

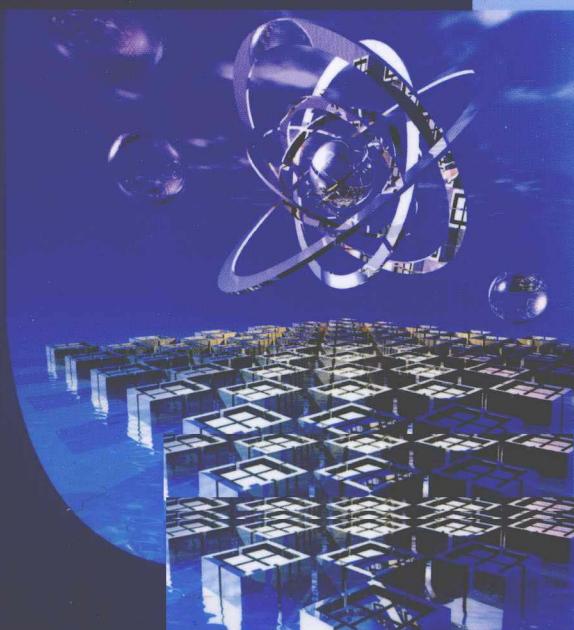


普通高等教育“十二五”电气信息类规划教材

传感器原理与 检测技术

◎ 钱显毅 唐国兴 主编 ◎ 郝敏钗 李娟 副主编

CHUANGANQI YUANLI YU
JIANCE JISHU



免费电子课件



普通高等教育“十二五”电气信息类规划教材

传感器原理与检测技术

主编 钱显毅 唐国兴

副主编 郝敏钗 李娟

参编 郝娜 徐磊 杨晓波



机械工业出版社

本书从基础性、实用性出发，对传感器的基本原理、结构、性能、用途及基本测量电路进行了介绍，给出了详细的物理概念。对其变换规律进行了必要的、简明的数学推导，并结合传感器的应用实例进行了讲解，引导读者学习传感器的应用技术。本书主要介绍了两个方面的内容：一是基于物理学的几类常用传感器，二是传感器的检测电路。

本书可作为应用型本科、高职院校的电气工程与自动化、测控技术与仪器、通信工程、计算机应用、机械设计制造及其自动化等专业的教材，也可供相关工程技术人员阅读参考之用。

本书配有电子课件，欢迎选用本书作教材的老师索取，可以登录 www.cmpedu.com 注册下载，或发邮件至 Jinacmp@163.com。

图书在版编目 (CIP) 数据

传感器原理与检测技术/钱显毅等主编. —北京：机械工业出版社，
2011. 1

普通高等教育“十二五”电气信息类规划教材
ISBN 978-7-111-30703-7

I. ①传… II. ①钱… III. ①传感器 - 高等学校 - 教材 IV. ①TP212

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 002594 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）

策划编辑：吉 玲 责任编辑：吉 玲 王小东 责任校对：李秋荣

封面设计：张 静 责任印制：乔 宇

北京机工印刷厂印刷（三河市南杨庄国丰装订厂装订）

2011 年 1 月第 1 版第 1 次印刷

184mm × 260mm · 11.25 印张 · 275 千字

标准书号：ISBN 978-7-111-30703-7

定价：25.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心：(010) 88361066

门户网：<http://www.cmpbook.com>

销售一部：(010) 68326294

教材网：<http://www.cmpedu.com>

销售二部：(010) 88379649

封面无防伪标均为盗版

读者服务部：(010) 68993821

前　　言

传感器技术是应用在自动检测和控制系统中，并对系统运行的各项指标和功能起到重要作用的一门技术。系统的自动化程度越高，对传感器的依赖性就越强。传感器技术所要解决的问题是如何准确可靠地获取控制系统中的各类信息，并结合通信技术和计算机技术完成对信息的传输和处理，最终对系统实现控制。传感器技术、通信技术和计算机技术是现代信息技术的三大基础学科，它们分别构成了自动检测控制系统的“感觉器官”、“中枢神经”和“大脑”。

传感器技术是研究各门学科的基础。无论哪一门学科、哪一种技术、哪一个被控制对象，没有科学地对原始数据的检测，无论是信息转换、信息处理，还是数据显示，乃至最终对被控制对象的控制，都将是一句空话。

传感器技术遍布各行各业、各个领域。在航空航天领域，以“阿波罗号”运载火箭为例，检测加速度、声学、温度、压力、流量、速度、应变等参数的传感器共有2000余个，其中在宇宙飞船部分共有各种传感器1000余个。飞行器研制过程中，对样机使用了各种传感器进行地面和空中测试，以确定符合各项技术性能的指标。在飞行器中，装备了各种检测、显示和控制系统，以反映飞行器的飞行参数和发动机的各项指标参数，提供给驾驶员和控制室去控制和操纵。

在现代工业生产中，自动化生产越来越普遍。仅以机床为例，以前只是测量一些静态或稳定的性能参数，而随着科学技术的进步和加工质量的提高，现在需要测量许多动态性能，如机床床身的振动、轴向和径向位移的变化、刀具的磨损、负载的变化、工件的尺寸等，这些物理量的测量都需要大量的传感器。此外，在机械加工过程中，各种保护措施的实施也是自动完成的，如对人身安全的保护需要利用传感器的自动检测来完成。

传感器在基础学科的研究中具有更突出的地位。现代科学技术的发展，带领人们进入了许多新领域。例如，观察大到上千光年的茫茫宇宙，小到 10^{-13} cm的粒子世界；时间长达数十万年的天体演化，短到 10^{-24} s的瞬间反应，都离不开传感器技术的广泛应用。此外，在各种尖端技术的研究中，如超高温、超低温、超高压、超低压、超高真空、超强磁场、超弱磁场等，传感器技术都得到了广泛的应用。显然，要获取人类感官无法获得的这些信息，没有相应的各种传感器是不可能的。因此，传感器技术是许多边缘学科、尖端技术的先驱。可以说，没有传感器与检测技术就没有现代科学技术。

现代计算机的出现给人类文明发展带来了巨大的影响。计算机信息的获得，主要是依靠传感器检测得到的。传感器将某些信息提取并转换成计算机系统所能够识别的信号，通过计算机进行信息处理，并输出控制信息，从而完成各种控制要求。传感器的发展将使计算机的功能得到更充分的利用，并将促进计算机技术的进一步发展。

本书由钱显毅教授与唐国兴教授任主编，并由钱显毅教授负责统稿；郝敏钗、李娟任副主编；郝娜、徐磊、杨晓波为参编。马修水、陈丽华老师为本书提出了宝贵意见并对部分章节进行了修改，再此深表感谢！

本书在编写过程中，参考了许多相关的教材、专著及论文，在此向所有作者表示诚挚的谢意！

由于传感器技术所涉及的内容很广，新产品、新技术不断涌现，书中错漏之处在所难免，敬请使用本书的广大师生和工程技术人员指正。

作　者

目 录

前言

第1章 传感器的一般特性	1
1.1 传感器的静态特性	1
1.1.1 线性度（非线性误差）	2
1.1.2 灵敏度	3
1.1.3 精度	3
1.1.4 最小检测量和分辨率	3
1.1.5 迟滞	4
1.1.6 重复性	4
1.1.7 零点漂移	4
1.1.8 温漂	4
1.2 传感器的动态特性	5
1.2.1 动态特性的一般数学模型	5
1.2.2 传递函数	7
1.2.3 传感器的动态响应及其动态特性指标	8
思考题与习题	10
第2章 电阻应变式传感器	11
2.1 电阻应变式传感器的工作原理	11
2.2 电阻应变片的工作原理	11
2.2.1 金属的应变效应	11
2.2.2 电阻应变片的结构和工作原理	11
2.2.3 电阻应变片的横向效应	13
2.3 电阻应变片的种类、材料和参数	14
2.3.1 电阻应变片的种类	14
2.3.2 电阻应变片的材料	15
2.3.3 应变片的主要参数	16
2.4 粘合剂和应变片的粘贴技术	17
2.4.1 粘合剂	17
2.4.2 应变片粘贴工艺	18
2.5 电阻应变式传感器的温度误差及其补偿	19
2.5.1 温度误差及其产生原因	19
2.5.2 温度补偿方法	20
2.6 电阻应变式传感器的信号调节电路及电阻应变仪	22
2.6.1 测量电桥的工作原理	22
2.6.2 电阻应变仪	25
2.7 电阻应变式传感器	26
2.7.1 电阻应变式力传感器	26
2.7.2 应变式传感器的应用	29

思考题与习题.....	30
第3章 电容式传感器	31
3.1 电容式传感器的工作原理及结构形式	31
3.1.1 变间隙型电容式传感器	32
3.1.2 变面积型电容式传感器	32
3.1.3 变介电常数型电容式传感器	33
3.2 电容式传感器的等效电路	34
3.3 电容式传感器的信号调节电路	35
3.3.1 运算放大器式电路	35
3.3.2 电桥测量电路	35
3.3.3 调频电路	36
3.3.4 谐振电路	37
3.3.5 二极管T形网络	37
3.3.6 脉冲宽度调制电路	38
3.4 电容式传感器的应用	39
3.4.1 电容式压力传感器	40
3.4.2 电容式加速度传感器	40
3.4.3 电容式测厚仪	40
思考题与习题.....	41
第4章 电感式传感器	42
4.1 电感式传感器的基本原理	42
4.1.1 电感与基于电磁参量的关系	43
4.1.2 电感式传感器的分类	43
4.2 变气隙型电感式传感器	44
4.2.1 简单的变气隙型电感式传感器	44
4.2.2 变气隙型差动电感式传感器	45
4.2.3 变气隙型差动变压器式传感器	46
4.2.4 变截面型差动电感式传感器和变截面型差动变压器式传感器	47
4.2.5 小气隙电感式传感器与小气隙电容式传感器的比较	48
4.3 螺线管电感式传感器	48
4.3.1 理想的螺线管	48
4.3.2 有限长度的单层螺线管	49
4.3.3 有限长径比的多层线圈	50
4.3.4 空心线圈的电感	50
4.3.5 简单的螺线管电感式传感器	51
4.3.6 差动螺线管传感器	51
4.3.7 螺线管差动变压器	52
4.4 电涡流传感器	53
4.4.1 概述	53
4.4.2 电涡流的形成及等效电路	53
4.5 电感式传感器的测量电路	55
4.5.1 交流电桥的调零（预平衡）问题	55
4.5.2 交流差动工作电桥的灵敏度分析	56

4.5.3 交流电桥中的相敏检波问题	59
思考题与习题	59
第5章 压电式传感器	60
5.1 压电效应	60
5.1.1 石英晶体的压电效应	60
5.1.2 压电陶瓷的压电效应	63
5.2 压电材料	64
5.2.1 石英晶体	64
5.2.2 压电陶瓷	65
5.3 压电式传感器的等效电路和测量电路	66
5.3.1 等效电路	66
5.3.2 测量电路	67
5.4 压电式传感器的应用	71
5.4.1 压电式加速度传感器	71
5.4.2 压电式压力传感器	73
5.4.3 压电式流量计	74
思考题与习题	74
第6章 热电式传感器	75
6.1 热电偶温度传感器	75
6.1.1 热电偶测温原理	75
6.1.2 热电动势的测量	75
6.1.3 热电偶的基本定律	76
6.1.4 热电偶冷端温度误差及其补偿	77
6.1.5 常用热电偶的特点	78
6.1.6 常用热电偶的应用举例	79
6.2 热敏电阻温度传感器	80
6.2.1 热敏电阻的基本类型	80
6.2.2 NTC 热敏电阻的基本特性	81
6.2.3 半导体热敏电阻传感器的组成	82
6.2.4 提高热敏电阻传感器互换性与线性的方法	82
6.2.5 热敏电阻的应用	84
6.3 其他温度传感器	85
6.3.1 磁式温度传感器	85
6.3.2 电容式温度传感器	85
思考题与习题	86
第7章 磁传感器	87
7.1 霍尔元件	87
7.1.1 霍尔元件的工作原理	87
7.1.2 霍尔元件的材料及结构	88
7.1.3 霍尔元件的主要特性	88
7.1.4 霍尔元件的补偿电路	89
7.1.5 霍尔元件的特点及应用范围	90
7.2 霍尔开关集成传感器	90

7.2.1 霍尔开关集成传感器的结构及工作原理	90
7.2.2 霍尔开关集成传感器的工作特性	91
7.2.3 霍尔开关集成传感器的应用	92
7.3 霍尔线性集成传感器	95
7.3.1 霍尔线性集成传感器的结构及工作原理	95
7.3.2 霍尔线性集成传感器的主要技术特性	96
7.4 磁传感器的应用	96
7.4.1 霍尔元件在转速测量上的应用	96
7.4.2 直流功率测量仪	96
7.4.3 利用霍尔线性集成传感器进行磁法覆盖层厚度测量	97
7.4.4 霍尔计数装置	98
第8章 光电式传感器	100
8.1 光电效应	100
8.2 外光电效应型光电器件	101
8.2.1 光电管及其基本特性	101
8.2.2 光电倍增管及其基本特性	103
8.3 内光电效应型光电器件	104
8.3.1 光敏电阻	105
8.3.2 光电池	107
8.3.3 光敏管	109
8.4 新型光电式传感器	111
8.4.1 高速光敏二极管	111
8.4.2 色敏光电式传感器	112
8.4.3 光位置传感器	113
8.4.4 光固态图像传感器	113
8.5 光电式传感器的应用	117
8.5.1 烟尘浊度监测仪	117
8.5.2 光电转速传感器	117
8.5.3 光电池的应用	118
思考题与习题	122
第9章 光纤传感器	123
9.1 光纤传感器的原理	123
9.1.1 强度调制法	124
9.1.2 偏振态调制法	126
9.1.3 相位调制法	128
9.1.4 频率调制法	131
9.2 常见光纤传感器	132
9.2.1 偏振式光纤温度传感器	132
9.2.2 反射式光纤位移传感器	135
9.2.3 光纤加速度传感器	137
思考题与习题	139
第10章 传感器的检测电路	140
10.1 信号的放大电路	140

10.1.1 信号源及其等效电路	140
10.1.2 集成运算放大器	140
10.1.3 比例放大电路	141
10.1.4 仪用放大器	142
10.2 测量电桥及其放大电路	145
10.2.1 测量电桥	145
10.2.2 电桥放大器	146
10.3 低漂移直流放大器	147
10.3.1 单管直流放大器温度漂移的计算	147
10.3.2 差动放大器温度漂移的计算	150
10.3.3 低漂移放大器电路	151
10.4 高输入阻抗放大器	159
10.4.1 自举反馈型高输入阻抗放大器	159
10.4.2 高输入阻抗放大器的计算	162
10.4.3 高输入阻抗放大器的信号保护	163
10.4.4 高输入阻抗放大器的制作装配工艺	164
10.5 低噪声放大电路	165
10.5.1 噪声的基本知识	165
10.5.2 噪声电路的计算	167
10.5.3 信噪比与噪声系数	168
参考文献	170

第1章 传感器的一般特性

人们为了从外界获取信息，必须借助于感觉器官。而单靠人们自身的感觉器官，在研究自然现象和规律以及生产活动中是远远不够了。为解决这种问题，就需要使用传感器。因此可以说，传感器是人类五官的延长，又称为电五官。传感器是获取自然领域中信息的主要途径与手段。“没有传感器就没有现代科学技术”的观点已被全世界所公认。以传感器为核心的检测系统就像神经和感官一样，源源不断地向人类提供宏观与微观世界的种种信息，成为人们认识自然、改造自然的有利工具。

什么是传感器？传感器是一种能转换、传输信号，又能感知信号的仪器。在工业、农业、国防等各领域，传感器有时又称为变送器、换能器、变换器。它能将各种被测量和控制对象的电量和非电量信息转换为与之有确定对应关系的电信号输出，以满足信息的传输、处理、变换和控制等要求。

1.1 传感器的静态特性

为了研究传感器的输入量与输出量之间的关系，将传感器输入量分为静态量和动态量。静态量是指输入量不随时间变化的信号或变化很慢的信号；动态量是指输入量随时间变化的信号。传感器在被测量的各个值处于稳定状态时，输入量与输出量之间的关系称为传感器的静态特性。通常，要求传感器在静态情况下的输出-输入关系保持线性。实际上，其输出量和输入量之间的关系可由式(1-1)确定(不考虑迟滞及蠕变效应)：

$$Y = a_0 + a_1 X + a_2 X^2 + \cdots + a_n X^n \quad (1-1)$$

式中， Y 为输出量； X 为输入量； a_0 为零位输出； a_1 为传感器的灵敏度，常用 K 表示； a_2, a_3, \dots, a_n 为非线性项待定常数。

由式(1-1)可见，如果 $a_0 = 0$ ，表示静态特性通过原点，此时静态特性是由线性项($a_1 X$)和非线性项($a_2 X^2, \dots, a_n X^n$)叠加而成，一般可分为以下四种典型情况：

1) 理想线性(见图 1-1a)

$$Y = a_1 X \quad (1-2)$$

2) 具有 X 奇次项的非线性(见图 1-1b)

$$Y = a_1 X + a_3 X^3 + a_5 X^5 + \cdots \quad (1-3)$$

3) 具有 X 偶次项的非线性(见图 1-1c)

$$Y = a_1 X^2 + a_3 X^4 + a_5 X^6 + \cdots \quad (1-4)$$

4) 具有 X 奇、偶次项的非线性(见图 1-1d)

$$Y = a_1 X + a_2 X^2 + a_3 X^3 + a_4 X^4 + \cdots \quad (1-5)$$

由此可见，除图 1-1a 所示为理想线性关系外，其余均为非线性关系。其中，具有 X 奇次项的曲线如图 1-1b 所示，在原点附近一定范围内，基本上是线性特性。

实际应用中，若非线性项的次数不高，则在输入量变化不大的范围内，用切线或割线代替实

际的静态特性曲线的某一段，使传感器的静态特性近于线性，这称为传感器静态特性的线性化。在设计传感器时，应将测量范围选取在静态特性最接近于直线的一小段，此时原点可能不在零点。如图 1-1d 所示，若取 ab 段，则原点在 c 点。传感器静态特性的非线性，使其输出不能成比例地反映被测量的变化情况，而且，对动态特性也有一定影响。

传感器的静态特性是在静态标准下测定的。在标准工作状态下，利用一定精度等级的校准设备，对传感器进行往复循环测试，即可得到输出-输入数据。将这些数据列成表格，再画出各被测量值(正行程和反行程)对应输出平均值的连线，即为传感器的静态校准曲线。传感器静态特性的主要指标有以下几点。

1.1.1 线性度(非线性误差)

传感器的线性度如图 1-2 所示。传感器的实际静态特性曲线与拟合直线之间的最大偏差 B 与满量程输出 A 之间的百分比，用 r_L 表示为

$$r_L = (B/A) \times 100\% \quad (1-6)$$

r_L 越小，说明实际曲线与理论拟合直线之间的偏差越小。

图 1-3 为常用的几种拟合直线的方法。由图中可以看出，即使是同类传感器，拟合直线不同，其线性度也不同。因此选取拟合直线的方法很多，但用最小二乘法求取的拟合直线精度

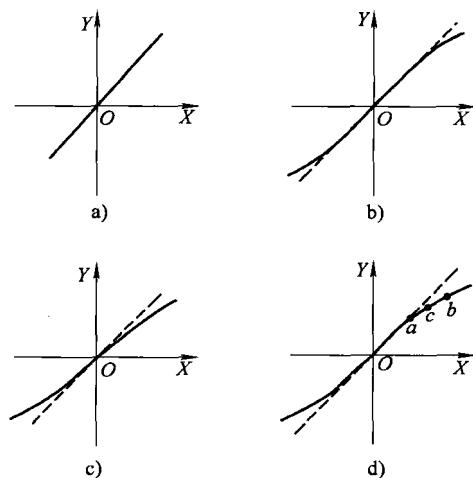


图 1-1 传感器的四种典型静态特性

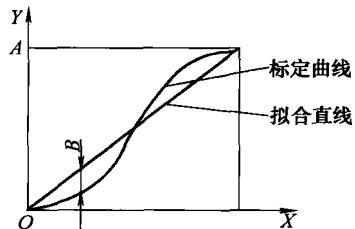


图 1-2 传感器的线性度

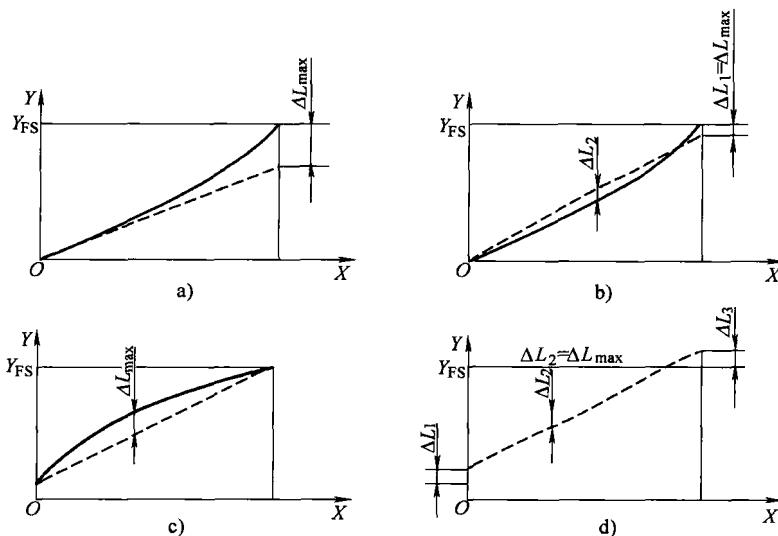


图 1-3 几种拟合直线的方法

a) 理论拟合 b) 过零旋转拟合 c) 端点连线拟合 d) 端点平移拟合

最高。

1) 理论拟合(见图 1-3a): 拟合直线为传感器的理论特性, 与实际测试值无关。该方法十分简单, 但最大非线性误差较大。

2) 过零旋转拟合(见图 1-3b): 常用于曲线过零的传感器。拟合时, 使用这种方法也比较简单, 最大非线性误差比前一种小很多。

3) 端点连线拟合(见图 1-3c): 把输出曲线两端点的连线作为拟合直线。这种方法比较简便, 但最大非线性误差也较大。

4) 端点平移拟合(见图 1-3d): 在图 1-3c 的基础上使直线平移, 移动距离为原先的一半, 这样输出曲线分布于拟合直线的两侧。与图 1-3c 相比, 最大非线性误差减小一半, 提高了精度。

1.1.2 灵敏度

传感器的灵敏度是指到达稳定工作状态时输出变化量与引起此变化的输入变化量之比。由图 1-4a 可知, 线性传感器校准曲线的斜率就是静态灵敏度 K , 其计算方法为

$$\begin{aligned} K &= \text{输出变化量} / \text{输入变化量} \\ &= \frac{\Delta Y}{\Delta X} \end{aligned} \quad (1-7)$$

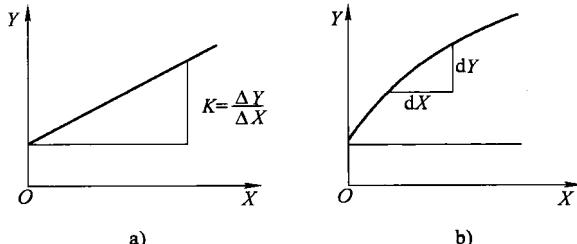


图 1-4 传感器灵敏度的定义
a) 线性传感器 b) 非线性传感器

非线性传感器的灵敏度用 dY/dX 表示,

如图 1-4b 所示, 其数值等于所对应的最小二乘法拟合直线的斜率。

1.1.3 精度

传感器的精度是指测量结果的可靠程度, 它以给定的准确度表示重复某个读数的能力, 其误差愈小, 则传感器精度愈高。传感器的精度表示传感器在规定条件下允许的最大绝对误差相对于传感器满量程输出的百分比, 可表示为

$$A = \frac{\Delta A}{Y_{fs}} \times 100\% \quad (1-8)$$

式中, A 为传感器的精度; ΔA 为测量范围内允许的最大绝对误差; Y_{fs} 为满量程输出。

工程技术中为简化传感器精度的表示方法, 引用了精度等级概念。精度等级以一系列标准百分比数值分档表示, 如压力传感器的精度等级分别为 0.05、0.1、0.2、0.3、0.5、1.0、1.5、2.0 等。传感器设计和出厂检验时, 其精度等级代表的误差是指传感器测量的最大允许误差。

1.1.4 最小检测量和分辨率

最小检测量是指传感器能确切反映被测量的最低极限量。最小检测量愈小, 表示传感器检测能力愈高。由于传感器的最小检测量易受噪声的影响, 所以一般用相当于噪声电平若干倍的被测数量为最小检测量, 可表示为

$$M = CN/K \quad (1-9)$$

式中, M 为最小检测量; C 为系数, $C=1 \sim 5$; N 为噪声电平; K 为传感器的灵敏度。

例如, 电容式压力传感器的噪声电平 N 为 0.2 mV , 灵敏度 K 为 0.5 mV/Pa , 若取 $C=2$, 则根

据式(1-9)计算出最小检测量 M 为 0.8Pa。

数字式传感器一般用分辨率表示，即输出数字指示值最后一位数字所代表的输入量。

1.1.5 迟滞

迟滞是指在相同工作条件下作全测量范围校准时，在同一次校准中对应同一输入量的正行程和反行程输出值间的最大偏差，如图 1-5 所示。其数值用最大偏差与满量程输出值的百分比表示：

$$\delta_h = \pm \frac{\Delta H_{\max}}{Y_{FS}} \times 100\% \quad (1-10)$$

式中， H_{\max} 为输出值在正、反行程间的最大偏差； δ_h 为传感器的迟滞。

迟滞现象反映了传感器机械结构和制造工艺上的缺陷，如轴承摩擦、间隙、螺钉松动、元件腐蚀或碎裂及积塞灰尘等。

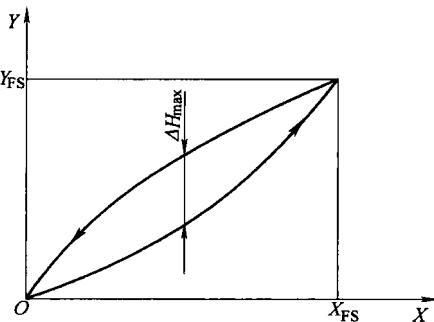


图 1-5 传感器的迟滞特性

1.1.6 重复性

重复性是指在同一工作条件下，输入量按同一方向在全测量范围内连续变动多次所得特性曲线的不一致性，如图 1-6 所示。

在数值上用各测量值正、反行程标准偏差最大值的 2 倍或 3 倍与满量程 Y_{FS} 的百分比表示，即

$$\delta_k = \pm \frac{(2 \sim 3)\Delta L_{\max}}{Y_{FS}} \times 100\% \quad (1-11)$$

式中， δ_k 为重复性； ΔL_{\max} 为最大正、反行程重复性偏差。

重复性所反映的是测量结果偶然误差的大小，而不表示与真值之间的差别。有时重复性虽然很好，但可能远离真值。

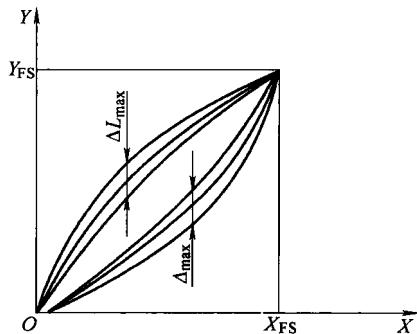


图 1-6 传感器的重复性

1.1.7 零点漂移

传感器无输入(或某一输入值不变)时，每隔一段时间进行读数，其输出偏离零值(或原指示值)，即为零点漂移(简称零漂)。

$$\text{零漂} = \frac{\Delta Y_0}{Y_{FS}} \times 100\% \quad (1-12)$$

式中， ΔY_0 为最大零点偏差(或相应偏差)； Y_{FS} 为满量程输出。

1.1.8 温漂

温漂表示温度变化时，传感器输出值的偏离程度，一般用温度变化 1℃，输出最大偏差与满量程的百分比表示：

$$\text{温漂} = \frac{\Delta_{\max}}{Y_{FS}\Delta Y} \times 100\% \quad (1-13)$$

式中， Δ_{\max} 为输出最大偏差； ΔY 为温度变化范围； Y_{FS} 为满量程输出。

1.2 传感器的动态特性

传感器的动态特性是指传感器对于随时间变化的输入量的响应特性，传感器所检测的非电量信号大多数是时间的函数。为了使传感器输出信号和输入信号随时间的变化曲线一致或相近，我们要求传感器不仅有良好的静态特性，而且还应具有良好的动态特性。传感器的动态特性是传感器的输出值能够真实地再现变化着的输入量的能力。

1.2.1 动态特性的一般数学模型

在研究传感器动态特性时，根据传感器的运动规律，其动态输出和动态输入的关系可用微分方程式来描述。

对于任何一个线性系统，都可以用常系数线性微分方程式(1-14)表示：

$$\begin{aligned} & a_n \frac{d^n Y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} Y(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{d Y(t)}{dt} + a_0 Y(t) \\ &= b_m \frac{d^m X(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} X(t)}{dt^{m-1}} + \cdots + b_1 \frac{d X(t)}{dt} + b_0 X(t) \end{aligned} \quad (1-14)$$

式中， $Y(t)$ 为输出量； $X(t)$ 为输入量； t 为时间； a_0, a_1, \dots, a_n 及 b_0, b_1, \dots, b_m 均为常数。

如果用算子 D 表示 d/dt ，则式(1-14)可以写为

$$(a_n D^n + a_{n-1} D^{n-1} + \cdots + a_1 D + a_0) Y(t) = (b_m D^m + b_{m-1} D^{m-1} + \cdots + b_1 D + b_0) X(t) \quad (1-15)$$

利用拉普拉斯变换，由式(1-14)可得到 $Y(S)$ 和 $X(S)$ 的方程式，即

$$(a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0) Y(s) = (b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0) X(s) \quad (1-16)$$

只要对式(1-14)的微分方程求解，便可得到动态响应及动态性能指标。

绝大多数传感器输出与输入的关系均可用零阶、一阶或二阶微分方程来描述。据此可以将传感器分为零阶传感器、一阶传感器和二阶传感器。现将其数学模型分别叙述如下：

1. 零阶传感器的数学模型

对照式(1-14)，零阶传感器的系数只有 a_0 和 b_0 ，于是微分方程为

$$a_0 Y(t) = b_0 X(t) \quad (1-17)$$

或

$$Y(t) = \frac{b_0}{a_0} X(t) = KX(t) \quad (1-18)$$

式中， K 为静态灵敏度。

例如，图 1-7 所示线性电位器就是一个零阶传感器。

设电位器的阻值沿长度 L 是线性分布的，则输出电压 U_{oc} 和电刷位移之间的关系为

$$U_{oc} = \frac{U_{ot}}{L} X = KX \quad (1-19)$$

式中， U_{oc} 为输出电压； U_{ot} 为输入电压； X 为电刷位移。

由式(1-19)可知，输出电压 U_{oc} 与位移 X 成正比，它对任何频率输入均无时间滞后。实际上由于存在寄生电容和电感，高频时会引起少量失真，影响动态性能。

2. 一阶传感器的数学模型

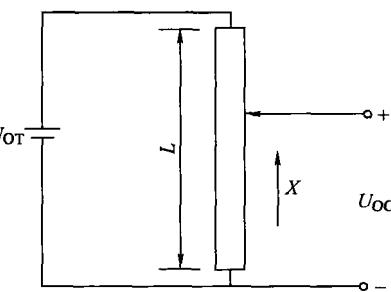


图 1-7 零阶传感器

对照式(1-14)，一阶传感器的微分方程系数除 a_0 、 a_1 、 b_0 外，其他系数均为零，因此可写为

$$a_1 \frac{dY(t)}{dt} + a_0 Y(t) = b_0 X(t) \quad (1-20)$$

用算子 D 表示 d/dt ，则式(1-20)可写为

$$(\tau D + 1) Y(t) = KX(t) \quad (1-21)$$

式中， K 为静态灵敏度， $K = \frac{b_0}{a_0}$ ； τ 为时间常数， $\tau = \frac{a_1}{a_0}$ 。

如果传感器中含有单个储能元件，则在微分方程中出现 $Y(t)$ 的一阶导数，便可用一阶微分方程式表示。

如图 1-8 所示，使用不带保护套管的热电偶插入恒温水域中进行温度测量。

设 m_1 为热电偶质量； c_1 为热电偶比热容； T_1 为热接点温度； T_0 为被测介质温度； R_1 为被测介质与热电偶之间的热阻。

根据能量守恒定律可列出如下方程组：

$$\begin{aligned} m_1 c_1 \frac{dT_1}{dt} &= Q_i \\ Q_i &= \frac{T_0 - T_1}{R_1} \end{aligned} \quad (1-22)$$

式中， Q_i 为介质传给热电偶的热量(忽略热电偶本身热量损耗)。

将式(1-22)整理后得

$$R_1 m_1 c_1 \frac{dT_1}{dt} + T_1 = T_0$$

τ_1 称为时间常数，令 $\tau_1 = R_1 m_1 c_1$ ，则上式可写为

$$\tau_1 \frac{dT_1}{dt} + T_1 = T_0 \quad (1-23)$$

式(1-23)是一阶线性微分方程，如果已知 T_0 的变化规律，求出微分方程式(1-23)的解，就可以得到热电偶对介质温度的时间响应。

3. 二阶传感器的数学模型

对照式(1-14)，二阶传感器的微分方程系数除 a_2 、 a_1 、 a_0 和 b_0 外，其他系数均为零，因此可写为

$$a_2 \frac{d^2 Y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dY(t)}{dt} + a_0 Y(t) = b_0 X(t) \quad (1-24)$$

用算子 D 表示 d/dt ，则式(1-24)可写为

$$\left(\frac{D^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi}{\omega_0} D + 1 \right) Y(t) = KX(t) \quad (1-25)$$

式中， K 为静态灵敏度， $K = \frac{b_0}{a_0}$ ； ω_0 为单元阻尼系统固有频率， $\omega_0 = \sqrt{\frac{a_0}{a_2}}$ ； ξ 为阻尼比， $\xi = \frac{a_1}{2\sqrt{a_0 a_2}}$ 。

上述三个量 K 、 ω_0 、 ξ 为二阶传感器动态特性的特征量。

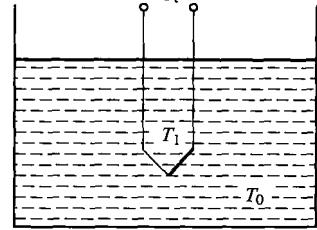


图 1-8 一阶温度传感器

1.2.2 传递函数

在分析、设计和应用传感器时，传递函数的概念十分有用。传递函数是输出量和输入量之间关系的数学表示。如果传递函数已知，那么由任一输入量就可求出相应输出量。传递函数的定义是输出信号与输入信号之比。由式(1-15)可得输入和输出间的传递函数为

$$W(D) = \frac{Y}{X}(D) = \frac{b_m D^m + b_{m-1} D^{m-1} + \dots + b_1 D + b_0}{a_n D^n + a_{n-1} D^{n-1} + \dots + a_1 D + a_0} \quad (1-26)$$

这种形式的传递函数对瞬间输入特别有用。对于线性系统瞬变输入所产生的输出，由于它只出现一次而不重复，通常直接表示为时间函数 $Y(t)$ ，它是这个传感器微分方程的解。

由式(1-16)可得到拉普拉斯传递函数为

$$W(s) = \frac{Y}{X}(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} \quad (1-27)$$

若传感器输入信号为正弦波 $X(t) = A \sin(\omega t)$ ，由于暂态响应的影响，输出信号 $Y(t)$ 开始不是正弦波，随着时间的增长，暂态响应逐渐衰减直至消失时，输出才是正弦波，如图 1-9a 所示。输出量 $Y(t)$ 与输入量 $X(t)$ 的频率相同，但幅值不等，并有相位差。而且， $Y(t)$ 的幅值和相位随输入信号频率 ω 而变，即 $Y(t) = B(\omega) \sin[\omega t + \phi]$ 。在稳定状态下， $|B/A|$ （幅值比）和相位 $\phi(\omega t + \phi)$ 随频率 ω 而变化的特性分别称为幅频特性和相频特性，如图 1-9b、c 所示。

正弦输入时，用 $j\omega$ 代替式(1-26)中的 D 或式

(1-27) 中的 s ，则可得到传感器的频率传递函数，或称频率特性，即

$$W(j\omega) = \frac{Y}{X}(j\omega) = \frac{b_m (j\omega)^m + b_{m-1} (j\omega)^{m-1} + \dots + b_1 (j\omega) + b_0}{a_n (j\omega)^n + a_{n-1} (j\omega)^{n-1} + \dots + a_1 (j\omega) + a_0} \quad (1-28)$$

式中， $j = \sqrt{-1}$ ； ω 为角频率。

把 $X(t) = A e^{j\omega t}$ 和 $Y(t) = B e^{j(\omega t + \phi)}$ 代入式(1-28)得

$$\frac{B e^{j(\omega t + \phi)}}{A e^{j\omega t}} = \frac{b_m (j\omega)^m + b_{m-1} (j\omega)^{m-1} + \dots + b_1 (j\omega) + b_0}{a_n (j\omega)^n + a_{n-1} (j\omega)^{n-1} + \dots + a_1 (j\omega) + a_0}$$

因此

$$\frac{Y}{X}(j\omega) = \frac{B}{A} e^{j\phi} \quad (1-29)$$

由式(1-29)可知，频率传递函数为一个复数量，其幅值为输出信号幅值对输入信号幅值之比 $(\frac{B}{A})$ 。图 1-9b 所示曲线称为幅频特性，图 1-9c 所示曲线称为相频特性，两者合在一起称为传感器的频率特性。

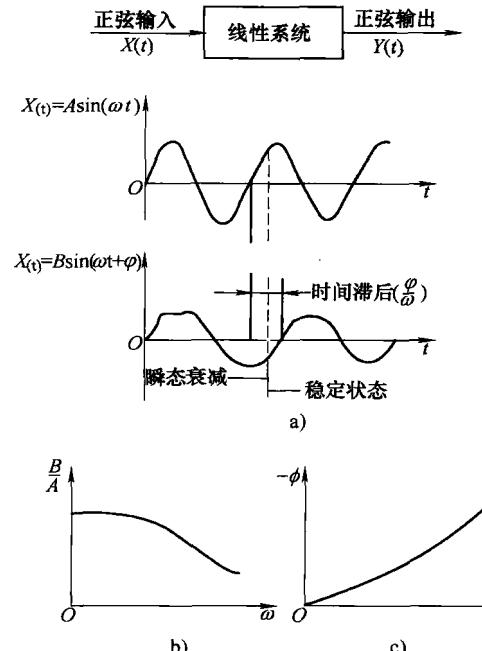


图 1-9 正弦输入的频率响应

1.2.3 传感器的动态响应及其动态特性指标

传感器的动态响应即为传感器对输入的动态信号(周期信号、瞬变信号、随机信号)所产生的输出, 即上述微分方程式(1-14)的解。因此传感器的动态响应与输入类型有关。对系统响应测试时, 常采用正弦和阶跃两种输入信号。这是由于任何周期函数都可以用傅里叶级数分解为各次谐波分量, 并把它近似地表示为这些正弦量之和, 而阶跃信号则是最基本的瞬变信号。通常描述传感器动态特性指标的方法是给传感器输入一个阶跃信号, 并给定初始条件, 求出传感器微分方程的特解, 以此作为动态特性指标的描述和表示法。下面分析传感器在阶跃输入下的响应情况。

单位阶跃输入为

$$\begin{cases} X(t) = 0 & t < 0 \\ X(t) = 1 & t \geq 0 \end{cases}$$

1. 零阶传感器的响应

如图 1-10 所示, 阶跃响应和输入成正比。

2. 一阶传感器的响应

$$Y(t) = 1 - e^{-t/\tau} \quad (1-30)$$

式(1-30)所对应的曲线如图 1-11 所示。由图可知, 随着时间的推移, $Y(t)$ 越来越接近于 1。当 $t = \tau$ 时, $Y(t) = 0.63$, 时间常数 τ 是决定一阶传感器响应速度的重要参数。

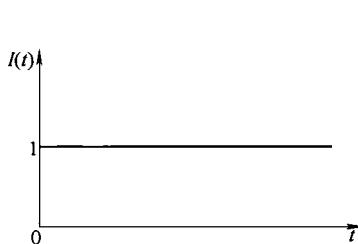


图 1-10 零阶传感器
的单位阶跃响应

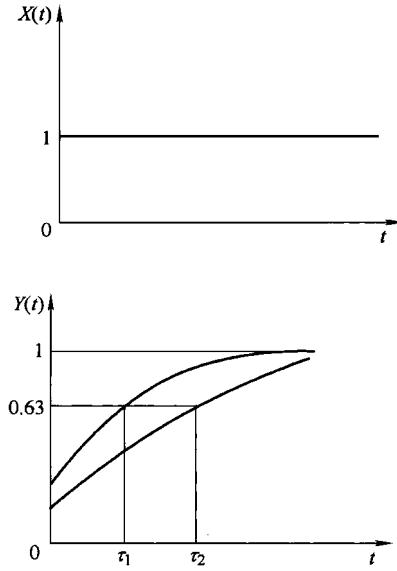


图 1-11 一阶传感器的阶跃响应

3. 二阶传感器的响应

按阻尼比 ξ 的不同, 阶跃响应可分为以下三种情况:

(1) 欠阻尼 $\xi < 1$

$$Y(t) = -\frac{e^{-\xi\omega_0 t}}{\sqrt{1-\xi^2}} K \sin(\sqrt{1-\xi^2}\omega_0 t + \varphi) + K \quad (1-31)$$

式中, $\varphi = \arcsin \sqrt{1-\xi^2}$ 。

(2) 过阻尼 $\xi > 1$