
3.1.2 导数的概念	247
3.1.3 导数的几何意义	255
3.2 导数的计算	266
3.2.1 几个常见函数的导数	266
3.2.2 基本初等函数的导数公式及导数的运算法则	269
3.3 导数在研究函数中的应用	282
3.3.1 函数的单调性与导数	282
3.3.2 函数的极值与导数	296
3.3.3 函数的最大(小)值与导数	313
3.4 生活中的优化问题举例	324



第一章 常用逻辑用语

一、本章知识结构



**二、本章内容和课程学习目标**

1. 理解四种命题的概念,掌握四种命题的形式的表示;理解四种命题的关系,并能利用这个关系判断命题的真假;理解四种命题之间的相互关系,能由原命题写出其他三种形式;理解一个命题的真假与其他三个命题真假间的关系. 通过对四种命题之间关系的学习,培养逻辑推理能力,通过对四种命题的存在性和相对性的认识,进行辩证唯物主义观点教育.

2. 正确理解充分条件、必要条件和充要条件的概念,通过正确判断是充分条件、必要条件还是充要条件,培养学生的逻辑思维能力及归纳总结能力,通过充要条件的学习,培养学生等价转化的思想.

3. 通过数学实例,理解逻辑联结词“或”“且”“非”的含义,了解含有“或”“且”“非”复合命题的概念及其构成形式,能用逻辑联结词和简单命题构成不同形式的复合命题,能识别复合命题中所用的逻辑联结词及其联结的简单命题,会用真值表判断相应的复合命题的真假,通过逻辑联结词的学习,培养观察、推理、归纳推理的思维能力.

4. 通过生活和数学中的丰富实例,理解全称量词与存在量词的意义,能正确地对含有一个量词的命题进行否定.

5. 通过本章的学习,体会逻辑用语在表述和论证中的作用,逐步形成自觉利用逻辑知识对一些知识以及一些命题之间的逻辑关系进行分析和推理的意识,使我们对问题的表述更准确、贴切,增强学习数学、运用数学的信心和能力.

1.1 命题及其关系**1.1.1 命 题****一、知识梳理****1. 命题**

我们把用语言、符号或式子表达的,可以判断真假的陈述句叫做命题,其中判断为真的语句叫做真命题,判断为假的语句叫做假命题.

2. 命题的结构

在数学中,具有“若 p 则 q ”这种形式的命题是常见的. 我们把这种形式的命题中的 p 叫做命题的条件, q 叫做命题的结论.

数学中有一些命题虽然表面上不是“若 p ,则 q ”的形式,但是把它的表述作适



当改变,也可以写成“若 p ,则 q ”的形式.

二、经典及拓展例题详解

例1 判断下列语句是否是命题,若是,判断其真假,并说明理由.

- (1) 矩形难道不是平行四边形吗?
- (2) 垂直同一条直线的两条直线必平行吗?
- (3) 一个正数不是合数就是质数.
- (4) 大角所对的边大于小角所对的边.
- (5) $x+y$ 是有理数,则 x, y 也都是有理数.
- (6) 求证 $x \in \mathbf{R}$, 方程 $x^2 + x + 1 = 0$ 无实根.

分析

根据命题的定义进行判断.

解: (1) 通过反问句,对矩形是平行四边形作出判断,是真命题.

(2) 疑问句,没有对垂直于同一条直线的两条直线平行作出判断,不是命题.

(3) 是假命题,正整数 1 不是合数也不是质数.

(4) 是假命题,必须在同一个三角形或全等三角形中.

(5) 是假命题,如 $x = \sqrt{2}, y = -\sqrt{2}$.

(6) 祈使句,不是命题.

点评: 判断一个语句是不是命题,关键在于能否判断其真假,一般地,陈述句“ π 是无理数”,反问句“难道两条对角线互相平分的四边形不是平行四边形吗?”都叫命题,而祈使句“求证 $\sqrt{3}$ 是无理数”,疑问句“ π 是无理数吗?”,感叹句“向抗洪的英雄致敬!”就不是命题.

例2 指出下列命题的条件 p 和结论 q :

(1) 若整数 a 能被 2 整除,则 a 是偶数,条件 p 为 _____; 结论 q 为 _____.

(2) 若四边形是菱形,则它的对角线互相垂直且平分. 条件 p 为 _____; 结论 q 为 _____.

解: (1) 条件 p 为整数 a 能被 2 整除; 结论 q 为 a 是偶数.

(2) 条件 p 为四边形是菱形; 结论 q 为它的对角线互相垂直且平分.

点评: 要学会区分条件 p 和结论 q , 数学中有一些命题虽然表面上不是“若 q , 则 q ”的形式,例如“垂直于同一条直线的两个平面平行”,但是把它形式作适当改变,就可以写成“若 p , 则 q ”的形式:“若两个平面垂直于同一条直线,则这两个平面平行.”这样,它的条件和结论就很清楚了.



例3 下列哪些命题具有“若 p 则 q ”的形式?

- (1) $\sqrt{2}$ 是无理数;
- (2) 凡直角皆相等;
- (3) 末位数字是0的多位数是5的倍数;
- (4) 有三边对应相等的两个三角形全等.

分析

在上述命题中,(2)可以写成“若两个角都是直角,则这两个角相等”;(3)可以写成“若一个多位数的末位数字是0,则这个多位数是5的倍数”;(4)可以写成“若两个三角形的三边对应相等,则这两个三角形全等,因此它们都具有‘若 p 则 q ’的形式”.而(1)则不具有“若 p 则 q ”的形式.

答案:命题(2)(3)(4)具有“若 p 则 q ”的形式.

点评:有人把“ $\sqrt{2}$ 是无理数”写成“若一个数是 $\sqrt{2}$,则这个数为无理数”,然后认为它具有“若 p 则 q ”的形式,这是没有道理的,首先,“ $\sqrt{2}$ 是无理数”是一个简单的命题,简单命题反映的是某概念是否具有某性质或某些概念之间是否具有某关系,它是变项的概念.“若 p 则 q ”是会促使另一事物的发生与存在,它的变项是命题,它们的逻辑结构是不相同的.其次,把一个简单命题理性看成“若 p 则 q ”的形式,这也不符合人们的思维习惯.例如把“鲁迅是文学家”理解成“如果一个人是鲁迅,那么这个人就是文学家”,或者理解成“如果鲁迅是一个人,那么鲁迅是文学家”,这不仅可笑,而是没有必要.

例4 把下列命题改写成“若 p 则 q ”的形式,并判断命题的真假.

- (1) $ac > bc \Rightarrow a > b$;
- (2) 已知 x, y 为正整数,当 $y = x + 1$ 时, $y = 3, x = 2$;
- (3) 当 $m > \frac{1}{4}$ 时, $mx^2 - x + 1 = 0$,无实根;
- (4) 当 $abc = 0$ 时, $a = 0$ 或 $b = 0$ 或 $c = 0$;
- (5) 当 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 时, $x = 3$,或 $x = -1$.

分析

找准命题的条件和结论,是解这类题目的关键.

解:(1) 若 $ac > bc$,则 $a > b$;假命题.

(2) 已知 x, y 为正整数,若 $y = x + 1$,则 $y = 3$,且 $x = 2$;假命题.



(3) 若 $m > \frac{1}{4}$, 则 $mx^2 - x + 1 = 0$ 无实根; 真命题.

(4) 若 $abc = 0$, 则 $a = 0$ 或 $b = 0$ 或 $c = 0$; 真命题.

(5) 若 $x^2 - 2x - 3 = 0$, 则 $x = 3$ 或 $x = -1$; 真命题.

点评: 改写时, 一定要注意找出命题的条件和结论, 同时要注意所叙述的条件和结论的完整性.

在(2)中, “已知 x, y 为正整数”是大前提, 不能把它写在条件中, 应当写在前面, 仍然作为命题的大前提.

例 5 已知三个不等式: $ab > 0, bc - ad > 0, \frac{c}{a} - \frac{d}{b} > 0$ (其中 a, b, c, d 均为实数). 用其中两个不等式作为条件, 余下的一个不等式作为结论组成一个命题, 可组成正确的命题的个数是 ()

A. 0 个

B. 1 个

C. 2 个

D. 3 个

分析

分别写出这三个命题, 再判断真假.

解: 易知由 $ab > 0, bc - ad > 0 \Rightarrow \frac{c}{a} - \frac{d}{b} > 0; ab > 0, \frac{c}{a} - \frac{d}{b} > 0 \Rightarrow bc - ad > 0;$

$bc - ad > 0, \frac{c}{a} - \frac{d}{b} > 0 \Rightarrow ab > 0$. 可组成正确命题个数是 3 个, 选 D.

答案: D

点评: 类似这样的问题, 首先写出全部的命题, 再判断真假.

三、经典及拓展题训练

A 组

一、选择题

1. 下列语句中是命题的题号为 ()

- ①空集是任何集合的子集; ②若整数 a 是素数, 则 a 是奇数; ③指数函数是增函数吗? ④若平面上两条直线不相交, 则它们平行; ⑤ $\sqrt{(-2)^2} = -2$; ⑥ $x > 15$.

A. ①②⑥

B. ①②④

C. ①④⑤

D. ①②④⑤

2. 在下列 4 个命题中, 是真命题的序号为 ()

- ① $3 \geq 3$; ② 100 或 50 是 10 的倍数; ③ 有两个角是锐角的三角形是锐角三角形; ④ 等腰三角形至少有两个内角相等.

A. ①

B. ①②

C. ①②③

D. ①②④



3. 在下列 6 个命题中,真命题和假命题的个数分别为 ()

- ①若直线 $a \parallel b$, 则直线 a 和直线 b 无公共点; ② $2+4=7$; ③垂直于同一条直线的两条直线平行; ④若 $x^2=1$, 则 $x=1$; ⑤两个全等的三角形面积相等; ⑥3 能被 2 整除.

A. 1, 5 B. 2, 4 C. 3, 3 D. 4, 2

4. 已知命题: ①若 $ac=bc$, 则 $a=b$; ②若 $a>b$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$; ③若 $x-2=0$, 则 $x-2 \leq 0$; ④若 $p>0$, 则 $p^2 > p$. 其中真命题的个数是 ()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

5. (2009 · 江西 · 文) 下列命题是真命题的是 ()

- A. 若 $\frac{1}{x} = \frac{1}{y}$, 则 $x=y$ B. 若 $x^2=1$, 则 $x=1$
C. 若 $x=y$, 则 $\sqrt{x}=\sqrt{y}$ D. 若 $x<y$, 则 $x^2 < y^2$

6. (2006 · 辽宁) 给出下列四个命题:

- ①垂直于同一直线的两条直线互相平行;
②垂直于同一平面的两个平面互相平行;
③若直线 l_1, l_2 与同一平面所成的角相等, 则 l_1, l_2 互相平行;
④若直线 l_1, l_2 是异面直线, 则与 l_1, l_2 都相交的两条直线是异面直线.
其中假命题的个数是 ()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

7. (2006 · 湖北) 关于直线 m, n 与平面 α, β 有下列四个命题:

- ①若 $m \parallel \alpha, n \parallel \beta$ 且 $\alpha \parallel \beta$, 则 $m \parallel n$; ②若 $m \perp \alpha, n \perp \beta$ 且 $\alpha \perp \beta$, 则 $m \perp n$;
③若 $m \perp \alpha, n \parallel \beta$ 且 $\alpha \parallel \beta$, 则 $m \perp n$; ④若 $m \parallel \alpha, n \perp \beta$ 且 $\alpha \perp \beta$, 则 $m \parallel n$.
其中真命题的序号是 ()

A. ①② B. ③④ C. ①④ D. ②③

8. (2006 · 山东) 给出以下四个命题:

- ①如果一条直线和一个平面平行, 经过这条直线的平面和这个平面相交, 那么这条直线和交线平行;
②如果一条直线和一个平面内的两条相交直线都垂直, 那么这条直线垂直于这个平面;
③如果两条直线都平行于一个平面, 那么这两条直线相互平行;
④如果一个平面经过另一个平面的一条垂线, 那么这两个平面相互垂直.
其中真命题的个数是 ()

A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

二、填空题

1. 判断下列各命题的真假, “真”填“T”, “假”填“F”:



- ①矩形的对角线互相平分 () ;
 ②0 是最小的自然数 () ;
 ③0 既不是奇数,也不是偶数 () ;
 ④三角形内角和等于 180° () .

2. 将下列命题改写成“若 p 则 q ”的形式,并判断真假:

- (1) 面积相等的两个三角形全等. _____ ;
 (2) 负数的立方是负数. _____ ;
 (3) 平行线没有交点. _____ .

3. 把下面不完整的命题补充完整,并使之成为真命题.

若函数 $f(x) = 3 + \log_2 x$ 的图象与 $g(x)$ 的图象关于 _____ 对称,则函数 $g(x) =$ _____. (注:填上你认为可以成为真命题的一种情形即可,不必考虑所有可能的情形)

4. 下面是关于三棱锥的四个命题:

- ①底面是等边三角形,侧面与底面所成的二面角都相等的三棱锥是正三棱锥;
 ②底面是等边三角形,侧面都是等腰三角形的三棱锥是正三棱锥;
 ③底面是等边三角形,侧面的面积都相等的三棱锥是正三棱锥;
 ④侧棱与底面所成的角都相等,且侧面与底面所成的二面角都相等的三棱锥是正三棱锥.

其中,真命题的序号是 _____. (写出所有真命题的序号)

三、解答题

把下列命题改写成“若 p 则 q ”的形式:

- ①对顶角相等;
 ②平行四边形的对角线相交于一点且互相平分;
 ③偶数能被 2 整除;
 ④二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$,若判别式 $\Delta > 0$,则方程有两个不相等的实数根.

B 组

1. 对于直线 m, n 和平面 α ,下面命题中,真命题是 ()

- A. 如果 $m \subset \alpha, n \not\subset \alpha, m, n$ 是异面直线,那么 $n \parallel \alpha$
 B. 如果 $m \subset \alpha, n \not\subset \alpha, m, n$ 是异面直线,那么 n 与 α 相交
 C. 如果 $m \subset \alpha, n \parallel \alpha, m, n$ 共面,那么 $m \parallel n$
 D. 如果 $m \parallel \alpha, n \parallel \alpha, m, n$ 共面,那么 $m \parallel n$

2. (2006 · 山东)下列三个命题中,真命题的序号有 _____ (写出所有真命题的序号).



①将函数 $y = |x+1|$ 的图象按向量 $\nu = (-1, 0)$ 平移,得到的图象对应的函数表达式为 $y = |x|$.

②圆 $x^2 + y^2 + 4x + 2y + 1 = 0$ 与直线 $y = \frac{1}{2}x$ 相交,所得弦长为 2.

③若 $\sin(\alpha + \beta) = \frac{1}{2}$, $\sin(\alpha - \beta) = \frac{1}{3}$, 则 $\tan\alpha \cot\beta = 5$.

3. 设 A, B 为两个集合, 下列四个命题: ① $A \subseteq B \Leftrightarrow$ 对任意 $x \in A$, 有 $x \in B$; ② $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$; ③ $A \subseteq B \Leftrightarrow A \supseteq B$; ④ $A \subseteq B \Leftrightarrow$ 存在 $x \in A$, 使得 $x \notin B$. 其中真命题的序号是 _____ . (把符合要求的命题的序号都填上)

参考答案

► A 组

一、选择题

1. D 解析: 对命题概念的理解; 一般地, 我们把用语言、符号或式子表达的, 可以判断真假的陈述句叫做命题. 判断命题的两个基本条件: 必须是一个陈述句; 可以判断真假. ③是疑问句. 故③不是命题; 对于⑥, 由于 x 是未知数, 也不能判断“ $x > 15$ ”是否成立, 不能判断语句⑥的真假, 故选 D.

2. D 解析: ①真; ②真; ③假; ④真. 选 D.

3. B 解析: 要注意③没有“在同一平面内”的条件, 是假命题, 只有①、⑤是真命题, 故选 B.

4. A 解析: ①当 $c=0$ 时, 不一定有 $a=b$ 恒成立, 是假命题; ②当 $a>0$ 时, $b<0$, 不等式 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 不成立, 是假命题; ③是真命题, ④当 $0 < p < 1$ 时, 不等式 $p^2 > p$ 不成立, 是假命题, 故选 A.

5. A 解析: 由 $\frac{1}{x} = \frac{1}{y}$ 得 $x=y$, 而由 $x^2=1$ 得 $x=\pm 1$, 由 $x=y, \sqrt{x}, \sqrt{y}$ 不一定有意义, 而 $x < y$ 得不到 $x^2 < y^2$, 故选 A.

6. D 解析: 命题①忽视两条直线可以相交, 命题②两平面可以相交、平行, 命题③ l_1, l_2 可以异面或相交, 命题④中与 l_1, l_2 都相交的两直线可以相交, 故选 B.

7. D 解析: $m \parallel \alpha, n \parallel \beta$, 且 $\alpha \parallel \beta$, 则 m 与 n 可能相交或异面, 故①不成立, 排除 A、C; 若 $m \perp \alpha, n \perp \beta$ 且 $\alpha \perp \beta, m \perp n$ 成立, 故②正确, 排除 B.

8. B 解析: 命题①是直线与平面平行的性质定理; 命题②为线面垂直的判定定理; 命题③中两直线可平行、异面或相交; 命题④为面面垂直的判定定理, 故选 B.

二、填空题

1. ①T ②T ③F ④T

2. (1) 若两个三角形的面积相等, 则这两个三角形全等, 是假命题



(2)若一个数是负数的立方,则这个数是负数,是真命题

(3)若两条直线平行,则这两条直线没有交点,是真命题

3. x 轴 $-3 - \log_2 x$ 解析:如① x 轴, $-3 - \log_2 x$;② y 轴, $3 + \log_2(-x)$;③原点, $-3 - \log_2(-x)$;④直线 $y = 2^{x-3}$ 等.

4. ①④ 解析:①显然是真命题;②对于第二个命题可构造反例,如图 1-1-1,可令 $AB = VB = VC = BC = AC$,则 $\triangle VBC$ 为等边三角形,而 $\triangle VAB$ 与 $\triangle VCA$ 均为等腰三角形,但不能判定为正三棱锥;③侧面积相等只不过是斜高相等,并不能表示侧面为全等的三角形,故不能判定;④命题正确,是真命题.

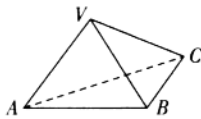


图 1-1-1

三、解答题

解:①若两个角是对顶角,则这两个角相等;

②若四边形是平行四边形,则其对角线交于一点且互相平分;

③若一个数是偶数,则这个数能被 2 整除;

④若二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的判别式 $\Delta > 0$,则该方程有两个不相等的实数根.

► B 组

1. C 解析:利用相关概念与判断定理容易判断选项 C 正确.

2. ③ 解析:① $y = |x+1| \xrightarrow{v=(-1,0)} y = |x+2|$.

②圆 $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 1 = 0$,其标准方程为 $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 4$.如图 1-1-2,可求出

圆心到直线的距离 $d = \frac{|-2-2|}{\sqrt{1+4}} = \frac{4}{\sqrt{5}} \neq \sqrt{3}$.

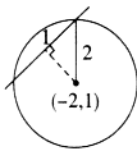


图 1-1-2

$$\textcircled{3} \sin(\alpha + \beta) = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}. \quad \textcircled{1}$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta = \frac{1}{3}. \quad \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \text{ 得 } \sin\alpha\cos\beta = \frac{5}{12}. \quad \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{ 得 } \cos\alpha\sin\beta = \frac{1}{12}. \quad \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3} \div \textcircled{4} \text{ 得 } \tan\alpha\cot\beta = 5.$$

3. ④ 解析:依据 $A \subseteq B$ 的定义



1.1.2 四种命题

一、知识梳理

一般地,用 p 和 q 分别表示原命题的条件和结论,用 $\neg p$ 和 $\neg q$ 分别表示 p 和 q 的否定,于是四种命题的形式就是:

原命题:若 p 则 q ; 逆命题:若 q 则 p ; 否命题:若 $\neg p$ 则 $\neg q$; 逆否命题:若 $\neg q$ 则 $\neg p$.

关于逆命题、否命题与逆否命题,也可以如下表述:

- (1) 交换原命题的条件和结论,所得的命题是逆命题.
- (2) 同时否定原命题的条件和结论,所得的命题是否命题.
- (3) 交换原命题的条件和结论,并且同时否定,所得的命题是逆否命题.

二、经典及拓展例题详解

例1 写出下列命题的逆命题、否命题、逆否命题,并判断其真假.

- (1) 实数的平方是非负数;
- (2) 等底等高的两个三角形是全等三角形;
- (3) 弦的垂直平分线经过圆心,并平分弦所对的弧.

分析

关键是找出每个命题的条件和结论,利用定义就可写出其他的三种命题.

解:(1) 逆命题:若一个数的平方是非负数,则这个数是实数. 真命题.

否命题:若一个数不是实数,则它的平方不是非负数. 真命题.

逆否命题:若一个数的平方不是非负数,则这个数不是实数. 真命题.

(2) 逆命题:若两个三角形全等,则这两个三角形等底等高. 真命题.

否命题:若两个三角形全等,则这两个三角形等底等高. 真命题.

逆否命题:若两个三角形不全等,则这两个三角形不等底或不等高. 假命题.

(3) 逆命题:若一条直线经过圆心,且平分弦所对的弧,则这条直线是弦的垂直平分线. 真命题.

否命题:若一条直线不是弦的垂直平分线,则这条直线不过圆心或不平分弦所对的弧. 真命题.

逆否命题:若一条直线不经过圆心或不平分弦所对的弧,则这条直线不是弦的垂直平分线. 真命题.

点评:命题的四种形式之间的关系,还提供了一个判断命题真假的变通手段,