"十一五"国家课题·面向21世纪物理学课程与教学改革系列教材

JIANMING DAXUE WULI XITIJINGJIE

简明大学物理

习题精解

赵有伦 主编
林 纯 徐进霞 罗春霞 编

科学出版社
www.sciencep.com

"十一五"国家课题·面向21世纪物理学
课程与教学改革系列教材

简明大学物理习题精解

赵有伦　主编
林　纯　徐进霞　罗春霞　编

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书是与主教材《简明大学物理》（赵有伦等主编）配套的习题解答。内容包括各章习题及其详细解答。有助于读者对《简明大学物理》一书中的基本概念、基本理论及重点、难点的理解。

本书可作为高等学校理工科非物理专业的本科生教材，也可供文科及专科的相关专业学生选用，并可供物理爱好者参考。

图书在版编目(CIP)数据

简明大学物理习题精解/赵有伦主编；林纯，徐进霞，罗春霞编. —北京：科学出版社，2010.7

（"十一五"国家课题·面向21世纪物理学课程与教学改革系列教材）

ISBN 978-7-03-028321-4

Ⅰ.①简… Ⅱ.①赵… ②林… ③徐… ④罗… Ⅲ.物理学-高等学校-解题 Ⅳ.O4-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第137681号

责任编辑：王雨舸 / 责任校对：董艳辉

责任印制：彭　超 / 封面设计：苏　波

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

http://www.sciencep.com

武汉市新华印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行　各地新华书店经销

*

2010年8月第 一 版　开本：B5(720×1000)

2010年8月第一次印刷　印张：13 1/4

印数：1—4 000　字数：260 000

定价：23.00元

前　　言

本书是赵有伦等在面向21世纪独立学院物理学课程改革和教学研究的基础上，总结应用型人才培养模式的大学物理教学体系而编写的《简明大学物理》一书的习题分析与解答。大学物理作为理工科院校的一门必修科目和进行相关研究的一门基础课程，其重要性已毋庸置疑。它是提高学生现代科学素质的一门必修课，且对学习者要求甚高。在学习过程中，学生不仅要详细理解课程的知识结构、基本概念、定理和定律，而且还应熟练掌握解题的思路与技巧，并将所学知识运用到实际生活中去解决问题。因此，在学习过程中完成一定量的习题，是一个必不可少的环节。本书收集的题目类型灵活，难易适中，重点考查学生对基础知识、基本技能的掌握和运用能力，有助于学生正确、深入地理解物理概念和物理定律，掌握物理基本原理和学习方法，培养学生分析和解决问题的能力。

全书各章编者分别是：林纯（第七、十一、十五章）；罗春霞（第九、十、十三章）；徐进霞（第一、二、三、十二章）；赵有伦（第四、五、六、八、十四章）。

编　者

2010年3月于武昌珞珈山

目　　录

第一章
质点运动学和动力学

1.1 质点作曲线运动，在时刻 t 质点的位矢为 $\boldsymbol{r}$，速度为 $\boldsymbol{v}$，速率为 v，t 至 $(t+\Delta t)$ 平均速率为 $\bar{v}$。

(1) 根据上述情况，则必有(　　)。

A. $|\Delta \boldsymbol{r}| = \Delta s = \Delta r$

B. $|\Delta \boldsymbol{r}| \neq \Delta s \neq \Delta r$，当 $\Delta t \to 0$ 时有 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}| = \mathrm{d}s \neq \mathrm{d}r$

C. $|\Delta \boldsymbol{r}| \neq \Delta s \neq \Delta r$，当 $\Delta t \to 0$ 时有 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}| = \mathrm{d}r \neq \mathrm{d}s$

D. $|\Delta \boldsymbol{r}| \neq \Delta s \neq \Delta r$，当 $\Delta t \to 0$ 时有 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}| = \mathrm{d}s = \mathrm{d}r$

(2) 根据上述情况，则必有(　　)。

A. $|\boldsymbol{v}| = v$，$|\bar{\boldsymbol{v}}| = \bar{v}$　　B. $|\boldsymbol{v}| \neq v$，$|\bar{\boldsymbol{v}}| \neq \bar{v}$

C. $|\boldsymbol{v}| = v$，$|\bar{\boldsymbol{v}}| \neq \bar{v}$　　D. $|\boldsymbol{v}| \neq v$，$|\bar{\boldsymbol{v}}| = \bar{v}$

解 (1) $|\Delta \boldsymbol{r}|$表示位移的大小，Δs 表示路程，Δr 表示位矢大小的变化量，当 $\Delta t \to 0$ 时，$|\mathrm{d}\boldsymbol{r}| = \mathrm{d}s$ 但不等于 $\mathrm{d}r$，故本题答案选 B。

(2) $|\boldsymbol{v}|$表示速度的大小，v 表示速率，$|\boldsymbol{v}| = v$；$|\bar{\boldsymbol{v}}| = \left|\dfrac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}\right|$表示速度大小的平均值，而 $\bar{v} = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$ 表示平均速率，$|\bar{\boldsymbol{v}}| \neq \bar{v}$。故本题答案选 C。

1.2 一运动质点在某瞬时位于位矢 $\boldsymbol{r}(x, y)$的端点处，对其速度的大小有四种意见，即

(1) $\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$　(2) $\dfrac{\mathrm{d}|\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t}$　(3) $\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$　(4) $\sqrt{\left(\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}$

下述判断正确的是(　　)。

A. 只有(1)、(2)正确　　B. 只有(2)正确

C. 只有(2)、(3)正确　　D. 只有(3)、(4)正确

解 $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$表示质点到坐标原点的距离随时间的变化率，在极坐标中称为径向速率，这是速度矢量在位矢方向上的一个分量；$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$是速度大小的表达式，$\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}$是在直角坐标系下速度大小的表达式。故本题答案选 D。

1.3 一个质点在作圆周运动时，则有(　　)。

A. 切向加速度一定改变，法向加速度也改变

B. 切向加速度可能不变，法向加速度一定改变

C. 切向加速度可能不变，法向加速度不变

D. 切向加速度一定改变，法向加速度不变

解 质点在作圆周运动时，法相加速度指向圆心，所以时刻在发生改变。若质点作匀速率圆周运动，切向加速度恒为零。故本题答案选 B。

1.4 如图 1.1 所示，物体沿半径为 R 的固定圆弧形光滑轨道由静止下滑，在下滑的过程中，则(　　)。

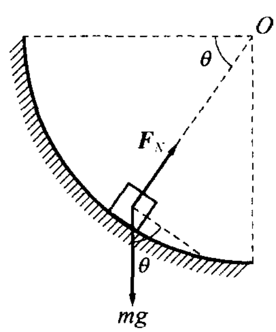

图 1.1

A. 它受到的轨道的作用力的大小不断增加

B. 它的加速度的方向永远指向圆心，其速率保持不变

C. 它受到的合外力的大小变化，方向永远指向圆心

D. 它受到的合外力的大小不变，其速率不断增加

解 由图可知，物体在下滑过程中受到大小和方向不变的重力 mg 以及指向圆弧轨道中心的轨道的支持力 $\boldsymbol{F}_N$ 作用，这两者合力并非指向圆心，其大小和方向均与物体所在位置有关。由物体在重力和支持力的合力作用下作圆周运动的方程 $F_N - mg\sin\theta = \frac{mv^2}{R}$ 知，随角 θ 的不断增大过程，轨道支持力也在不断增大。故

本题答案选 A.

1.5　质点作平面曲线运动，其位矢、加速度和法向加速度大小分别为 $\boldsymbol{r}$，a 和 a_n，速度为v。试说明下列各式哪些是正确的?

(1) $a = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$　　(2) $a = \dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$

(3) $\sqrt{a^2 - a_n^2} = \left|\dfrac{d|v|}{\mathrm{d}t}\right|$　　(4) $a = \dfrac{v \cdot v}{r}$

解　因为标量≠矢量，所以(1)不对；

又 $a = \left|\dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}\right|$，而 $\left|\dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}\right| \neq \left|\dfrac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}t^2}\right|$，故(2)不对；

而 $\sqrt{a^2 - a_n^2} = |a_t| = \left|\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right| = \dfrac{|\mathrm{d}|v||}{\mathrm{d}t}$，因此(3)正确；

由于 $a = \dfrac{v \cdot v}{r}$ 中 r 为曲率半径，而这里 r 为位矢的大小，不一定是曲率半径，所以(4)不对。

1.6　一质点沿 x 轴运动，运动方程为 $x = 8t - 2t^2$，求：

(1) $t = 0$ 时质点的位置和速度；

(2) $t = 1\ \mathrm{s}$ 和 $t = 3\ \mathrm{s}$ 时速度的大小和方向；

(3) 速度为 0 的时刻和回到出发点的时刻。

解　(1) 将 $t = 0$ 代入 $x = 8t - 2t^2$，得 $x_0 = 0\ \mathrm{m}$

$v = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(8t - 2t^2) = 8 - 4t$，将 $t = 0$ 代入，得 $v_0 = 8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

(2) 由(1)知，物体在任意时刻速度的表达式为

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(8t - 2t^2) = 8 - 4t$$

将 $t = 1\ \mathrm{s}$ 代入，得 $v = 4\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$，方向沿 x 轴正方向；

将 $t = 3\ \mathrm{s}$ 代入，得 $v = -4\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$，方向沿 x 轴负方向。

(3) 令

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(8t - 2t^2) = 8 - 4t = 0$$

解得，$t = 2\ \mathrm{s}$，故物体运动两秒后速度为零。

物体回到出发点时 $x_0 = 0\ \mathrm{m}$，令 $x = 8t - 2t^2 = 0$，解得，$t = 0\ \mathrm{s}$(不合题意) 或

者 $t=4\ \mathrm{s}$，故物体运动 4 s 后回到原出发点。

1.7 质点的速度和时间的关系为 $v=10+2t^2$，已知 $t=0$ 时 $x_0=20\ \mathrm{m}$，求 $t=2\ \mathrm{s}$ 时质点的位置和加速度。

解 由 $v=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，得

$$\mathrm{d}x=v\mathrm{d}t$$

上式两边积分

$$\int_{x_0}^{x}\mathrm{d}x=\int_0^t v\mathrm{d}t=\int_0^t(10+2t^2)\mathrm{d}t$$

解得

$$x=\int_0^t(10+2t^2)\mathrm{d}t+x_0$$

$$=\frac{2}{3}t^3+10t+20$$

将 $t=2\ \mathrm{s}$ 带入上式，得 $x=\dfrac{136}{3}\ \mathrm{m}$。

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(10+2t^2)=4t$$

将 $t=2\ \mathrm{s}$ 代入上式，得 $a=8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$。

1.8 一质点沿 x 轴运动，其加速度为 $a=4t$，已知 $t=0$ 时质点位于 $x_0=10\ \mathrm{m}$ 处，初速度 $v_0=0$，试求其位置和时间的关系式。

解 由 $a=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$，得

$$\mathrm{d}v=a\mathrm{d}t$$

上式两边积分

$$\int_{v_0}^{v}\mathrm{d}v=\int_0^t a\mathrm{d}t=\int_0^t 4t\mathrm{d}t$$

得

$$v=\int_0^t 4t\mathrm{d}t+v_0=2t^2$$

由 $v=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，得

$$\mathrm{d}x=v\mathrm{d}t$$

上式两边积分

$$\int_{x_0}^{x}\mathrm{d}x=\int_0^t v\mathrm{d}t=\int_0^t 2t^2\mathrm{d}t$$

得

$$x=\frac{2t^3}{3}+10$$

1.9　一质点沿 x 轴运动，其加速度 a 与位置坐标 x 的关系为：$a=2+6x^2$；如果质点在原点处的速度为零，试求其在任意位置处的速度。

解
$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}=2+6x$$

即

$$v\mathrm{d}v=(2+6x^2)\mathrm{d}x$$

上式两边积分

$$\int_0^v v\mathrm{d}v=\int_0^x(2+6x^2)\mathrm{d}x$$

得

$$v=2\sqrt{x^3+x}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

1.10　在 xOy 平面内运动的质点，其运动方程为

$$\boldsymbol{r}=2t\boldsymbol{i}+(19-2t^2)\boldsymbol{j}$$

(1) 写出它的轨迹方程；

(2) 求 $t=1$ s 时和 $t=2$ s 时质点的位矢，并求出 $t=1$ s 到 $t=2$ s 内质点的平均速度；

(3) 求 3 s 末的速度和加速度。

解　(1) 由参数方程可得分量式

$$x=2t,\quad y=19-2t^2$$

消去 t 得质点的轨迹方程

$$y = 19 - \frac{1}{2}x^2$$

(2) $t = 1$ s 时的位矢为

$$\boldsymbol{r}_1 = 2\boldsymbol{i} + 17\boldsymbol{j}$$

$t = 2$ s 时的位矢为

$$\boldsymbol{r}_2 = 4\boldsymbol{i} + 11\boldsymbol{j}$$

$t = 1$ s 到 $t = 2$ s 间隔内的平均速度

$$\bar{v} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1}{2-1} = 2\boldsymbol{i} - 6\boldsymbol{j}$$

(3) 质点在任意时刻的速度和加速度分别为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{v}(t) &= v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} \\ &= \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} \\ &= 2\boldsymbol{i} - 4t\boldsymbol{j} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{a}(t) &= \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j} \\ &= -4\boldsymbol{j}\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} \end{aligned}$$

则，3 s 末的速度和加速度分别为

$$\boldsymbol{v}_{t=3} = 2\boldsymbol{i} - 12\boldsymbol{j}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

$$\boldsymbol{a}_{t=3} = -4\boldsymbol{j}\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

1.11 一个质点在 xOy 平面内运动的质点，其加速度 $\boldsymbol{a} = 5t^2\boldsymbol{i} + 3\boldsymbol{j}$。已知 $t = 0$ 时，质点静止于坐标原点。求：

(1) 任一时刻质点的速度(即求 $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}(t)$ 速度随时间变化的函数式)；

(2) 质点的运动方程及其分量式；

(3) $t = 2$ s 时的位置；

(4) 轨迹方程。

解　(1) 由题意知 $t=0$ 时，$v=0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$。由 $\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$，得

$$\mathrm{d}\boldsymbol{v}=\boldsymbol{a}\,\mathrm{d}t$$

上式两边积分

$$\int_0^{v}\mathrm{d}\boldsymbol{v}=\int_0^{t}\boldsymbol{a}\,\mathrm{d}t$$

$$=\int_0^{t}(a_x\mathrm{d}t\boldsymbol{i}+a_y\mathrm{d}t\boldsymbol{j})$$

$$=\int_0^{t}(5t^2\mathrm{d}t\boldsymbol{i}+3\mathrm{d}t\boldsymbol{j})$$

解得

$$\boldsymbol{v}=\frac{5}{3}t^3\boldsymbol{i}+3t\boldsymbol{j}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

(2) 由题意知 $t=0$ 时，$\boldsymbol{r}=0\ \mathrm{m}$。由 $\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$，得

$$\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\boldsymbol{v}\,\mathrm{d}t$$

上式两边积分

$$\int_0^{r}\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\int_0^{t}\boldsymbol{v}\,\mathrm{d}t$$

$$=\int_0^{t}(v_x\mathrm{d}t\boldsymbol{i}+v_y\mathrm{d}t\boldsymbol{j})$$

$$=\int_0^{t}\left(\frac{5}{3}t^3\mathrm{d}t\boldsymbol{i}+3t\,\mathrm{d}t\boldsymbol{j}\right)$$

解得

$$\boldsymbol{r}=\frac{5}{12}t^4\boldsymbol{i}+\frac{3}{2}t^2\boldsymbol{j}$$

其分量形式为

$$\begin{cases}x=\dfrac{5}{12}t^4\\[2mm] y=\dfrac{3}{2}t^2\end{cases}$$

(3) 将 $t=2\,\text{s}$ 代入 $\boldsymbol{r}=\frac{5}{12}t^4\boldsymbol{i}+\frac{3}{2}t^2\boldsymbol{j}$，得

$$\boldsymbol{r}_{t=2}=\frac{5}{12}t^4\boldsymbol{i}+\frac{3}{2}t^2\boldsymbol{j}$$

$$=\frac{20}{3}\boldsymbol{i}+6\boldsymbol{j}$$

(4) 将运动方程的分量形式 $\begin{cases}x=\frac{5}{12}t^4,\\ y=\frac{3}{2}t^2\end{cases}$ 消去时间 t，得质点运动的轨迹方程

$$x=\frac{5}{27}y^2$$

1.12 在 xOy 平面内，质点按 $\theta=5+3t^2$ 的运动规律以圆心为 O、半径为 R 的圆为轨迹运动。分别求出质点运动的角位移、角速度、角加速度、线速度和线加速度的表达式。

解 质点运动的角位移为： $\theta=5+3t^2$

角速度： $\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(5+3t^3)=9t^2$

角加速度： $\alpha=\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}=\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}(5+3t^3)=18t$

线速度： $v=R\omega=9Rt^2$

切向加速度： $a_t=R\alpha=18Rt$

法向加速度： $a_n=R\omega^2=81Rt^4$

1.13 如图 1.2 所示，质量为 m 的物体从倾角为 α，底边长为 $l=1.41\,\text{m}$ 的斜面的顶端由静止开始向下滑动，斜面的摩擦系数为 $\mu=\frac{1}{\sqrt{3}}$。当 α 为多大时物体在斜面上下滑的时间最短？最短时间为多少？

解 取斜面为坐标轴 Ox，原点 O 位于斜面顶点，受力分析如图 1.2 所示。则由牛顿第二定律，有

$$mg\sin\alpha-mg\mu\cos\alpha=ma \tag{1}$$

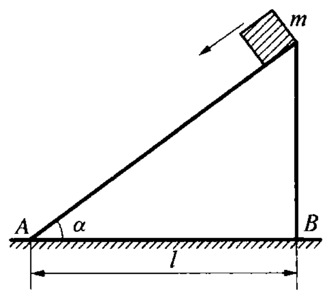

图 1.2

$$\frac{l}{\cos\alpha}=\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2}g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)t^2 \tag{2}$$

将(1)、(2)两式联立，解得

$$t=\sqrt{\frac{2l}{g\cos\alpha(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}} \tag{3}$$

为使下滑时间最短，令$\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\alpha}=0$，由式(3)可得

$$-\sin\alpha(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)+\cos\alpha(\cos\alpha+\mu\sin\alpha)=0$$

则可得

$$\tan 2\alpha=-\frac{1}{\mu}=-\sqrt{3}$$

故，$\alpha=60°$。此时

$$t_{\min}=\sqrt{\frac{2l}{g\cos\alpha(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}}=1\ \mathrm{s}$$

1.14　工地上有一吊车，将甲、乙两块混凝土预制板吊起送至高空，甲的质量为 $m_1=2\times10^2$ kg，乙的质量为 $m_2=1\times10^2$ kg。设吊车、框架和钢丝绳的质量不计。求下述两种情况下，钢丝绳所受到的张力以及乙对甲的作用力。

(1) 两物块以 10 m·s^{-2}的加速度上升；

(2) 两物块以 1 m·s^{-2}的加速度上升；

从本题的结果，你能得到怎样的体会？

解　画出受力分析图，如图 1.3 所示。取竖直向上为 Oy 轴，当吊车以加速度 a 上升时，对甲、乙由牛顿定律可得：

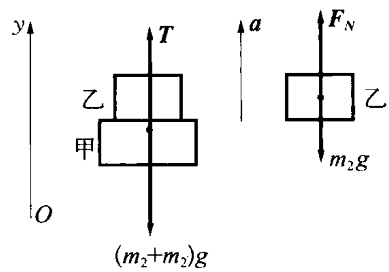

图 1.3

对甲：$$T-(m_1+m_2)g=(m_1+m_2)a \tag{1}$$

对乙：$$F_N-m_2g=m_2a \tag{2}$$

由(1)、(2)两式联立解得

$$T=(m_1+m_2)(g+a) \tag{3}$$

$$F_N=m_2(g+a) \tag{4}$$

(1) 将 $a=10\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$ 代入(3)、(4)两式可解得：$T=5.94\times10^3\ \mathrm{N}$。则乙对甲的作用力为

$$-F_N=-1.98\times10^3\ \mathrm{N}。$$

(2) 将 $a=1\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$ 代入(3)、(4)两式可解得：$T=3.24\times10^3\ \mathrm{N}$。则乙对甲的作用力为

$$-F_N=-1.08\times10^3\ \mathrm{N}$$

从上述计算可以看出，在吊起相同重量的物体时，由于起吊加速度不同，绳中所受张力也不同，加速度大的，绳中张力也大。因此，起吊重物时必须缓慢加速，以确保起吊过程的安全。

1.15 一质量为 10 kg 的质点在力 F 的作用下沿 x 轴作直线运动，已知 $F=120t+40$，在 $t=0$ s 时，质点位于 $x_0=5$ m 处，其速度为 $v_0=6\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，求质点在任意时刻的速度和位置。

解 由牛顿第二定律 $F=ma$，$F=120t+40$，$m=10$ kg，有

$$a=12t+4$$

而 $a=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$，故 $\mathrm{d}v=a\,\mathrm{d}t$。将此式两边作定积分

$$\int_{v_0}^{v} \mathrm{d}v = \int_0^t a\,\mathrm{d}t = \int_0^t (12t+4)\mathrm{d}t$$

解得

$$v = 6t^2 + 4t + 6$$

由 $v = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，有 $\mathrm{d}x = v\mathrm{d}t$。将此式两边作定积分

$$\int_{x_0}^{x} \mathrm{d}x = \int_0^t v\,\mathrm{d}t = \int_0^t (6t^2+4t+6)\mathrm{d}t$$

解得

$$x = 2t^3 + 2t^2 + 6t + 5$$

1.16　如图 1.4 所示。一不可伸长的细绳绕过一定滑轮，细绳两端各系一物块 m_1 和 m_2，且 $m_1 > m_2$，若滑轮质量与细绳的质量均略去不计，滑轮与细绳间无相对滑动以及轮轴的摩擦力略去不计。求两物块的加速度和绳中的张力。

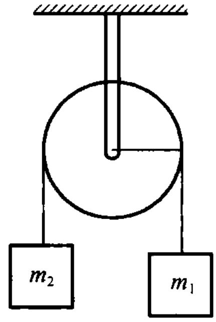

图 1.4

解　选取地面惯性参考系，作受力分析如图 1.5 所示，由于忽略细绳和滑轮质量故有：细绳作用在两物体上的力 $\boldsymbol{T}_1$，$\boldsymbol{T}_2$ 与绳中张力 $\boldsymbol{T}$ 相等，即 $T_1 = T_2 = T$，

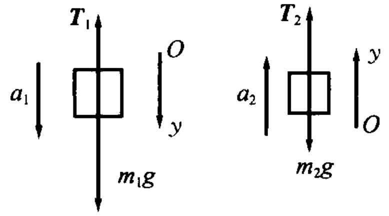

图 1.5

并且两物体的加速度相等，即 $a_1 = a_2$。

根据牛顿第二定律，有

$$m_1 g - T_1 = m_1 a_1 \tag{1}$$

$$T_2 - m_2 g = m_2 a_2 \tag{2}$$

$$T_1 = T_2 = T \tag{3}$$

$$a_1 = a_2 \tag{4}$$

由(1)、(2)、(3)、(4)数式联立，解得

$$a_1 = a_2 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g$$

$$T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$

1.17 质量为 m 的子弹以速度 v_0 水平射入沙土中，设子弹所受阻力与速度反向，大小与速度成正比，比例系数为 k，忽略子弹的重力，求：

(1) 子弹射入沙土后，速度随时间变化的函数式；

(2) 子弹进入沙土的最大深度。

解 (1) 子弹进入沙土中受到的力为 $f = -kv$，由牛顿第二定律，有

$$f = -kv$$

$$= m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

分离变量，得

$$-\frac{k}{m}\mathrm{d}t = \frac{\mathrm{d}v}{v}$$

将此式两边作定积分

$$-\int_0^t \frac{k}{m}\mathrm{d}t = \int_{v_0}^{v} \mathrm{d}v$$

解得 $v = v_0 \mathrm{e}^{-\frac{k}{m}t}$。

(2) 由 $v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，故 $\mathrm{d}x = v\mathrm{d}t$。将此式两边作定积分