



全国硕士研究生 入学统一考试

管理类专业学位联考 综合能力考试大纲解析

(2011年版)

本书编写组



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

全国硕士研究生入学统一考试
管理类专业学位联考
综合能力考试大纲解析

Quanguo Shuoshi Yanjiusheng Ruxue Tongyi Kaoshi
Guanlilei Zhuanye Xuewei Liankao
Zonghe Nengli Kaoshi Dagang Jiexi

(2011 年版)

本书编写组



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

图书在版编目(CIP)数据

全国硕士研究生入学统一考试管理类专业学位联考
综合能力考试大纲解析:2011年版/《全国硕士研究生
入学统一考试管理类专业学位联考综合能力考试大纲
解析》编写组编. —北京:高等教育出版社,2010.9

ISBN 978-7-04-030589-0

I. ①全… II. ①全… III. ①工商管理-研
究生-入学考试-自学参考资料②公共管理-研究生-
入学考试-自学参考资料③会计学-研究生-入学考
试-自学参考资料 IV. ①F203.9②D035③F230

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第155812号

策划编辑	刘佳	责任编辑	何新权	封面设计	王凌波
版式设计	王莹	责任校对	杨雪莲	责任印制	陈伟光

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120

经 销 蓝色畅想图书发行有限公司
印 刷 北京市鑫霸印务有限公司

开 本 787×1092 1/16
印 张 24
字 数 650 000

购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
畅想教育 <http://www.widedu.com>

版 次 2010年9月第1版
印 次 2010年9月第1次印刷
定 价 46.00元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 30589-00

出版前言

高等教育出版社出版的2011年考研大纲、考试分析、大纲解析、名师导学、全国考研辅导班系列权威用书,以考研学生的特点和需求为出发点,融合了教学、命题、考研辅导等领域的专家、学者和优秀教师的多年经验和研究成果,内容完全切中考研大纲的考点,阐述准确、精炼、重点突出,而且各系列书在编写时吸取了各届考生的意见和建议,对考生来说是非常权威、实用的考试参考书。

一、《全国硕士研究生入学统一考试英语(二)考试大纲(非英语专业)(2011年版)》

本书规定了2011年全国硕士研究生入学考试英语(二)的考试范围、考试要求、考试形式、试卷结构等,与2010年版相比,2011年版作了一定程度的修订。它既是2011年全国硕士研究生入学统一考试英语(二)考试命题的唯一依据,也是考生复习备考必不可少的工具书。

二、《全国硕士研究生入学统一考试管理类专业学位联考考试大纲(2011年版)》

本书规定了2011年全国硕士研究生入学统一考试管理类的考试范围、考试要求、考试形式、试卷结构等,与2010年版相比,2011年版作了一定程度的修订。它既是2011年全国硕士研究生入学统一考试管理类联考命题的唯一依据,也是考生复习备考必不可少的工具书。

三、《全国硕士研究生入学统一考试英语(二)考试大纲解析(非英语专业)(2011年版)》

本书由考研命题专家根据全面调整后的2011年考研英语(二)考试大纲编写,以权威、精准、实用为目标,帮助考生全面了解、准确掌握大纲对词汇、语法和各种题型的考查要求,并列举大量真题和模拟试题对考研英语知识运用、阅读理解、英译汉和写作等部分进行深入分析,给出考查要点和解题思路及答题方法,指导考生进行系统、扎实、高效地复习,最大限度地节省考生复习时间。此书语言凝练,内容准确,表述规范,篇幅适当,可贯穿复习始终,前期用于全面了解考研英语(二)的考试要点,是基础复习的首选;后期用来有针对性地做题,查缺补漏。

四、《全国硕士研究生入学统一考试管理类专业学位联考考试大纲解析(2011年版)》

本书根据教育部制定的《全国硕士研究生入学统一考试管理类专业学位联考考试大纲(2011年版)》的要求和最新精神,深入研究上一年考研管理学联考命题的特点及动态,并结合考生复习的阶段性特点和大纲规定的考点编写。编写时,作者特别注重与学生的实际相结合,注重与考研的要求相结合。本书由三个部分组成,包括数学基础、逻辑基础和写作。其中各部分包括以下内容:1.大纲的考试要求和考查内容详解。对大纲所要求的知识点进行了全面、准确地阐述,以加深考生对基本概念和原理等重点内容的理解和正确应用。本部分讲解考点明确、重点突出、层次清晰、简明实用。2.例题与精典习题。优化设计与大纲考点相关的同步训练题供考生选用,通过学练结合,使考生更好地巩固所学知识,提高实战能力。

为了给考生提供更多的增值服务,凡购买正版全国考研辅导班系列用书的考生都可以登录“中国教育考试网”www.eduexam.com.cn在线做考研全真模拟试卷。

高等教育出版社

2010年8月

目 录

第一部分 数学基础

预备知识 条件充分性判断	1	参考答案	81
第一编 算术	3	第三编 几何	82
第一章 整数	3	第一章 平面图形	82
第二章 分数	6	第二章 空间几何体	95
第三章 比和比例	10	第三章 解析几何	98
第四章 数轴与绝对值	14	练习题	108
练习题	18	参考答案	118
参考答案	23	第四编 数据分析	119
第二编 代数	24	第一章 计数原理	119
第一章 代数式与函数	24	第二章 数据描述	128
第二章 方程与不等式	40	第三章 概率	135
第三章 数列	63	练习题	143
练习题	77	参考答案	151

第二部分 逻辑基础

第一编 推理和论证的基础概念	153	第一章 知识型逻辑试题的分类及解题技巧	260
第一章 管理类联考逻辑的基础知识	153	第二章 能力型逻辑试题的分类及解题技巧	285
第二章 推理的基础知识	169		
第三章 论证的基础知识	229		
第二编 逻辑试题的类型及解题技巧	260		

第三部分 写 作

上编 论证有效性分析	294	下编 论说文	322
第一章 文体简介	294	第一章 文体简介	322
第二章 真题解析及参考范文	298	第二章 历年真题及参考范文	323
第三章 精选习题	318	第三章 审题立意	339

附录	353		
2010 年全国硕士研究生入学统一考试管理类专业学位联考综合能力试题与解析	353		

第一部分 数学基础

综合能力考试中的数学基础部分主要考查考生的运算能力、逻辑推理能力、空间想象能力和数据处理能力,通过问题求解和条件充分性判断两种形式来测试.

预备知识 条件充分性判断

第一节 充分条件

定义 如果条件 A 成立,那么就可以推出结论 B 成立,即 $A \Rightarrow B$. 这时就说 A 是 B 的充分条件.

若 A 是 B 的充分条件,即 A 具备了使 B 成立的充分性. 若 $A \nRightarrow B$,则说 A 不是 B 的充分条件,即 A 不具备使 B 成立的充分性.

例如: A 为 $x > 0$, B 为 $x^2 > 0$. 由 $x > 0 \Rightarrow x^2 > 0$. 此时, $A \Rightarrow B$, 但 $B \nRightarrow A$.

即 $x > 0$ 是 $x^2 > 0$ 的充分条件, $x^2 > 0$ 不是 $x > 0$ 的充分条件.

第二节 条件充分性判断

“条件充分性判断”题目的结构是:前面是结论或大前提加上结论,后面则是条件(1)与条件(2).

条件充分性判断要求判断所给出的条件能否充分支持题干中陈述的结论(而不必考虑条件是否表示必要). 阅读题中的条件(1)和(2)然后选择:

- A. 条件(1)充分,但条件(2)不充分.
- B. 条件(2)充分,但条件(1)不充分.
- C. 条件(1)和(2)单独都不充分,但联合起来充分.
- D. 条件(1)充分,条件(2)也充分.
- E. 条件(1)和(2)单独都不充分,联合起来也不充分.

例 0.1 方程 $x^2 - 5x - 6 = 0$ 成立.

- (1) $x = -1$ (2) $x = 6$

【答案】 D

【解法一】 条件(1)中, $x = -1$, $(-1)^2 - 5 \times (-1) - 6 = 0$, 因而条件(1)充分.

条件(2)中, $x = 6$, $6^2 - 5 \times 6 - 6 = 0$, 因而条件(2)充分. 故选 D.

【解法二】 由 $x^2 - 5x - 6 = 0$ 知 $x_1 = -1$, $x_2 = 6$, 即条件(1)和(2)单独都充分, 故选 D.

从逻辑上讲,条件充分性判断的解题方法可以从条件入手(条件(1)、条件(2)或条件(1)和(2)联合起来),推导出结论,如上例解法一. 也可以从结论下手,寻找使结论成立的条件,即寻找使结论成立的充要条件或充分条件,一直找到条件(1)、条件(2)或条件(1)和(2)联合起来的关系,如上例解法二. 对于比较复杂的题,还可以同时从条件和结论切入,寻找它们之间的关系,如下例.

例 0.2 等式 $\frac{a-b}{b-c} = \frac{a}{c}$ 成立.

(1) a, b, c 互不相等且它们的倒数成等差数列.

(2) $a : b = 1 : \frac{2n}{m+n}, \quad b : c = \frac{2m}{m+n} : 1.$

【答案】 A

【解】 要使等式 $\frac{a-b}{b-c} = \frac{a}{c}$ 成立, 只需 $c(a-b) = a(b-c)$, 且 $c \neq 0, b \neq c$, 即 $ac - bc = ab - ac, 2ac = ab + bc$.

条件(1)中, 有 $\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{2}{b}$, 去分母 $bc + ab = 2ca, c \neq 0, b \neq c$, 知条件(1)充分.

条件(2)中, 由 $a : b = 1 : \frac{2n}{m+n}$, 有 $\frac{b}{a} = \frac{2n}{m+n}$; 由 $b : c = \frac{2m}{m+n} : 1$, 有 $\frac{b}{c} = \frac{2m}{m+n}, \frac{b}{a} + \frac{b}{c} = \frac{2n}{m+n} + \frac{2m}{m+n} = 2$,

$\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{2}{b}$, 虽然得到了条件(1)中的等式, 但由于不能保证 $b \neq c$, 得不出条件(2)充分的结论.

实际上只要令 $a = b = c = 1, m = n$, 知条件(2)不充分. 故选 A.

例 0.3 $3 \leq x \leq 7$.

(1) $x - 1 \geq 2$ (2) $x + 2 < 9$

【答案】 E

【解】 由条件(1), $x \geq 3$; 由条件(2), $x < 7$, 显然条件(1)和(2)单独都不充分.

条件(1)和(2)联合起来, 求它们的交集, 得到 $3 \leq x < 7$, 即联合起来也不充分. 故选 E.

例 0.4 $ab^2 < cb^2$.

(1) 实数 a, b, c 满足 $a + b + c = 0$. (2) 实数 a, b, c 满足 $a < b < c$.

【答案】 E

【解】 令 $a = -1, b = 0, c = 1$, 知条件(1)和(2)单独都不充分, 联合起来也不充分. 故选 E.

例 0.5 方程 $\sqrt{x-p} = x$ 有不相等的正根.

(1) $p < \frac{1}{4}$ (2) $p \geq 0$

【答案】 E

【解】 令 $p = 0$, 即符合条件(1)又符合条件(2), 此时方程变为 $\sqrt{x} = x$, 两根 $x_1 = 1, x_2 = 0$. 不符合结论要求. 条件(1)和(2)单独都不充分, 联合起来也不充分. 故选 E.

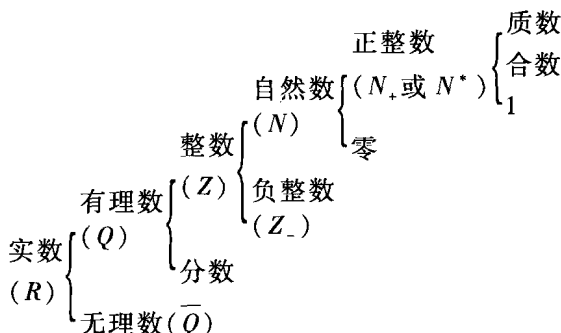
条件充分性判断问题的解决过程本质上即是判断以下三个命题的真伪: 在大前提满足的情况下, 条件(1)成立, 则题干中结论成立; 条件(2)成立, 则题干中结论成立; 条件(1)条件(2)联合起来成立, 则题干中结论成立.

第一编 算 术

第一章 整 数

第一节 实数及其运算

一、实数分类



有理数是能表示为 $\frac{n}{m}$ ($n \in Z, m \in Z_+$) 形式的数. 有理数包括整数、有限小数和无限循环小数. 有理数的和、差、积、商 (分母 $\neq 0$) 仍是有理数.

无理数指无限不循环小数. 如 $\sqrt{2}$ 、 π .

二、实数的运算

1. 四则运算

实数的加、减、乘、除四则运算符合加法和乘法运算的交换律、结合律和分配律.

表 1-1

两实数	相加		相乘	
	同号	异号	同号	异号
绝对值	相加	相减	相乘	相乘
符号	不变	与绝对值大者相同	正	负

2. 乘方运算

$a \in R, n \in N_+, a^n = \overbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}^{n \text{ 个}}; \text{ 当 } a \in R, a \neq 0, n \in N_+ \text{ 时, } a^0 = 1, a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$

负实数的奇数次幂为负数; 负实数的偶数次幂为正数.

3. 开方运算

在实数范围内, 负实数无偶次方根; 0 的偶次方根是 0; 正实数的偶次方根有两个, 它们互为相反数 (其中正的偶次方根称为算术根).

当 $n \in Z, m \in N_+, m \geq 2, a > 0$ 或 $a \leq 0$ 在运算有意义时, 规定有 $a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}.$

定义 1.1 正数正的方根叫算术根, 零的算术根是零.

性质: (1) $\sqrt{a}$ 是非负数: $\sqrt{a} \geq 0, a \geq 0.$

(2) 实数平方的算术平方根等于绝对值: $a \in R, \sqrt{a^2} = |a|$.

(3) 积商的算术根: $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b} (a \geq 0, b \geq 0)$; $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} (a \geq 0, b > 0)$.

(4) 被开方数差为 1 的两算术平方根和与差互为倒数: $(\sqrt{a+1} + \sqrt{a})(\sqrt{a+1} - \sqrt{a}) = 1$.

(5) 重根式: $\sqrt{A \pm 2\sqrt{B}} = \sqrt{x} \pm \sqrt{y} (x > y > 0, x+y=A, xy=B)$.

三、范例解析

例 1.1.1 问题求解

$\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$ 的整数部分为 α , 小数部分为 β , 则 $\alpha\beta = (\quad)$.

A. 0 B. -2 C. $\sqrt{5}-1$ D. $-\sqrt{5}-1$ E. $\sqrt{5}$

【答案】 C

【解】 $\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1} = \frac{6+2\sqrt{5}}{4} = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}, 1 < \frac{\sqrt{5}}{2} < \frac{3}{2}, 2 < \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1} < 3$, 因此, $\alpha = 2, \beta = \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1} - 2 = \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}, \alpha\beta =$

$$2 \times \left(\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2} \right) = \sqrt{5} - 1.$$

第二节 整数

一、整数

整数包括正整数、零和负整数.

二、整除、公倍数、公约数

定义 1.2 设对任意的 $a, b \in Z$, 且 $b \neq 0$. 若存在 $p \in Z$, 使得 $a = pb$ 成立, 则称 b 整除 a , 或 a 能被 b 整除, 记作 $b|a$, 此时把 b 叫做 a 的约数(因数), 把 a 叫做 b 的倍数. 几个整数公有的约数(倍数)叫这几个整数的公约数(公倍数), 其中最大(小)的叫它们的最大公约数(最小公倍数).

两个正整数的最大公约数和最小公倍数之积等于这两个数之积.

定义 1.3 公约数只有 1 的两个整数叫做互质数, 简称互质. 例如: 16 与 27.

定义 1.4 设 $a, b \in Z$, 且 $b > 0$, 则存在 $p, r \in Z$, 使得 $a = bp + r, 0 \leq r < b$ 成立, 而且 p, r 都是唯一的. p 叫做 a 被 b 除所得的商, r 叫做 a 被 b 除所得到的余数.

末位为 2(或 5)倍数的整数能被 2(或 5)整除; 末两位为 4(或 25)倍数的整数能被 4(或 25)整除; 末三位为 8(或 125)倍数的整数能被 8(或 125)整除.

各位数字之和能被 3(或 9)整除的整数能被 3(或 9)整除.

三、奇数与偶数

整数可分为奇数与偶数.

$$\text{整数} \begin{cases} \text{奇数: } 2n-1 \\ \text{偶数: } 2n \end{cases} \quad (n \in Z)$$

四、质数与合数

定义 1.5 如果一个大于 1 的整数, 只能被 1 和它本身整除, 那么这个正整数叫做质数(或素数). 例如: 2, 3, 5, 7, ... 一个大于 1 的正整数, 除了能被 1 和本身整除外, 还能被其他正整数整除, 这样的正整数叫做合数. 例如: 4, 6, 9, ...

质数与合数属于对正整数的分类.

五、范例解析

例 1.1.2 问题求解

1. 三个质数之积恰好等于它们和的 5 倍,则这三个质数之和为().

A. 11 B. 12 C. 13 D. 14 E. 15

【答案】 D

【解】 设三个质数为 a, b, c , 则 $abc = 5(a+b+c)$. a, b, c 三个质数中必有一个是 5, 不妨设 $c = 5$. 则

$$ab = a+b+5, b = \frac{a+5}{a-1} = \frac{a-1+6}{a-1} = 1 + \frac{6}{a-1}.$$

要使 b 是质数, $a-1$ 必须是 6 的正约数, 即取 1、2、3、6.

表 1-2

$a-1$	1	2	3	6
a	2	3	4(舍)	7
b	7	4(舍)		2

三个质数为 2, 5, 7, 这三个质数之和为 14.

本例解法中, $b = \frac{a+5}{a-1} = 1 + \frac{6}{a-1}$ 的变形属于分离常数法, 它的作用在于将分子分母都含有变量的复杂问题转化为常数加上一个仅在分母含有变量的分数. 有关一次函数商的问题往往都可以用分离常数法解决.

2. 有一个四位数, 它被 131 除余 13, 被 132 除余 130, 则此数的各位数字和为().

A. 23 B. 24 C. 25 D. 26 E. 27

【答案】 C

【解】 $l = 131k + 13 = 132r + 130 (k \in \mathbb{Z}, r \in \mathbb{Z}), k = \frac{132r + 117}{131} = r + \frac{r + 117}{131}$.

令 $r + 117 = 131m (m \in \mathbb{Z}), r = 131m - 117$. 取 $m = 1$, 此时有 $r = 14$.

$$l = 132 \times 14 + 130 = 1978.$$

本例中 $131k + 13 = 132r + 130$, 一个方程含有两个未知数一般不能求解(前面的二元一次方程就有无穷多组解), 但未知数都是整数, 属于不定解方程的整数解. 上面的解题过程就是求一次不定解方程的整数解一般方法. 要注意的是需用含系数绝对值较大的未知数去表示另一个未知数(即系数绝对值较小的未知数), 然后再施以上面的变形来解决问题.

例 1.1.3 条件充分性判断

$a+b+c+d+e$ 的最大值是 133.

(1) a, b, c, d, e 是大于 1 的自然数, 且 $abcde = 2700$.

(2) a, b, c, d, e 是大于 1 的自然数, 且 $abcde = 2000$.

【答案】 B

【解】 条件(1)中, 有 $2700 = 2^2 \times 3^3 \times 5^2$. 要使 $a+b+c+d+e$ 取得最大值, 将 $2^2 \times 3^3 \times 5^2$ 分解为五个因数 a, b, c, d, e 时, 就要使得 a, b, c, d, e 五个因数中有一个因数尽可能的大($3 \times 5^2 = 75$), 即其余四个因数尽可能取最小(2, 2, 3, 3). 因此, $a+b+c+d+e$ 的最大值是 $2+2+3+3+75 = 85$. 知条件(1)不充分.

条件(2)中, 有 $2000 = 2^4 \times 5^3$. $a+b+c+d+e$ 的最大值是 $2+2+2+2+125 = 133$. 知条件(2)充分.

第二章 分 数

第一节 分数

一、分数的基本性质

分数的分子、分母同乘以一个非零常数,分数的值不变:

二、最简分数

定义 1.6 分子、分母的最大公约数是 1 的分数叫做最简分数(既约分数).

三、范例解析

例 1.2.1 问题求解

1. 将价值 200 元的甲原料与价值 480 元的乙原料配成一种新原料. 若新原料每千克的售价分别比甲、乙原料每千克的售价少 3 元和多 1 元,则新原料的售价是().

A. 15 元 B. 16 元 C. 17 元 D. 18 元 E. 19 元

【答案】 C

【解】 设新原料的售价是 x 元. 由题意有表 1-3 和下式:

表 1-3

	甲原料	乙原料	新原料
价值	200	480	680
每千克的售价	$x+3$	$x-1$	x

$$\frac{200}{x+3} + \frac{480}{x-1} = \frac{680}{x}$$

$5x(x-1)+12x(x+3)=17(x+3)(x-1), 3x=51$. 解得 $x=17$.

2. 有 5 个最简正分数的和为 1, 其中的三个分数是 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{7}$ 、 $\frac{1}{9}$, 其余两个分数的分母为两位整数, 且这两个分母的最大公约数是 21, 则这两个分数的积的所有不同值的个数为().

A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个 E. 无数多个

【答案】 C

【解】 $1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} \right) = 1 - \frac{37}{63} = \frac{26}{63} = \frac{a}{21m} + \frac{b}{21n} = \frac{an+bm}{21mn}$ ($a \in N_+, b \in N_+$).

因为 $\frac{a}{21m}$ 与 $\frac{b}{21n}$ 都是最简正分数, 所以 a 与 21 互质, b 与 21 互质.

$1 \leq m, n \leq 4, m, n \in Z, 21mn=63, mn=3$, 不妨设 $m=1, n=3$, 其余两个分母为 21, 63.

设其余两个分数为 $\frac{a}{21}$ 与 $\frac{b}{63}$, 则 $3a+b=26, 1 < 3a < 26, \frac{1}{3} < a < \frac{26}{3}, 1 \leq a \leq 8$. 因为 a 与 21 互质, 所以 a 不能取 3、6、7, 如表 1-4 所示.

表 1-4

a	1	2	4	5	8
b	23	20	14	11	2

续表					
分数	$\frac{1}{21}$ 与 $\frac{23}{63}$	$\frac{2}{21}$ 与 $\frac{20}{63}$	舍	$\frac{5}{21}$ 与 $\frac{11}{63}$	$\frac{8}{21}$ 与 $\frac{2}{63}$
分数积	$\frac{23}{1\ 323}$	$\frac{40}{1\ 323}$		$\frac{55}{1\ 323}$	$\frac{16}{1\ 323}$

因为 b 与 63 互质,因此 b 不能取 14. 这两个分数的积有四个不同值.

例 1.2.2 条件充分性判断

1. 一件含有 25 张一类贺卡和 30 张二类贺卡的邮包的总重量(不计包装重量)为 700 克.

(1) 一张一类贺卡的重量是一张二类贺卡重量的 3 倍

(2) 一张一类贺卡与两张二类贺卡的总重量是 $\frac{100}{3}$ 克

【答案】 C

【解】 设一类贺卡和二类贺卡的重量分别为 x 克和 y 克.

条件(1)中,令 $x=30$ 克和 $y=10$ 克,一件含有 25 张一类贺卡和 30 张二类贺卡的邮包的总重量为 $25\times30+30\times10=1\ 050$ 克,条件(1)不充分.

条件(2)中,令 $x=\frac{10}{3}$ 克和 $y=30$ 克,一件含有 25 张一类贺卡和 30 张二类贺卡的邮包的总重量为 $25\times\frac{10}{3}+30\times30=\frac{2\ 950}{3}$,条件(2)不充分.

将条件(1)和条件(2)联合起来,如表 1-5 所示.

表 1-5

	张数	一张重量	总重量
一类贺卡	25	$x=3y=20$	$25\times20=500$
二类贺卡	30	$y=\frac{20}{3}$	$30\times\frac{20}{3}=200$
总计			700

将 $x=3y$ 代入 $x+2y=\frac{100}{3}$ 中得 $y=\frac{20}{3}$ 克, $x=20$ 克.

一件含有 25 张一类贺卡和 30 张二类贺卡的邮包的总重量为:

$$25\times20+30\times\frac{20}{3}\text{克}=700\text{克}.$$

即条件(1)和条件(2)联合起来充分.

2. 本学期,某大学的 a 个学生,或者付 x 元的全额学费或者付半额学费. 付全额学费的学生所付的学费占这 a 个学生所付学费总额的比率是 $\frac{1}{3}$.

(1) 在这 a 个学生中 20% 的人付全额学费 (2) 这 a 个学生本学期共付 9 120 元学费

【答案】 A

【解】 条件(1)中,

表 1-6

	人数	每人应付学费	共付学费
付全额学费学生	$\frac{a}{5}$	x	$\frac{ax}{5}$
付半额学费学生	$\frac{4a}{5}$	$\frac{x}{2}$	$\frac{4a}{5} \times \frac{x}{2} = \frac{2ax}{5}$

付全额学费的学生所付的学费与付半额学费的学生所付学费之比为 $\frac{ax}{5} \div \frac{2ax}{5} = \frac{1}{2}$.

因此,付全额学费的学生所付的学费占这 a 个学生所付学费总额的比率是 $\frac{1}{3}$. 条件(1)充分.

条件(2)中,设这 a 个学生全部付半额学费,付半额学费的学生所付的学费为 9 120 元;付全额学费的学生所付的学费为 0,付全额学费的学生所付的学费占这 a 个学生所付学费总额的比率是 0,条件(2)不充分.

第二节 小数

一、纯循环小数化分数

一个循环节做分子,分母是若干个 9(个数和一个循环节的有效数字个数相同). 如 $0.\dot{2}17 = 0.217217217\cdots = \frac{217}{999}$.

二、范例解析

例 1.2.3 条件充分性判断

10^k 除以 m 的余数为 1 ($k \in Z$).

- (1) $\frac{n}{m}$ 是最简分数 (2) $\frac{n}{m}$ 可以化为小数部分为一个循环节有 k 位数字的纯循环小数

【答案】 C

【解】 条件(1)中,令 $n=3, m=10, 10^k$ 除以 10 余数为 0.

条件(2)中,令 $n=8, m=54, \frac{n}{m} = \frac{8}{54} = 0.\dot{1}48 = 0.148148148\cdots$, 此时 $k=3, 10^k = 1\ 000$ 除以 $m=54$ 的余数为 28.

条件(1)和(2)联合起来, $m = \overbrace{99\cdots 9}^{k\text{个}}, 10^k = \overbrace{100\cdots 0}^{k\text{个}}, 10^k$ 除以 m 的余数为 1.

条件(1)和(2)单独都不充分,但联合起来充分. 故选 C.

第三节 百分数

一、百分数指分母为 100 的分数. 增长率问题往往用百分数表示.

二、范例解析

例 1.2.4 问题求解

1. 若用浓度分别为 30% 和 20% 的甲、乙两种食盐溶液配成浓度为 24% 的食盐溶液 500 克,则甲、乙两种溶液应各取().

- A. 180 克和 320 克 B. 185 克和 315 克 C. 190 克和 310 克

D. 195 克和 305 克

E. 200 克和 300 克

【答案】 E

【解】 设甲、乙两种食盐溶液分别取 x 克和 y 克,由题意有

$$\begin{cases} \frac{3}{10}x + \frac{2}{10}y = \frac{24}{100} \times 500 & \text{①} \\ x + y = 500, y = 500 - x & \text{②} \end{cases}$$

②代入①:

$$\frac{3}{10}x + \frac{1}{5}(500 - x) = 120.$$

解得 $x = 200, y = 300$.

2. 甲、乙两商店某种商品的进货价格都是 200 元,甲店以高于进货价格 20% 的价格出售,乙店以高于进货价格 15% 的价格出售,结果乙店的售出件数是甲店的 2 倍,扣除营业税后乙店的利润比甲店多 5 400 元.若设营业税率为营业额的 20%,那么甲、乙两店售出该商品各为()件.

A. 450,900 B. 500,1 000 C. 550,1100 D. 600,1 200 E. 650,1 300

【答案】 D

【解】 设甲店售出该商品为 x 件.

表 1-7

	每件售价	每件进价	每件利润	件数	总利润	营业税	税后总利润
甲	240	200	40	x	$40x$	$240x \times 20\% = 12x$	$40x - 12x = 28x$
乙	230	200	30	$2x$	$60x$	$230 \times 2x \times 20\% = 23x$	$60x - 23x = 37x$

由题意有: $37x - 28x = 5\,400, x = 600$.

例 1.2.5 条件充分性判断

某人以 a 元的单价买入某种股票 b 股,第二天该股票上涨了 15%,第三天该股票却回调了 5%,临收市时他将手中的 b 股全部抛出.则他比前一日卖出少获得利润占他实际获得利润的 62%.

(1) $a = 10, b = 1\,500$ (2) $a = 9, b = 2\,000$

【答案】 D

【解】

表 1-8

	第一天	第二天	第三天
股值	ab	$(1+15\%)ab$	$(1-5\%)(1+15\%)ab$
卖出获利		$(1+15\%)ab - ab$	$(1-5\%)(1+15\%)ab - ab$

$$\begin{aligned} \frac{[(1+15\%)ab - ab] - [(1-5\%)(1+15\%)ab - ab]}{(1-5\%) \times (1+15\%)ab - ab} &= \frac{(1+15\%)ab - ab}{(1-5\%) \times (1+15\%)ab - ab} - 1, \\ &= \frac{(1+15\%) - 1}{(1-5\%) \times (1+15\%) - 1} - 1 = 62\%. \end{aligned}$$

即与 a, b 无关.

第三章 比和比例

第一节 比和比例

一、比的定义

两个数相除,又叫做这两个数的比,记作 $a:b$,即 $a:b=\frac{a}{b}$. 其中 a 叫做比的前项, b 叫做比的后

项. 若 $\frac{a}{b}$ 的商为 k ,则称 k 为 $a:b$ 的比值.

二、比的性质

$$1. a:b=k \Leftrightarrow a=kb.$$

$$2. a:b=ma:mb(m \neq 0).$$

三、比例的定义

定义 1.7 如果两个比 $a:b$ 、 $c:d$ 的比值相等,就称 a 、 b 、 c 、 d 成比例,记作 $a:b=c:d$ 或 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$,
 a 和 d 叫做比例外项, b 和 c 叫做比例内项.

当 $a:b=b:d$ 时,称 b 为 a 和 d 的比例中项,即 $b^2=ad$.

四、比例的性质

如果 $a:b=c:d$,即 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$,则有:

$$1. \text{ 比例的基本性质: } ad=bc.$$

$$2. \text{ 更比定理(互换内项或互换外项): } \frac{a}{c}=\frac{b}{d} (c \neq 0); \frac{d}{b}=\frac{c}{a} (a \neq 0).$$

$$3. \text{ 合比定理: } \frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}; \frac{a}{a+b}=\frac{c}{c+d} (a+b \neq 0, c+d \neq 0).$$

$$4. \text{ 分比定理: } \frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}; \frac{a}{a-b}=\frac{c}{c-d} (a-b \neq 0, c-d \neq 0).$$

$$5. \text{ 合分比定理: } \frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d} (a-b \neq 0, c-d \neq 0); \frac{a-b}{a+b}=\frac{c-d}{c+d} (a+b \neq 0, c+d \neq 0).$$

$$6. \text{ 等比定理: 设 } k=\frac{a}{a_1}=\frac{b}{b_1}=\cdots=\frac{c}{c_1}, \text{ 则 } \frac{a+b+\cdots+c}{a_1+b_1+\cdots+c_1}=k (a_1+b_1+\cdots+c_1 \neq 0).$$

推理:若 $k=\frac{a}{a_1}=\frac{b}{b_1}$,则 $\frac{a-b}{a_1-b_1}=k (a_1-b_1 \neq 0)$.

五、范例解析

例 1.3.1 问题求解

某人在市场上买猪肉,小贩称得肉重为 4 斤,但此人不放心,拿出一个自备的 100 克重的砝码,将肉和砝码放在一起让小贩用原称复称,结果重量为 4.25 斤,由此可知顾客应要求小贩补猪肉 () 两.

A. 3

B. 6

C. 4

D. 7

E. 8

【答案】 E

【解】 设应要求小贩补猪肉 x 斤,则有实际重量与称重成比例.

表 1-9

	第一次	第二次(整体)	第二次(砝码)
实际重量	$4-x$	$4-x+\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$
称重	4	$4\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

即 $\frac{4-x}{4} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{4}}$. 由等比定理 $\frac{x-4}{-4} = \frac{4}{5} = \frac{x}{1}$, $x=0.8$ (斤) $=8$ (两).

例 1.3.2 条件充分性判断

平面上有一组间隔距离为 a 的水平直线和一组间隔距离为 b 的竖直直线, A 是(1,4)位交叉点(即第一条水平直线和第四条竖直直线的交点), B 是(3,1)位交叉点, C 是(5,2)位交叉点, 要使得 $\angle ABC$ 是直角.

$$(1) a:b=3:4$$

$$(2) a^2:b^2=3:4$$

【答案】 B

【解】 如图 1-3-1, $|BC|^2 = (2a)^2 + b^2 = 4a^2 + b^2$, $|AB|^2 = (2a)^2 + (3b)^2 = 4a^2 + 9b^2$, $|AC|^2 = (4a)^2 + (2b)^2 = 16a^2 + 4b^2$.

$\angle ABC$ 是直角, $|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$.

$$16a^2 + 4b^2 = 4a^2 + 9b^2 + 4a^2 + b^2, 16a^2 + 4b^2 = 8a^2 + 10b^2, 8a^2 = 6b^2, a^2:b^2=3:4.$$

条件(2)充分, 但条件(1)不充分. 故选 B.

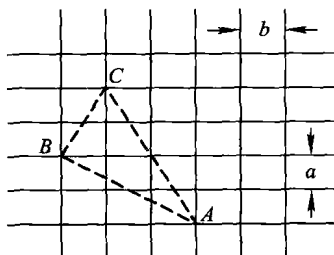


图 1-3-1

第二节 百分比

一、百分比

把比值表示成分母为 100 的分数, 这个分数就称为百分比或百分率, 如 $1:2=50\%$. $a:b=r\%$ 常表述为 a 是 b 的 $r\%$, 即 $a=b \cdot r\%$.

二、增长率问题

增长率问题中关于增加(或减少)的比值一般都用百分数来表示.

$$\text{增加的百分比} = \frac{\text{后来值} - \text{原来值}}{\text{原来值}} \times 100\%; \text{减少的百分比} = \frac{\text{原来值} - \text{后来值}}{\text{原来值}} \times 100\%.$$

三、范例解析

例 1.3.3 问题求解

1. 某浓度不同的两桶农药分别有 15 公斤和 10 公斤. 现在从两个桶中取出等量的药液倒进对方桶中, 混合后两桶的浓度恰好相同, 则交换的量为().

- A. 3 公斤 B. 4 公斤 C. 5 公斤 D. 6 公斤 E. 7 公斤

【答案】 D

【解】 设甲乙两桶分别有纯农药 a 公斤和 b 公斤, 交换的量为 x 公斤.

表 1-10

	原来		交换后	
	甲桶	乙桶	甲桶	乙桶
溶质	a	b	$a - \frac{ax}{15} + \frac{bx}{10}$	$b - \frac{bx}{10} + \frac{ax}{15}$
溶液	15	10	15	10
浓度	$\frac{a}{15}$	$\frac{b}{10}$	$\frac{a - \frac{ax}{15} + \frac{bx}{10}}{15}$	$\frac{b - \frac{bx}{10} + \frac{ax}{15}}{10}$

$$\frac{a - \frac{ax}{15} + \frac{bx}{10}}{15} = \frac{b - \frac{bx}{10} + \frac{ax}{15}}{10}, 2\left(a - \frac{ax}{15} + \frac{bx}{10}\right) = 3\left(b - \frac{bx}{10} + \frac{ax}{15}\right),$$

$$(2a-3b) - \frac{5ax}{15} + \frac{5bx}{10} = 0, (2a-3b) - \frac{2ax-3bx}{6} = 0, (2a-3b)(6-x) = 0.$$

原来浓度不同, 所以 $\frac{a}{15} \neq \frac{b}{10}$, $2a \neq 3b$, 所以 $x=6$.

溶液问题中, 溶质 = 溶液 $\times$ 浓度, 还要能够灵活运用它的各种变形.

2. 某工厂的一种产品原来的利润率(利润/成本)为 32%. 由于原材料和能源涨价, 现在成本提高了 10%, 如果出厂价不变, 利润率将降为().

- A. 22% B. 25% C. 28.8% D. 20% E. 16%

【答案】 D

【解】

表 1-11

	出厂价	成本	利润	利润率
原来	a	b	$a-b$	$\frac{a-b}{b} = 32\%, \frac{a}{b} = \frac{132}{100}$
现在	a	$\frac{11}{10}b$	$a - \frac{11}{10}b$	$\frac{a - \frac{11}{10}b}{\frac{11}{10}b} = \frac{10}{11} \frac{a}{b} - 1 = \frac{10}{11} \times \frac{132}{100} - 1 = 20\%$

3. 某集团有两个企业, 甲企业 140 人, 2008 年实现人均利税 1.2 万元, 2009 年较 2008 年人均利税增加了 10%; 乙企业有 60 人, 2008 年实现人均利税 1.5 万元, 2009 年较 2008 年人均利税增加 8%, 则该集团 2009 年的人均利税比 2008 年增加().

- A. 9.3% B. 10% C. 15% D. 12% E. 13.2%

【答案】 A

【解】