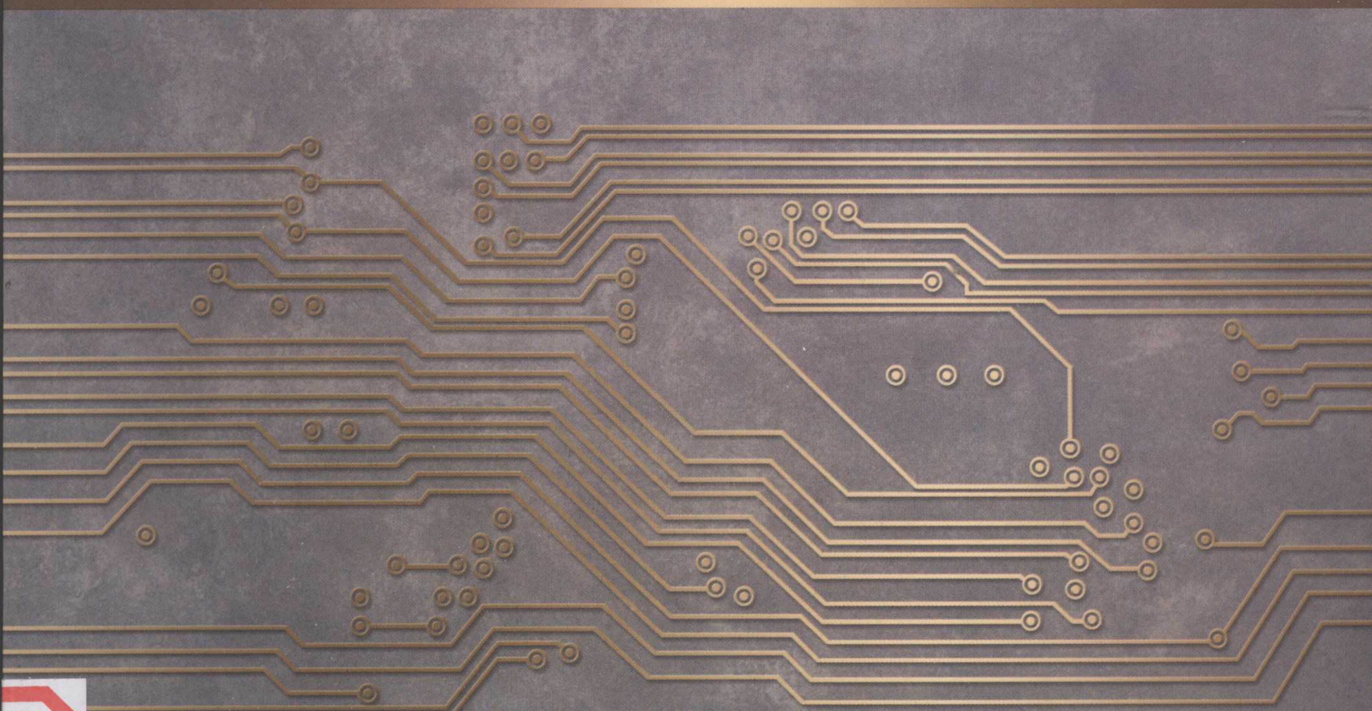
新编电气与电子信息类本科规划教材·电子电气基础课程

数字电路与逻辑设计

徐秀平　主编



電子工業出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
http://www.phei.com.cn

新编电气与电子信息类本科规划教材·电子电气基础课程

数字电路与逻辑设计

徐秀平　主编
项华珍　黄险峰　何文丰　黄培先　编

電子工業出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京·BEIJING

内容简介

本书是按照教育部2004年颁布的"数字电路与逻辑设计课程教学基本要求"编写的。全书共9章，主要内容有：逻辑代数、集成门电路、组合逻辑电路、双稳态触发器、时序逻辑电路、半导体存储器、脉冲波形的产生和整形、模数转换和数模转换及实验。

本书简明扼要、深入浅出、偏重实践、便于自学，可作为高等院校工科相关专业的教材，也可供从事电子技术工程人员学习参考。

图书在版编目(CIP)数据

数字电路与逻辑设计 / 徐秀平主编. —北京：电子工业出版社，2010.7
新编电气与电子信息类本科规划教材·电子电气基础课程
ISBN 978-7-121-11088-7

Ⅰ.①数… Ⅱ.①徐… Ⅲ.①数字电路—逻辑设计—高等学校—教材 Ⅳ.①TN79 TN79.02

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第109811号

责任编辑：凌　毅　　特约编辑：王　纲
印　　刷：涿州市京南印刷厂
装　　订：涿州市桃园装订有限公司
出版发行：电子工业出版社
　　　　　北京市海淀区万寿路173信箱　邮编 100036
开　　本：787×1 092　1/16　印张：14.5　字数：371千字
印　　次：2010年7月第1次印刷
印　　数：4000册　定价：25.00元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系。联系及邮购电话：(010)88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至dbqq@phei.com.cn。

服务热线：(010)88258888。

前　言

本书是根据 2004 年教育部颁布的“数字电路与逻辑设计课程教学基本要求”编写的，适应对象为高等院校本科电子信息与通信类、电气工程及自动化类、自动控制类、仪器仪表类及计算机应用类等专业。“数字电路与逻辑设计”是这些专业的一门重要的技术基础课，使学生建立对数字系统的基本概念、熟悉常用的基本器件、掌握基本分析方法，从而解决实际数字系统的分析和设计问题。

为了适应现代电子技术迅速发展的需要，能够较好地面向数字化和专用集成电路的新时代，本书在保证基本概念、基本原理和基本分析方法的前提下，基本上删去了分立元件内容，压缩了集成电路电气特性的讨论和内部工作原理的分析，突出了综合能力的培养及集成电路逻辑特性和工作特点的介绍，加强了应用实例的分析和综合技能实践。

在本书中，为避免和先修课程中计算机基础内容的重复，删除了数制和码制的内容。鉴于后续要开设数字电路的 EDA 课程，删除了可编程逻辑器件和硬件描述语言这两章内容。本书在编写上还采取了以下一些做法：

(1)在讲授基础理论时，以“够用”和“必需”为尺度，删除了与器件应用无直接关系的内容，同时又保持了课程体系的完整性。

(2)在讲授集成电路时，重点介绍外部特性和正确的使用方法，对电路内部仅作简单的定性分析。

(3)在分析计算各种电路时，强调物理概念，只介绍实用的工程计算方法。

(4)在处理传统内容和新型技术关系时，大幅度削减过时的内容，增加新型器件及应用的内容。

(5)在处理理论和实际的关系时，加强了工程实例的分析和设计，并增加了综合性设计实验的内容。

本书是由五邑大学信息工程学院多位老师合作完成的。其中，第 1、2 章由项华珍执笔；第 3 章由何文丰执笔；第 4、5 章由徐秀平执笔；黄险峰组织编写了第 6、7、8 章(其中第 7 章由张京玲协助编写、第 8 章由杨敏协助编写)；第 9 章由黄培先执笔。徐秀平负责本书的组织和统稿工作。

由于编者水平有限，书中一定有许多不妥之处，敬请广大读者批评指正，编者不胜感激。

编　者

目　　录

第1章 逻辑代数

本章要点：本章介绍了基本逻辑关系与、或、非及其他复合逻辑关系；逻辑函数的几种表示方法及其相互转换；逻辑代数基本公式、常用公式、基本规律及最小项、无关项的概念，重点讨论了代数法和卡诺图法化简逻辑函数表达式。

1.1 逻辑代数的基本运算

逻辑代数是讨论逻辑关系的一门科学，在19世纪中叶，由数学家乔治·布尔创立，故也称为布尔代数。与普通代数相比，虽然变量同样也用A、B、C、D…表示，但其取值只有0和1两种。0、1并不表示数值的具体大小，只表示两种完全相反的逻辑状态，如开关的断开与闭合、电路的截止与导通、信号的有与无等，所以也称为开关代数。在研究实际问题时，0、1所代表的意义由具体的研究对象而定。由于逻辑取值只有0、1，所以它具有自身的特殊规律。

1.1.1 三种最基本的逻辑运算和门电路

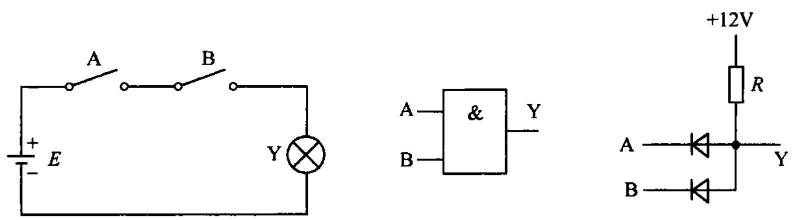
基本的逻辑关系只有三种：逻辑与、逻辑或、逻辑非。与之相对应的逻辑代数也有三种基本运算：与运算、或运算、非运算。对应的基本逻辑门有与门、或门、非门。

1. 与逻辑(与门)

决定某一结果的所有条件同时具备时，结果才会发生，这种“缺一不可”的因果关系称为逻辑与。如图1-1(a)所示两个串联开关控制一盏灯就是一种与逻辑的实例，只有开关A、B同时闭合时灯才会亮。如果把开关闭合用“1”表示，断开用“0”表示；灯亮用“1”表示，灯灭用“0”表示(称为逻辑赋值)，并把输入、输出变量所有相对应的逻辑取值(状态)列在同一个表格内，就可得到与逻辑函数的真值表(见表1-1)。从表1-1可知，其逻辑关系服从“有0出0，全1才出1”的规律。这种与逻辑可表达为

$$Y=A\cdot B \tag{1-1}$$

此式称为与逻辑式，也可用逻辑符号(见图1-1(b))表示。实现与逻辑运算的门电路称为与门。由二极管组成的与门电路如图1-1(c)所示。逻辑与也叫逻辑乘。



(a)电路　　(b)逻辑符号　　(c)二极管与门

图1-1 与逻辑门

表1-1 与逻辑的真值表

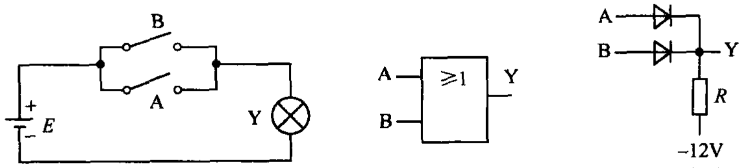
A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

2. 或逻辑(或门)

决定某一结果的诸多条件中，只要有一个或一个以上条件具备时，结果就发生，这种“有一即可”的因果关系称为或逻辑。图 1-2(a)所示两个并联开关控制一盏灯就是一个或逻辑实例，只要 A、B 中有一个开关闭合灯就会亮。与前面的逻辑赋值相同而得到或逻辑真值表如表 1-2 所示，其逻辑关系服从“有 1 出 1，全 0 才出 0”的规律。这种或逻辑的逻辑表达式为

$$Y=A+B \tag{1-2}$$

其逻辑符号如图 1-2(b)表示。实现或逻辑关系的电路叫或门。由二极管组成的或门电路如图 1-2(c)所示。逻辑或也叫逻辑加。



(a) 电路　　(b) 逻辑符号　　(c) 二极管或门

图 1-2　或逻辑门

表 1-2　或逻辑的真值表

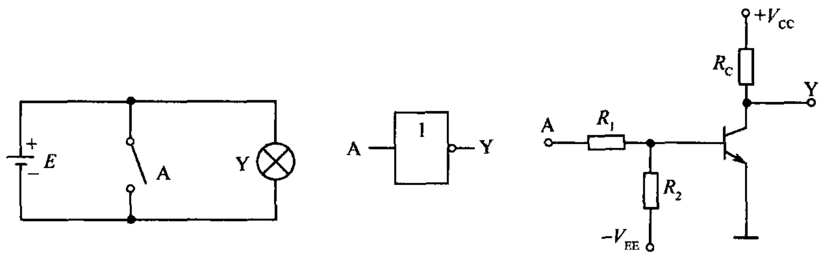
A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

3. 非逻辑(非门)

条件具备时，事件不发生；条件不具备时，事件发生，这种因果关系称为逻辑非，也称逻辑求反。图 1-3(a)就是逻辑求反的实例。用前面相同的逻辑赋值，可得真值表(见表 1-3)。非逻辑的逻辑式为

$$Y=\overline{A} \tag{1-3}$$

其逻辑符号如图 1-3(b)所示。实现逻辑非的电路叫非门，也叫反相器。由三极管构成的反相器如图 1-3(c)所示。



(a) 电路　　(b) 逻辑符号　　(c) 三极管反相器

图 1-3　非逻辑门

表 1-3　逻辑非的真值表

A	Y
0	1
1	0

1.1.2　复合逻辑运算(复合门)

人们在研究实际问题时发现，事物各个因素之间的关系往往比单一的与、或、非复杂得多，但都可用与、或、非的组合来描述。含有两个或两个以上基本逻辑运算的逻辑函数称为复合逻辑函数。最常用的有与非、或非、与或非、异或、同或等运算，其逻辑式、逻辑符号及真值表见表 1-4。

表 1-4　几种常用的复合函数

		与　非	或　非	异　或	同　或	与　或　非
函数式		$Y=\overline{AB}$	$Y=\overline{A+B}$	$Y=A\oplus B$	$Y=A\odot B$	$Y=\overline{AB+CD}$
逻辑符号		A, B — & — Y	A, B — ≥1 — Y	A, B — =1 — Y	A, B — = — Y	A, B, C, D — & ≥1 — Y (真值表略)
真值表	A　B	Y	Y	Y	Y	
	0　0	1	1	0	1	
	0　1	1	0	1	0	
	1　0	1	0	1	0	
	1　1	0	0	0	1	
逻辑规律		有 0 出 1 全 1 出 0	有 1 出 0 全 0 出 1	相同出 0 相异出 1	相同出 1 相异出 0	各与逻辑组均为 0 出 1 某与逻辑组为 1 出 0

1.2　逻辑函数的表示方法及其相互转换

一个逻辑函数可以用真值表、表达式、逻辑图、波形图等描述方法来表示。既然它们都是表示同一种逻辑关系，显然可以互相转换。

1.2.1　由真值表求函数式和逻辑图

下面以一灯开关电路为例进行说明。图 1-4 是三个开关 A、B、C 控制灯 Y 的电路，用"1"表示开关闭合和灯亮的状态，"0"表示开关断开和灯不亮的状态，那么开关 A、B、C 的 8 种状态组合（2^n 个，$n=3$），都会与灯 Y 的确定状态相对应。根据电路得出真值表见表 1-5。

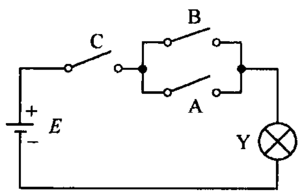


图 1-4　灯开关电路

表 1-5　图 1-4 的真值表

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

1. 由真值表写逻辑式

由真值表写逻辑式的一般方法是：

① 找出真值表中使输出函数 Y 为 1 的输入变量取值组合；

② 每组输入变量取值组合对应一个乘积项，这个乘积项包含所有输入变量，取值为 1 的写成原变量，取值为 0 的写成反变量；

③ 将这些乘积项相加，就得到逻辑函数的表达式。

对于表 1-5，使函数 Y 为 1 的变量取值组合是：

$A=0$，$B=1$，$C=1$，写成：$\overline{A}BC$

$A=1$，$B=0$，$C=1$，写成：$A\overline{B}C$

A=1，B=1，C=1，写成：ABC

故得到 Y 的逻辑表达式为

$$Y=\overline{A}BC+A\overline{B}C+ABC \tag{1-4}$$

2. 由表达式画逻辑图

若已知逻辑表达式，只要按先“与”后“或”的运算顺序，用逻辑符号表示各运算并正确连接起来，则可画出逻辑图。式(1-4)的逻辑图如图 1-5 所示。

需要注意的是，真值表是唯一的，但由真值表所得的逻辑表达式和逻辑图虽然在逻辑功能上等价，但不是唯一的。表示同一逻辑功能的表达式和逻辑图还有其他形式。分析图 1-4 不难看出，要使灯 Y 亮，C 必须闭合，同时 A、B 中至少要有一个闭合。故 A 与 B 为或的关系，C 与(A+B)为与的关系。因而可直接写出逻辑式为

$$Y=(A+B)C \tag{1-5}$$

式(1-4)和式(1-5)是由同一个电路推出来的，具有相同的逻辑功能，其真值表是相同的。由于式(1-5)比式(1-4)简单，对应的逻辑图 1-6 也比图 1-5 简单。用更少的逻辑器件实现同样的逻辑功能，既经济又可靠，还便于操作和维护，由此看出逻辑函数化简的必要性。

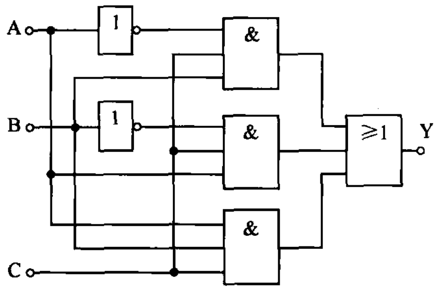


图 1-5　式(1-4)的逻辑图

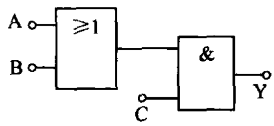


图 1-6　式(1-5)的逻辑图

1.2.2　由函数表达式求真值表

当已知逻辑式时，只需要把输入变量取值的所有组合状态代入逻辑式中，得出逻辑函数值，并将其列成表格，就得到逻辑函数的真值表。一般来说，输入变量取值组合按对应的二进制数从小到大排列。

【例 1-1】 已知函数式 $Y=A+\overline{B}C+\overline{A}\,\overline{C}$，求其真值表。

解 先将输入变量 A、B、C 的 8 种组合，按对应二进制数从小到大排列，再将 A、B、C 的每个组合代入 Y 的表达式中，算出 Y 的值，得到真值表(见表 1-6)。

表 1-6　例 1-1 的真值表

A	B	C	$\overline{B}C$	$\overline{A}\,\overline{C}$	Y
0	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1
0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	0	1
1	1	1	0	0	1

由逻辑式填真值表还可以采用观察的方法，找出每个乘积项使 Y 为 1 的条件，先把对应输出 Y 位置的 1 填上；其余的位置填 0。在例 1-1 中，下列三种情况输出 Y 为 1：①只要 A=1；② $\overline{B}=1$ 且 C=1；③ $\overline{A}=1$ 且 $\overline{C}=1$。

1.2.3　已知逻辑图写逻辑表达式

将逻辑图中每一个逻辑符号所表示的逻辑运算从输入到输出依次写出来，就得出逻辑表达式。以图 1-7 为例，其表达式为

$$Y=\overline{(\overline{B+C}+\overline{AB})A}$$

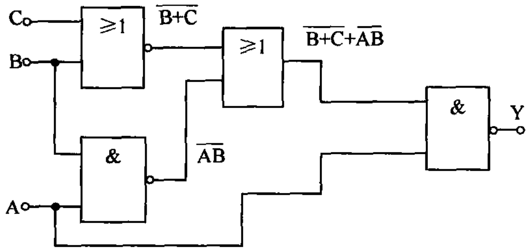


图 1-7　逻辑图示例

1.2.4　由真值表画波形图

按照真值表所给出的各种输入变量及输出变量的取值，画成以时间为横轴的波形，即为逻辑函数的波形图。波形图也叫时序图。表 1-6 的波形图如图 1-8 所示。

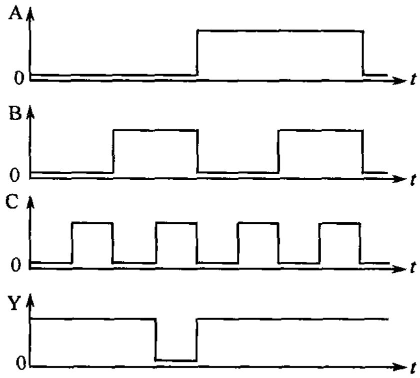


图 1-8　表 1-6 的波形图

1.2.5　由波形图求函数的真值表

首先从波形图中找出每个时间段输入变量及函数输出的取值，然后将这些输入、输出取值对应列表，就可得到真值表。

【例 1-2】已知某逻辑电路的输入、输出波形图如图 1-9 所示，试写出电路的真值表。

解 找出每个时间分段的 A、B 值及对应的 Y 的值，填入表 1-7。

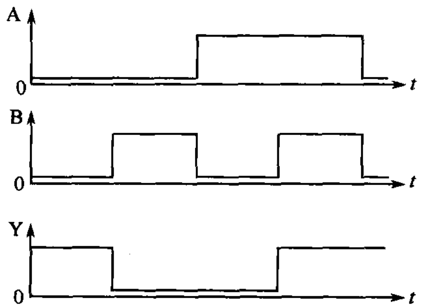


图 1-9　例 1-2 的波形图

表 1-7　图 1-9 的真值表

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

1.3 逻辑代数的公式和运算规则

1.3.1 基本公式

根据逻辑代数的特点及与、或、非三种基本逻辑运算的规律，可以推出逻辑代数的基本公式，见表 1-8。这些公式可用真值表来证明其正确性。

表 1-8 逻辑代数的基本公式

范围说明	名称	逻辑与(非)	逻辑或
常量与变量的关系	0-1 律	① $A\cdot 1=A$ ③ $A\cdot 0=0$	② $A+0=A$ ④ $A+1=1$
和普通代数相似的规律	交换律 结合律 分配律	⑤ $A\cdot B=B\cdot A$ ⑦ $A\cdot(B\cdot C)=(A\cdot B)\cdot C$ ⑨ $A\cdot(B+C)=AB+AC$	⑥ $A+B=B+A$ ⑧ $A+(B+C)=(A+B)+C$ ⑩ $A+B\cdot C=(A+B)(A+C)$
逻辑代数的特殊规律	互补律 重叠律 反演律 （德·摩根定律） 还原律	⑪ $A\cdot\overline{A}=0$ ⑬ $A\cdot A=A$ ⑮ $\overline{AB}=\overline{A}+\overline{B}$ ⑰ $\overline{\overline{A}}=A$	⑫ $A+\overline{A}=1$ ⑭ $A+A=A$ ⑯ $\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$

【例 1-3】 用逻辑真值表证明表 1-8 中公式⑮、⑯的正确性。

证明：公式⑮、⑯分别为

$$\overline{AB}=\overline{A}+\overline{B},\ \overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$$

将 A、B 的各种取值组合代入上面等式的两边，结果填入真值表 1-9 中，可见公式⑮、⑯等式两边的真值表对应值相等，所以等式成立，公式正确。

表 1-9 例 1-3 表

A	B	$\overline{AB}$	$\overline{A}+\overline{B}$	$\overline{A+B}$	$\overline{A}\cdot\overline{B}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	0	0

这个公式叫反演律，也叫德·摩根定律。利用它可以方便地对已知的与函数及或函数求反。相当于“把非从中间剪断，加变乘、乘变加”。

1.3.2 常用公式

利用表 1-8 中的基本公式，可以推演出常用公式见表 1-10。现将表 1-10 的公式证明如下。

表 1-10 常用公式

⑱ $A+AB=A$
⑲ $A\overline{B}+AB=A$
⑳ $A+\overline{A}B=A+B$
㉑ $AB+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C$ 推论 $AB+\overline{A}C+BCD=AB+\overline{A}C$
㉒ $\overline{A\overline{B}+\overline{A}B}=AB+\overline{A}\cdot\overline{B}$

⑱
$$A+AB=A$$

证明：　$A+AB=A(1+B)=A\cdot 1=A$

它说明，在与或表达式中，若某一项是另一乘积项的因子，则该乘积项是多余的，可以消去。

⑲
$$A\overline{B}+AB=A$$

证明：　$A\overline{B}+AB=A(\overline{B}+B)=A\cdot 1=A$

可见，若两个乘积项中分别包含同一因子的原变量和反变量，而其他因子相同时，则两乘积项相加可以合并成一项，并消去互为反变量的因子。

⑳ $$A+\overline{A}B=A+B$$

证明:由公式⑩有

$$A+\overline{A}B=(A+\overline{A})(A+B)=1\cdot(A+B)=A+B$$

这说明两个乘积项相加时,如果一项取反后是另一项的因子,则该因子是多余的,可以消去。

㉑ $$AB+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C$$

证明: $$AB+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C+(A+\overline{A})BC=\underline{AB}+\underline{\underline{\overline{A}C}}+\underline{ABC}+\underline{\underline{\overline{A}BC}}$$

$$=AB(1+C)+\overline{A}C(1+B)=AB\cdot 1+\overline{A}C\cdot 1=AB+\overline{A}C$$

它说明,如果与或表达式中,两个乘积项分别包括同一因子的原变量和反变量,而两项的剩余因子恰好组成第三项,则第三项是多余的,可以消去,这一公式也称为冗余项公式。由此也可以证明公式㉑的推论也是正确的。

㉒ $$\overline{A\overline{B}+\overline{A}B}=AB+\overline{A}\cdot\overline{B}$$

证明:由德·摩根定律有

$$\overline{A\overline{B}+\overline{A}B}=\overline{A\overline{B}}\cdot\overline{\overline{A}B}=(\overline{A}+B)(A+\overline{B})=\overline{A}\cdot\overline{B}+AB$$

即 $$\overline{A\oplus B}=A\odot B$$

同理 $$\overline{A\odot B}=A\oplus B$$

说明异或与同或互为取反的关系。

1.3.3 逻辑代数的基本运算规则

1. 代入规则

将等式两边同时出现的某一变量都以一个相同的逻辑函数代入,则等式仍然成立,这一规则称为代入规则。

利用代入规则可以扩大等式的应用范围,很多基本公式都可以由两变量或三变量推广到多变量的形式。如德·摩根定律:

⑮ $\overline{AB}=\overline{A}+\overline{B}$, ⑯ $\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$

若将 B=BC 代入公式⑮,B=B+C 代入公式⑯,有

$$\overline{A(BC)}=\overline{A}+\overline{BC}=\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$$

$$\overline{A+(B+C)}=\overline{A}\cdot\overline{B+C}=\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}$$

则得到三变量的德·摩根定律。

2. 反演规则

对于任何一个逻辑式 Y,如果将其中所有的逻辑乘换成逻辑加,即“·”变为“+”;逻辑加换成逻辑乘,即“+”变为“·”;“0”换成“1”,“1”换成“0”;原变量换成反变量,反变量换成原变量,就可得到函数 Y 的反函数 $\overline{Y}$,这一规则称为反演规则。它为求反函数提供了方便。

在使用反演规则时必须遵守“先括号、然后乘、最后加”的运算顺序。注意两个变量以上的反号要保留。

【例 1-4】 求函数 $Y=(A\overline{B}+C)\overline{CD}$ 的反函数。

解 根据反演规则,有

$$\overline{Y}=(\overline{A}+B)\cdot\overline{C}+\overline{\overline{C}+\overline{D}}=\overline{A}\cdot\overline{C}+B\cdot\overline{C}+C\cdot D$$

3. 对偶规则

对于任何一个逻辑式 Y,如果将其中所有的"·"变为"+","+"变为"·";"0"换成"1","1"换成"0",保持原来的运算顺序,且各变量形式保持不变,则得到新的逻辑式 Y'为 Y 的对偶式。

可以证明,若两个逻辑式相等,它们的对偶式也必定相等,这就是对偶规则。运用对偶规则可使要证明的公式量大大减少。如表 1-8 中的公式①和②、③和④、⑤和⑥、⑦和⑧、⑨和⑩、⑪和⑫、⑬和⑭、⑮和⑯均是互为对偶式。若表 1-8 中左边的等式成立,则右边的等式也一定成立。

【例 1-5】 用对偶规则求证 A(A+B)=A。

证明:由于左边的对偶式为 A+AB,右边的对偶式为 A。由公式⑱有

$$A+AB=A$$

根据对偶规则,就有

$$A(A+B)=A$$

1.4 公式法化简逻辑函数

1.4.1 逻辑函数表达式的标准形式和最简式含义

一个逻辑函数确定以后,其真值表是唯一的,但其函数式的表达形式却有多种形式。因为不管哪种表达形式,对同一个逻辑函数而言所表达的逻辑功能是一致的,各种表达式可以互相转换。表达式的形式一般有 8 种。

如对于 A、B 的异或,有:

$$\begin{aligned} Y &= A\bar{B}+\bar{A}B && \text{(与或式)(积之和)} \\ &= \overline{\overline{A\bar{B}+\bar{A}B}} && \text{(两次取反)} \\ &= \overline{\overline{A\bar{B}}\cdot\overline{\bar{A}B}} && \text{(与非-与非式)} \\ &= \overline{(\bar{A}+B)(A+\bar{B})} && \text{(或-与非式)} \\ &= \overline{\bar{A}+B}+\overline{A+\bar{B}} && \text{(或非-或式)} \end{aligned}$$

A、B 的异或也即同或的非,可表示为:

$$\begin{aligned} Y &= \overline{AB+\bar{A}\bar{B}} && \text{(与或非式)} \\ &= \overline{AB}\cdot\overline{\bar{A}\bar{B}} && \text{(与非-与式)} \\ &= (\bar{A}+\bar{B})(A+B) && \text{(或与式)} \\ &= \overline{\overline{(\bar{A}+\bar{B})(A+B)}} && \text{(两次取反)} \\ &= \overline{\overline{\bar{A}+\bar{B}}+\overline{A+B}} && \text{(或非-或非式)} \end{aligned}$$

与非-与非式可用单一的与非门实现,与或非式可直接用一个与或非门实现,或非-或非式可用单一的或非门实现。

前面讨论的式(1-4)和式(1-5),都表示同一逻辑关系。显然,依据式(1-5)要比依据

式(1-4)来实现,所用的逻辑门要少,连线也少,即更简单。为使实现的逻辑电路最简,需要将逻辑表达式化为最简式。最简式的表达形式有多种,常用的有最简与或式和最简或与式两种。最简与或式指的是乘积项(与项)的个数最少,每个乘积项中变量(因子)的个数也最少;最简或与式是指相乘的或式最少,每个或式中相或的变量最少。在此主要讨论与或式及其化简。常用的化简方法有两种:公式法和卡诺图法,在此先讨论公式法化简。

1.4.2 常用的公式法化简方法

公式法化简就是反复使用逻辑代数的公式和定理,消去逻辑式中多余的乘积项和多余的因子。常用的化简方法见表 1-11。代数法化简没有固定的方法可循,能否得到满意的结果,与掌握公式的熟练程度和运用技巧有关。

表 1-11 常用的公式法化简方法

方法名称	所用公式	说明
并项法	$A\overline{B}+AB=A$	将两项合并为一项,并消去一个因子
吸收法	$A+AB=A$	将多余的乘积项吸收掉
消去法	$A+\overline{A}B=A+B$ $AB+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C$	① 消去乘积项中多余的因子 ② 消去多余的项
配项法	$A+\overline{A}=1$ $A\cdot\overline{A}=0 \quad A+A=A$	① 用该式乘某一项,可使其变为两项,再与其他项合并化简 ② 用该式在原式中配重复项或互补项,再与其他项合并化简
说明:根据代入规则,A、B 也可以是一个逻辑式		

在化简较复杂的逻辑函数时,往往要灵活、交替、综合地利用多个基本公式和多种方法才能得到最简的结果。下面通过几个例子加以说明。

【例 1-6】化简逻辑函数 $Y=A\overline{B}C+\overline{A}BC+AB\overline{C}+ABC$。

解 观察可知,式中前三项都可单独和第四项合并成为一项,并消去一个因子。为此,配出两个第四项,以便用并项法。

$$
\begin{aligned}
Y&=A\overline{B}C+\overline{A}BC+AB\overline{C}+ABC\\
&=A\overline{B}C+\underline{\overline{A}BC}+\underline{AB\overline{C}}+ABC+\underline{ABC}+\underline{ABC} \qquad \text{(配项 ABC)}\\
&=AC(\overline{B}+B)+BC(\overline{A}+A)+AB(\overline{C}+C)\\
&=AC+BC+AB \qquad \text{(互补律)}
\end{aligned}
$$

【例 1-7】化简逻辑函数 $Y=A+\overline{\overline{A}\,\overline{BC}}(B+\overline{\overline{C}D+E})+BC$。

解 观察可知,式中第二项比较复杂,应先将其简化。

$$
\begin{aligned}
Y&=A+\overline{\overline{A}\,\overline{BC}}(B+\overline{\overline{C}D+E})+BC\\
&=A+(\overline{\overline{A}}+\overline{\overline{BC}})(B+\overline{\overline{C}D+E})+BC \qquad \text{(德·摩根定律}\overline{AB}=\overline{A}+\overline{B}\text{)}\\
&=(A+BC)+(A+BC)(B+\overline{\overline{C}D+E}) \qquad \text{(还原律 }\overline{\overline{A}}=A\text{)}\\
&=A+BC \qquad \text{(吸收法 }A+AB=A,A+BC\text{ 看成 }A\text{)}
\end{aligned}
$$

【例 1-8】化简逻辑函数 $Y=ACE+\overline{A}BE+\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}+BE\overline{C}+DE\overline{C}+\overline{A}E$。