湖北省高中试用课本

数 学

SHUXUE

第 一 册

梁

湖北省高中试用课本
数　学
第一册
武汉市中小学教材编写组编
湖北省中小学教学教材研究室校订
*
湖北人民出版社出版　湖北省新华书店发
宜昌市新华印刷厂印刷
1978年7月第1版　1978年7月第1次印刷
统一书号：K7106·1391　定价：0.33元

说　明

这册教材是委托武汉市教育局组织力昮编写的，黄石市教育局也派人参加了编写工作。经我室校订，供我省高中一年级上学期使用。

湖北省中小学教学教材研究室

一九七八年三月

湖北省高中试用课本《数学》第一册

目　录

第一章　一元一次不等式

第一节　不等式

一　不等式　看下百的式子：

$$-7<-5,\quad 3+4>1+4,$$

$$a+2>3.$$

象这种表示不等关系的式子，叫做不等式.

练　习

（口答）在下列各方框内，填入适当的符号（“>”、“<”或“=”）：

(1) $-2\square 0$；　(2) $7+3\square 4+3$；

(3) $7\times 3\square 4\times 3$；　(4) $7\times(-3)\square 4\times(-3)$.

二　不等式的性质　下百我们来研究不等式的性质.

看不等式$7>4$：

1. 两边都加上5，结果怎样？

$$7+5>4+5.$$

2. 两边都乘以5，结果怎样？

$$7\times 5>4\times 5.$$

3. 两边都乘以-5，结果怎样？

$$7\times(-5)<4\times(-5).$$

要特别注忌3中两边同乘以“-5”，使不等号改变方向的恃况.

换一个不等式$-2<6$试一试.

不等式有下百的性质：

1．不等式的两边都加上（或减去）同一个数，不等号的方向不变；

2．不等式的两边都乘以（或除以）同一个正数，不等号的方向不变；

3．不等式的两边都乘以（或除以）同一个负数，不等号的方向改变．

想一想：如果不等式的两边都乘以零，会出现什么结果呢？

例 1 按照下列条件，写出仍能成立的不等式：

(1) $4<7$，两边都加上 -2；

(2) $7>4$，两边都减去 8；

(3) $-5<3$，两边都乘以 4；

(4) $14>-8$，两边都除以 -2．

解 (1) $4+(-2)<7+(-2)$，即 $2<5$；

(2) $7-8>4-8$，即 $-1>-4$；

(3) $-5\times4<3\times4$，即 $-20<12$；

(4) $14\div(-2)<-8\div(-2)$，即 $-7<4$．

例 2 已知 $a>b$，用不等号连结下列两式：

(1) $a-3$ 与 $b-3$；　　(2) $2a$ 与 $2b$；

(3) $-a$ 与 $-b$．

解 (1) 因为 $a>b$，两边减去 3，得，

$$a-3>b-3;$$

(2) 因为 $a>b$，两边乘以 2，得，

$$2a>2b;$$

(3) 因为 $a>b$，两边乘以 -1，得

$$-a<-b.$$

练　习

1．按照下列条件，写出仍能成立的不等式：

(1) $-7<8$，两边都加上9；$-7<8$，两边都加上-9.

(2) $5>-2$，两边都减去6；$5>-2$，两边都减去-6.

(3) $-3>-4$，两边都乘以7；$-3>-4$，两边都乘以-7.

(4) $-8<0$，两边都除以8；$-8<0$，两边都除以-8.

2．已知$a<b$，用不等号连结下列两式：

(1) $a+5$与$b+5$；　(2) $3a$与$3b$；

(3) $-5a$与$-5b$；　(4) $\frac{a}{3}$与$\frac{b}{3}$.

习 题 一

1．按照下列条件，写出仍能成立的不等式：

(1) $5>-4$，两边都加上8；

(2) $1<3$，两边都减去4；

(3) $-3<-2$，两边都乘以2；

(4) $-4<-1$，两边都乘以-3；

(5) $-14<20$，两边都除以2；

(6) $-8<-4$，两边都除以-4.

2．已知$a<b$，用不等号连结下列两式：

(1) $a+1$与$b+1$；　(2) $a-3$与$b-3$；

(3) $-3a$与$-3b$；　(4) $\frac{a}{4}$与$\frac{b}{4}$；

(5) $-\frac{a}{7}$与$-\frac{b}{7}$；　(6) $a-b$与0.

3．在下列各方框中填入不等号，使不等式成立，并说出根据的是不等式的哪一条性质：

(1) 如果$-a<5$，那么$a\ \square\ -5$；

(2) 如果$3a>6$，那么$a\ \square\ 2$.

4．说明下列不等式变形的根据是哪一条性质：

(1) 如果 $x+2>7$，那么 $x>7-2$；

(2) 如果 $3x>1-2x$，那么 $3x+2x>1$；

(3) 如果 $2x<-5$，那么 $x<-\frac{5}{2}$；

(4) 如果 $-\frac{x}{2}<3$，那么 $x>-6$.

5. 根据下列数量关系，列出不等式：

(1) x 的 $\frac{2}{3}$ 减去 5 小于 1；

(2) x 与 6 的和不小于 9；

(3) 8 与 y 的 2 倍的和是正数；

(4) a 的 3 倍与 7 的差是负数.

6. 在下列各方框中填入大于号或小于号：

(1) 当 $a>0$，　$b>0$ 时，　$ab\square 0$；

(2) 当 $a<0$，　$b>0$ 时，　$ab\square 0$；

(3) 当 $a<0$，　$b<0$ 时，　$ab\square 0$；

(4) 当 $a>0$，　$b<0$ 时，　$ab\square 0$；

(5) 当 $a>0$，　$b\square 0$ 时，　$ab>0$；

(6) 当 $a>0$，　$b\square 0$ 时，　$ab<0$.

第二节　解一元一次不等式

用炸药包进行工程爆破，如果导火索燃烧的速度是每秒 0.8 厘米，人跑开的速度是每秒 5 米，为了使点燃导火索的人能在炸药爆炸时跑到 100 米以外的安全地带，导火索的长度必须超过多少厘米？

设导火索长为 x 厘米，因为导火索每秒燃烧 0.8 厘米，x 厘米长就能燃烧 $\frac{x}{0.8}$ 秒，而人每秒能跑开 5 米，所以 $\frac{x}{0.8}$ 秒能

跑开$5\times\frac{x}{0.8}$米，这个数必须超过100米，于是我们得到一个不等式

$$\frac{5x}{0.8}>100.$$

这个不等式中含有未知数 x，且不等式的两边都是整式。我们把含有一个未知数，并且未知数的次数是一次的整式，这样的不等式叫做一元一次不等式。

象$\frac{5x}{0.8}>100$和$2x<6$，$4x-7>3$，$\frac{2y-1}{3}-y<0$等，都是一元一次不等式。

在不等式$2x<6$中，用小于3的任何一个数（如2，0，-2.5，……）代替 x，不等式都能成立。我们说，小于3的每一个数都是不等式$2x<6$的一个解，可以看出，不等式$2x<6$有无数多个解。

不等式$2x<6$的所有解的集合，就是适合$x<3$的所有 x 的值的集合，所以不等式$2x<6$所有的解可以用$x<3$来表示。我们说，不等式$2x<6$的解集是$x<3$。以后我们把一元一次不等式的解集都写成$x<a$或$x>a$的形式。

求不等式的解集的过程，叫做解不等式。

不等式的解集可以在数轴上直观地表示出来。例如：

如果不等式的解集是$x<3$，就可以用数轴上表示3的点的左边部分（这里的元圈表示不包括3这一点）来表示（图1—1）

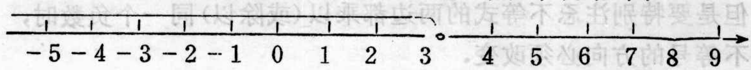

图1—1

例 1　已知 x 不小于-2，列出不等式，并在数轴上表示它的解集。

甲、乙两数的大小关系，一定是下列三种情况中的一种：

(1) 甲数大于乙数；

(2) 甲数等于乙数；

(3) 甲数小于乙数.

如果 x 不小于 -2，那么一定是 $x>-2$ 或 $x=-2$.

$x>-2$ 或 $x=-2$ 可以合写成 $x\geqslant-2$.

(记号“$\geqslant$”读作“大于或等于”，“$\leqslant$”读作“小于或等于”.)

解 x 不小于 -2 可以写成 $x\geqslant-2$.

它的解集可以用数轴上表示 -2 的点和它的右边卩分（这里的黑点表示包括 -2 这一点）来表示（图1—2）.

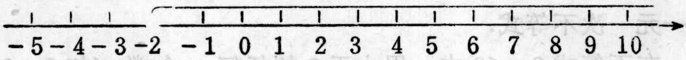

图1—2

练　习

1. 根据下列数畀关系，列出不等式：

(1) x 的 3 倍大于 1；　(2) a 与 5 的和是负数；

(3) y 与 1 的差是正数；(4) x 的一半不大于 10.

2. 在数轴上表示下列不等式的解集：

(1) $x>5$；　　(2) $x\geqslant0$；

(3) $x\leqslant3$；　　(4) $x<-2\frac{1}{2}$.

现在我们来学习解一元一次不等式.

解一元一次不等式的一般步骤，和解一元一次方程相类似，但是要特别注忌不等式的两边都乘以（或除以）同一个负数时，不等号的方向必须改变.

例 2 解不等式

$$\frac{5x}{0.8}>100.$$

解 不等式的两边都乘以 $\frac{0.8}{5}$，由不等式的性质 2，得

$$x > 100 \times \frac{0.8}{5}$$

即 $$x > 16.$$

例 3 解不等式 $3(1-x) < 2(x+9)$，并把它的解集在数轴上表示出来.

解 去括号，得

$$3-3x < 2x+18.$$

由于不等式的性质 1 和等式的性质 1 相同，所以移项法则对不等式也适用．将上式进行移项，得

$$-3x-2x < 18-3,$$

合并同类项，得

$$-5x < 15,$$

不等式的两边都除以 -5，由不等式的性质 3，得

$$x > -3.$$

这个不等式的解集可以在数轴上表示如下(图1—3)：

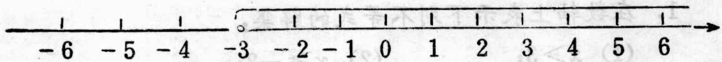

图1—3

例 4 解不等式 $\frac{2+x}{2} \geqslant \frac{2x-1}{3}$，并把它的解集在数轴上表示出来.

解 去分母，得

$$3(2+x) \geqslant 2(2x-1),$$

去括号，得

$$6+3x \geqslant 4x-2,$$

移项，得

$$3x-4x \geqslant -2-6,$$

合并同类项，得

$$-x \geqslant -8,$$

不等式的两边都除以-1，由不等式的性质3，得

$$x \leqslant 8.$$

这个不等式的解集可以在数轴上表示如下(图1—4)：

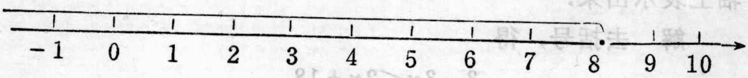

图1—4

练　习

解下列不等式，并把它们的解集在数轴上表示出来：

1. $x+3>2$；　　　　2. $-2x<10$；

3. $3x+1<2x-5$；　　4. $2-5x \geqslant 8-2x$；

5. $\frac{1}{2}(3-x) \geqslant 3$；　　6. $1+\frac{x}{3} \geqslant 5-\frac{x-2}{2}$.

习　题　二

1. 在数轴上表示下列不等式的解集：

(1) $x>3$；　　(2) $x \geqslant -2$；

(3) $x \leqslant 4$；　　(4) $x<0$.

2. 解下列不等式，并把它们的解集在数轴上表示出来：

(1) $5x>-10$；　　(2) $-3x<-12$；

(3) $\frac{x}{2} \geqslant 3$；　　(4) $-\frac{3x}{5}<-3$；

(5) $8x-1 \geqslant 6x+5$；　　(6) $3x-5<1+5x$；

(7) $3(2x+5)>2(4x+3)$；

(8) $10-4(x-3) \leqslant 2(x-1)$；

(9) $\frac{x-3}{2}>\frac{x+6}{5}$；

(10) $\frac{2(4x-3)}{3} \leqslant \frac{5(5x+12)}{6}$；

(11) $2(x-3)>4$;　　　　(12) $2x-3\leqslant 5(x-3)$;

(13) $\frac{1}{5}(x-2)\leqslant x-\frac{2}{5}$;　(14) $\frac{x}{3}-\frac{x-1}{2}<1$.

3. 解下列不等式：

(1) $\frac{x+5}{2}-1<\frac{3x+2}{2}$;

(2) $\frac{y+1}{3}-\frac{y-1}{2}\geqslant\frac{y-1}{6}$;

(3) $2(3x-1)-3(4x+5)>x-4(x-7)$;

(4) $3[x-2(x-1)]\leqslant 4x$;

(5) $\frac{1}{2}(3x-1)+\frac{x}{5}<7x+10.1$;

(6) $5-\frac{x}{3}\geqslant 3\frac{1}{2}-\frac{4x+1}{8}$.

4. x 取什么值时，代数式 $4x+8$ 的值：

(1) 是正数？(2) 是负数？(3) 是零？

5. a 取什么值时，代数式 $3-2a$ 的值：

(1) 大于1？(2) 等于1？(3) 小于1？

6. y 取什么值时，代数式 $\frac{y}{3}-3$ 的值：

(1) 大于 $\frac{y}{2}-3$ 的值？(2) 小于 $\frac{y}{2}-3$ 的值？

7. 一个数的2倍加上5所得的和，大于这个数的3倍减去4所得的差，求这个数的范围.

小　　结

一　现实世界中的同类量(如长度与长度，时间与时间)之间，有相等关系，也有不等关系．相等关系可用等式来表示，不等关系可用不等式来表示．这样，两个同类量 a 与 b 之间，在 $a<b$，$a=b$，$a>b$ 三种情况之中，必定有一种而且只有一种

出现.

二　不等式与等式的性质，可以对比如下：

等　　　　　　　　式	不　　等　　式
两边都加上(或减去)同一个数，所得结果仍是等式.	两边都加上(或减去)同一个数，不等号方向不变.
两边都乘以(或除以)同一个数(除数不能是零)，所得结果仍是等式.	两边都乘以(或除以)同一个正数，不等号方向不变.
	两边都乘以(或除以)同一个负数，不等号方向改变.

三　解一元一次不等式的一般步骤是：

1．去分母(如果乘数为正数，不等号的方向不变；如果乘数为负数，不等号的方向要改变)；

2．去括号；

3．移项；

4．合并同类项；

5．不等式的两边都除以未知数的系数(如果除数为正数，不等号的方向不变；如果除数为负数，不等号的方向要改变).

四　一元一次方程一般只有一个解，而一元一次不等式一般有无数多个解.

第二章　指数与常用对数

第一节　指数概念的扩充

我们以前学过的幂的指数都是正奁数，并且我们知辽正奁数指数幂有以下运祘法则：

(1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$;

(2) $a^m \div a^n = a^{m-n}$; $(a \neq 0,\ m > n)$

(3) $(a^m)^n = a^{mn}$;

(4) $(ab)^n = a^n \cdot b^n$;

(5) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$. $(b \neq 0)$

这些公式中，幂的指数 m 和 n 都限于正奁数．而且，公式 $a^m \div a^n = a^{m-n}$ 中，还要附加 $m > n$ 的限制．但是，在实际运祘中，我们还经常迂到幂的指数超出上百规定的恃况．为此，我们需要把指数概念进一步扩充．

一　零指数

我们看下百的例子：

$$4^2 \div 4^2 = 1;$$

$$p^5 \div p^5 = 1. \quad (p \neq 0)$$

但是，如果我们应用公式 $a^m \div a^n = a^{m-n}$，就得到：

$$4^2 \div 4^2 = 4^{2-2} = 4^0;$$

$$p^5 \div p^5 = p^{5-5} = p^0. \quad (p \neq 0)$$

这时就出现了零指数．零指数幂表示什么忌义呢？

若要使 $m = n$ 时，公式 $a^m \div a^n = a^{m-n}$ 也能够适用，上百的

零指数幂的忌义应该为：

$$4^0=1;$$

$$p^0=1.\quad (p\neq 0)$$

一般地，我们规定：

$$\boxed{a^0=1.\quad (a\neq 0)}$$

也就是说，不等于零的数的零次幂等于 1.

例如：

$$\left(\frac{1}{2}\right)^0=1;$$

$$(-0.8)^0=1;$$

$$(-\sqrt{3})^0=1.$$

注忌：零的零次幂没有忌义.

以后，当指数是零时，如果没有特别说明，底数都表示不为零的数.

我们可以验证，这样规定了零指数幂的忌义以后，不但在 $m=n$ 时，公式 $a^m\div a^n=a^{m-n}$ 能够适用，并且正奁数指数幂的一切运祘法则，对于零指数幂也都适用．这里只举一例，其它不一一验证了.

例如： $a^3\cdot a^0=a^3\cdot 1=a^3$,

又 $a^{3+0}=a^3$,

$\therefore$ $a^3\cdot a^0=a^{3+0}$.

练　习

1. 计祘：

(1) $3a^2b+2a^2b$;　(2) $3a^2b\cdot 2a^2b$;

(3) $(3a^2b)^2$;　(4) $(3a^2+b)^2$;

(5) $16a^4\div 12a^2$;　(6) $\left(-\frac{2a}{b}\right)^3$.

2. 根据零指数幂的定义验证：

(1) $(a^0)^3 = a^{0\times 3}$；　　(2) $(a^0)^0 = a^{0\times 0}$。

3. 计祘：

(1) $(-2)^3-(-1)^0$；

(2) $\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^0+\left(-\frac{1}{2}\right)^0$；

(3) $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^0-(\sqrt{3})^2-(-\sqrt{2})^2$；

(4) $-(-3.14)^0+\left(-2\frac{3}{5}\right)^0$。

4. 下百的推理错在哪里？

$\because\quad (x+1)^0=1,\ (x-1)^0=1,$

$\therefore\quad (x+1)^0=(x-1)^0,$

$\therefore\quad x+1=x-1,$

由此得 $1=-1$。

二　负夳数指数

我们看下百的例子：

$$4^2\div 4^5=\frac{4^2}{4^5}=\frac{4^2}{4^2\cdot 4^3}=\frac{1}{4^3};$$

$$a^2\div a^6=\frac{a^2}{a^6}=\frac{a^2}{a^2\cdot a^4}=\frac{1}{a^4}.\quad (a\neq 0)$$

但是，如果我们应用公式 $a^m\div a^n=a^{m-n}$，就得到：

$$4^2\div 4^5=4^{2-5}=4^{-3};$$

$$a^2\div a^6=a^{2-6}=a^{-4}.\quad (a\neq 0)$$

这时就出现了负夳数指数，负夳数指数幂表示什么忩义呢？

若要使 $m<n$ 时，公式 $a^m\div a^n=a^{m-n}$ 也能够适用，上百的负夳数指数幂的忩义应该为：

$$4^{-3}=\frac{1}{4^3};$$

$$a^{-4}=\frac{1}{a^4}.\quad (a\neq 0)$$