中国文化知识大观园

科技军事卷

古代数学与物理学

邢春如 刘心莲 李穆南 主编

辽海出版社

·中国文化知识大观园·科技军事卷·

古代
数学与物理学
（下）

邢春如 刘心莲 李穆南 主编

辽海出版社

式成为中国数学后期的一项重要的研究项目。其中项名达的椭圆求长方法以及戴煦的正切、余切、正割、余割展开式最为精彩。戴煦还得出了指数为任何有理数的二项式展开式：

$$(1+x)^p=1+px+\frac{p\ (p-1)}{1\cdot 2}x^2+\frac{p\ (p-1)\ (p-2)}{1\cdot 2\cdot 3}x^3+\cdots$$

利用这个展开式，戴煦获得了造对数表的新方法——对数简法，使中国数学关于对数的研究走上了一个新的台阶。

传统数学的理论和研究

中国传统数学经16世纪末开始接受和消化西方数学以后，到18世纪初出现了明显的转折，向西方数学学习转变成对传统数学的整理和研究。造成这种情形的原因主要是由于统治阶级政策的变化。1723年，雍正下令驱逐西方传教士，切断了西方科学传入中国的主要渠道。同时又在国内实行高压政策屡兴文字狱，加强思想控制，于是，一批有作为的知识分子被迫编辑“四库全书”，把精力投入到了整理古典文献上面。

对古算书的发掘和整理

明清之间中国算书大量散失，数学的研究工作处在一个沉寂时期。为了复兴传统文化，加强思想统治，清帝乾隆决定开设四库全书馆，收集各种藏书和佚书。从1773年起到1787年结束，四库全书馆共编辑《四库全书》3503部，共79337卷。《四库全书》分经、史、子、集四个部分，天文算书属子部。比起经书史书来，算书要少得多，但由于研治经书或史书都要掌握数学知识，所以古典数学也很被当时的学者所重视，许多古典数书得到了校勘、注释和研究。

《四库全书》的编辑，使大量失散的算书得到了搜集。汉、

唐、宋、元以及明清的各家算书都不同程度地得到发现和重刻。如《九章算术》、《海岛算经》、《孙子算经》、《五曹算经》、《夏侯阳算经》、《辑古算经》、《测圆海镜》等等，都是在当时被重新发现的。《四库全书》子部天文算法类“算书之属”共收算书25部，计97卷。另外，天文算法类“推步之属”也包含了一些数学著作。这些算书的被发掘和整理，有效地推动了传统数学的研究。

《四库全书》的编辑也使流传在外的古算书得到了校勘的机会，如戴煦（1724～1777）和孔继涵（1739～1783）对《算经十书》的校勘，李潢（？～1811）对《九章算术》、《海岛算经》、《辑古算经》等书所作校注和研究。李潢还专门撰写了《九章算术细草图说》、《海岛算经细草图说》和《辑古算经考注》，对古算书作了详细的疏通工作。后来，沈钦裴又对李潢的《九章算术细草图说》进行了核算，对《海岛算经》再补演细草，还对《数书九章》中大衍求一术进行校注。这时期为发掘和整理古代数学贡献较大的，还有陈际新、屈曾发、吴兰修、孔广森、张敦仁、凌廷堪、刘衡、陈杰、阮元、罗士琳等人。他们在数学中的创造性贡献不大，但使埋没湮灭数百年的古代科学遗产能重见于世，无疑也是对古代数学的一个很大的贡献。

研究成果

中国古代数学名著的发掘和整理给清代中后期的数学研究起了催化作用，促使了一些爱好数学的知识分子展开了对古代数学的研究。其中成绩较突出的有焦循、汪莱和李锐。

焦循　（1763～1820）字里堂，江苏扬州人。博学多才，经、史、历、算、声韵、训诂诸学，无所不精，尤对古代数学深有研究。著有《里堂学算记》，共载录《释轮》、《释椭》、《释弧》、《天元一释》和《加减乘除释》等5种16卷。另有《开方

通释》等多种。焦循的数学成就主要是对算术中的基本运算律的讨论。中国古代数学注重算法的产生和应用，不注重对各种算法逻辑法则的提炼。焦循打破了这种状况，开创了我国数学中关于基本运算律的讨论。例如，在《加减乘除释》一书中，焦循给出了以下几个基本运算律。

基本运算律

运算律名称	焦循表述	现代形式
加法交换律	以甲加乙，或乙加甲，其和数等	$a+b=b+a$
乘法交换律	以甲乘乙，犹之以乙乘甲	$a\times b=b\times a$
加法结合律	先以甲乙相加，后加以丙；或先以乙丙相加，后加以甲；或先以甲丙相加，后加以乙，其得数皆等	$(a+b)+c=(b+c)+a=(c+a)+b$
乘法对于加法的分配律	以乙任分之，以甲遍乘之，其数等	$m(a_1+a_2\cdots+a_2)=ma_1+ma_2+\cdots+ma_2$
乘法交换律和结合律	三数相乘为连乘，或先以乙乘甲，连以丙乘乙；或先以丙乘乙，连以甲乘之；或先以甲乘丙，连以乙乘之，其得数皆等。	$(a\times b)\times c=(b\times c)a=(c\times a)\times b$

还有乘法和除法公式

$(a+b)(a+b)=aa+ab+ba+bb=a^2+b^2+2ab$

$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$a:(b:c)=(a\times c):b$，$a:(b\times c)=(a:c):b$

焦循的《天元一释》和《开方通释》两书对古代天元术和正负开方术的阐释也很适当，提纲挈领条理清楚。

汪莱 （1768～1813）字孝婴，号衡斋，安徽歙县人。出身贫寒家庭，靠自学成材。1807 年，考上八旗官学教习，到北

京从事教学工作，1796年起著《衡斋算学》共七册，集中反映了他在数学，特别是球面三角和代数方程论方面的研究成果。另有《衡斋遗书》9卷。

《稀斋算学》中的球面三角形内容主要在第一册和第四册之中。其中第一册按任意球面三角形和直角球面三角形两种情况，详细讨论了球面三角形有解和无解的条件；第四册则以40条定理，论述了球面三角形只有一解的条件。

《衡斋算学》中最出色的成果是关于方程论的研究。其中第五册，通过众多的例子，讨论了二次和三次方程有正根的各种情况。汪莱得出二次方程有正根的情况有二种，即有一个正根或二个正根；三次方程有正根的情况有三种，即有一个正根或二个正根或三个正根。但对于没有正根的情况未加涉及。对于三次方程 $ax^3-bx^2+cx-d=0$，汪莱以 $\frac{bc}{a}<d$ 或 $>d$ 来判别它有一个还是三个正根。汪莱还发现了上述三次方程的根与系数关系，即 $x_1+x_2+x_3=\frac{b}{a}$，$x_1x_2+x_1x_3=x_2x_3=\frac{c}{a}$，$x_1x_2x_3=\frac{d}{a}$。

《衡斋算学》第七册对高次方程进行了讨论。汪莱提及了多项式的分解问题，并着重指出高次方程经分解后得到若干低次方程的乘积，而几个低次方程的正根是该高次方程的正根。第七册扩充了第五册中关于三次方程根的个数的判别问题，对形如 $x^n-px^m+q=0$（$n>m$，p、q 为正数）的三项方程，从二次一直讨论到十二次，其结论可归纳如下：方程有正根的条件是

$$q\leqslant\left(\frac{mp}{n}\right)^{\frac{m}{n-m}}\frac{(n-m)\ p}{n}$$

李锐　（1768～1817），字尚之，号四香，江苏苏州人，与焦循、汪莱一起被时人称为“谈天三友”。早年曾校注秦九韶、

李冶的著作，1797 年到杭州参加浙江学政阮元幕府，参与纂修《畴人传》46 卷。1803 年为扬州知府张敦仁幕宾。张敦仁酷爱数学，与李锐互有影响，李锐撰有《勾股算术细草》、《弧矢算术》和《方程新术草》等，而其力作是《开方说》。

《开方说》代表了 19 世纪我国方程理论的最高水平。“开方”是沿用古代传统数学中的名词，其意义不仅指数字的开方，而且还指包括数字开方在内的一切求根问题。《开方说》的确切含义应该是“方程论”。《开方说》共 3 卷，上卷讨论了在有理数范围内方程系数的变号与正根的个数之间的关系，结论为：符号变化一次有一个正根，变化二次有二个正根，变化三次有三或一个正根，变化四次有四或二个正根。这个结论与笛卡儿符号法则相同。李锐还注意到了，高次方程正根的个数并不一致地等于符号变化的次数，如符号变化三次，但有时只有一个正根，符号变化四次有时只有二个正根。所缺少的根李锐称之为“无数”。“无数”是否虚的，李锐并不认识。

《开方说》中下两卷对根的讨论范围从正根扩大到了负根，其中最值得注意的有两个方面，一是李锐提出了方程求根与降次的关系，即方程求出一个根后，原方程可降低一次，从而它的第二个根可以从降次后的方程解出。二是关于重根的概念。

19 世纪初，焦循、汪莱、李锐等人的数学成就与世界数学的状况相比已显出明显的差距，但是，他们的辛勤劳作和出色成就仍在中国数学史上占有光辉的一页。

西方数学著作的再翻译

19 世纪 50 年代前后，正是西方近代数学走向成熟的时期。柯西的微积分严密化；彭赛列的射影几何基础的奠定；阿贝尔和

伽罗瓦的近世代数的开创；外尔斯特拉斯对解析函数论的系统研究，以及罗巴切夫斯基和波耶等人创立非欧几何等等，一切都表明西方数学已经加紧了走向现代化时期的准备。然而，长期处于封建主义统治下的中国，数学家们却无法了解这些。雍正元年(1723)的关闭政策，使得原有的一条狭小的西方数学传入渠道也被扼断，从此中国数学家们只能在困难的条件下，进行着自己艰辛的工作。

第一次鸦片战争的失败，使中国知识分子看到了清政府的无能和国家的贫弱，也看到了中国与西方国家在科学技术上的差距，他们面对"欧罗巴各国日益强盛，为中国边患"的严峻现实，力图通过发展科学提高国力来与西方列强抗衡。要发展科学，必须了解科学；要了解科学就得翻译科学著作。就这样，出现了西方数学著作的第二次翻译高潮，其中早期的主要翻译者是李善兰和华蘅芳。

李善兰的翻译工作

李善兰(1811~1882)，字竟芳，号秋纫，浙江海宁人，自幼酷爱数学，10岁读《九章算术》，能无师自通，15岁读《几何原本》又能尽解其意。后来，又研读了李冶的《测圆海镜》，戴煦的《勾股割圆记》等书，所学渐深。40年代起著书立说，先后著有《方圆阐幽》、《弧矢启秘》、《对数探源》、《麟德术解》等，将近代数学思想运用于解决中国传统课题之中，取得了出色的成就。

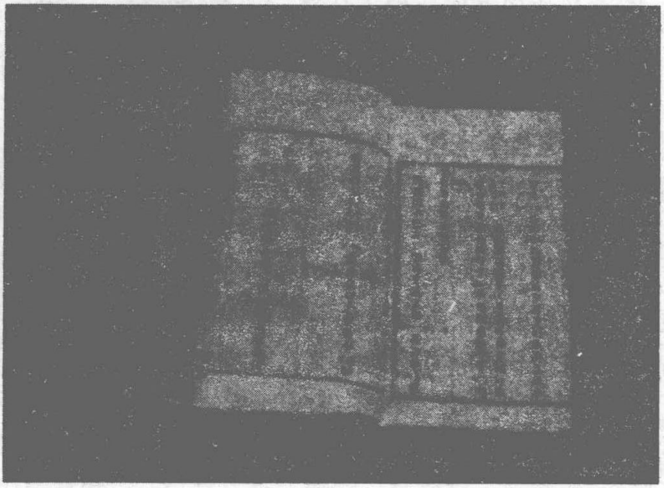
1852年，李善兰离家来到上海的墨海书馆。墨海书馆是1843年为翻译西方书籍由英国传教士麦都思(1796~1857)开设的，它也是西方传教士与中国知识分子联系的一条渠道。李善兰在那里结识了英国传教士伟烈亚力(1815~1987)和艾约瑟(1823~1905)。当时墨海书馆正在物色能与传教士协作翻译的

人才。李善兰的到来使他们十分高兴，但又不甚放心，于是，他们拿出西方最艰深的算题来考李善兰，结果都被李善兰一一作了解答，得到传教士们的赞赏。从此以后，李善兰开始了译著西方科学著作的生涯。

李善兰画像

李善兰翻译的第一部著作是《几何原本》后9卷，由于他不通外文，因此不得不依靠传教士们的帮助。《几何原本》的整个翻译工作都是由伟烈亚力口述，由李善兰笔录的。其实这并非容易，因为西方的数学思想与我国传统的数学思想很不一致，表达方式也大相径庭。虽说是笔录，实际上却是对伟烈亚力口述的再翻译。就如伟烈亚力所说，正是由于李善兰“精于数学”，才能对书中的意思表达得明白无误。这本书的翻译前后历经四年才告成功。

在译《几何原本》的同时，李善兰又与艾约瑟一起译出了《重学》20卷。这是我国近代科学史上第一部力学专著，在当时极有影响。1859年，李善兰又译出两部很有影响的数学著作《代数学》13卷和《代微积拾级》18卷。前者是我国第一部以代数命名的符号代数学，后者则是我国第一部解析几何和微积分著作。这两部书的译出，不仅向中国数学界介绍了西方符号代数、解析几何和微积分的基本内容，而且在中国数学中创立起许多新概念、新名词、新符号。这些新东西虽然引自于西方原本，但以中文名词的形式出现却离不开李善兰的创造，其中的代数学、系数、根、多项式、方程式、函数、微分、积分、级数、切



《代微积拾级》（我国第一部微积分译著）

线、法线、渐近线……都沿用至今。这些汉译数学名词可以做到顾名思义。李善兰在解释“函数”一词时说，“凡此变数中函彼变数，则此为彼之函数。”这里，“函”是含有的意思，它与函数概念着重变量之间的关系的意思是十分相近的。许多译名后来也为日本所采用，并沿用至今。

在《代微积拾级》中附有第一张英汉数学名词对照表，其中收词330个，有相当一部分名词已为现代数学所接受，有些则略有改变，也有些已被淘汰。

除了译名外，在算式和符号方面李善兰也做了许多创造和转引工作。他从西文书中引用了×，÷，（），$\sqrt{}$，=，<，>等符号，为了避免加减号与中国数学十、一相混另取篆文的上、下二字，丄、丅作为加、减号。用甲、乙、丙、丁等十干，子、丑、寅、卯等十二支，天、地、人、物四元依次代替原文的26个英文字母，并且各加口旁，如呷、等字代替大写字母。希腊字

母一般用角，亢、氐、房等二十八宿名替代。又用微字的偏旁彳作为微分符号，积字的偏旁禾作为积分符号，例如

$$禾\frac{甲\perp天}{彳天}=（甲\perp天）对\perp呞$$

$$即\int\frac{dx}{a+x}=\ln(a+x)+C$$

其中“对”字表示对数。

李善兰除了与伟烈亚力合译了《几何原本》、《代数学》和《代微积拾级》外，还与艾约瑟合译了《圆锥曲线论》3卷，四部译著虽说与当时欧洲数学已有很大差距，但作为高等数学在中国引入还是第一次，它标志着近代数学已经在中国出现。就具体数学内容来说，它们包括了虚数概念、多项式理论、方程论、解析几何、圆锥曲线论、微分学、积分学、级数论等等，所有的内容都是基本的和初步的，然而，它对中国数学来说却是崭新的。有了这个起点，中国数学也就可以逐步走向世界数学之林。

1858年，李善兰又向墨海书馆提议翻译英国天文学家约翰·赫舍尔的《天文学纲要》和牛顿的《自然哲学数学原理》。此外又与英国人韦廉臣合译了林耐的《植物学》8卷。在1852—1859年的七八年间，李善兰译成著作七八种，共约七八十万字。其中不仅有他擅长的数学和天文学，还有他所生疏的力学和植物学。为了使先进的西方近代科学能在中国早日传播，李善兰不遗余力，克服了重重困难，作出了很大贡献。

华蘅芳的翻译工作

华蘅芳（1833～1902），字若汀，江苏无锡人，出身世宦之家。7岁开始读书，14岁通程大位《算法统宗》，后来又钻研《九章算术》、《益古演段》、《测圆海镜》、《数理精蕴》等古代

名著，与徐寿、徐建寅、李善兰等晚清科学家关系密切。

华蘅芳

1861 年，华蘅芳与徐寿（1818 ~1884）同在曾国藩创办的中国近代第一所兵工厂——金陵军械所工作，参与设计了中国第一艘轮船“黄鹄号”。事后一直受到曾国藩的重用，成为中国近代洋务运动的积极支持者和参加者。他参与筹建了江南制造局。1868 年江南制造局内添设了翻译馆，华蘅芳任职从事翻译工作，为介绍西方先进科学技术，不遗余力。

华蘅芳先与美国玛高温（1814 ~ 1897）合译了《金石识别》、《地学浅释》、《防海新论》和《御风要术》等矿物学、地学、气象学方面的书共 5 种；又与英国人傅兰雅（1839 ~ 1928）合译了《代数术》、《微积溯源》、《决疑数学》、《三角数理》、《三角难题解法》、《算式解法》等 6 种，另有未刊行的译著 4 种，进一步介绍西方的代数学、三角学、微积分学和概率论。华蘅芳的译著比李善兰的译著在内容上要丰富，译文也明白流畅。这些译著都成为中国学者了解和学习西方数学的主要来源。

1875 年，上海格致书院建立。次年，43 岁的华蘅芳应邀任教。当时，实科学校在中国还刚刚闻世，华蘅芳一面参与学校管理，一面认真教书。他知识广博，对理科和工科都有研究，又亲自为学生编写讲义，积极介绍西方数学，如《学算笔谈》、《算法须知》和《西算初阶》等。这些讲义大都融中西数学于一统，适合处于数学发展转折时期中国学生的状况。例如《学算笔谈》

不仅包括了西方的代数，也包括了中国的天元术，全书由算术、天元术、代数、微积分逐步加深，自简至繁。1887 年和 1892 年，华蘅芳先后转任天津武备学堂教习和湖北武昌两湖书院教习。1896 年又任常州龙城书院院长兼江阴南菁书院院长。华蘅芳一生的后 20 余年，积极从事教育和人才培养，成为推进近代数学在中国产生和发展的中坚力量。在对待事业的态度上，华蘅芳则可称为中国近代知识分子的楷模。他不慕虚荣，敝衣粗食，孜孜不倦，辛劳终生，把全部的精力献给了科学和教育事业。就如他自己所说，“吾果如春蚕，死而足愿矣！”

华蘅芳的译著是在李善兰等译的《代数学》和《代微积拾级》之后的新译。之所以要新译，华蘅芳说是因为“李氏所译之二种殊非易于入手之书。”，“所以又译此书著，盖欲补其所略也。”事实上，《代数学》中的方程论、对数、指数、不定方程等内容和《微积溯源》中的微分方程等内容，是分别比《代数学》和《代微积拾级》有所充实的。华蘅芳的译著还十分注意数学史的介绍，这在当时具十分重要的意义，它扩大了中国数学家们的眼界，加速了对西方数学界的认识和了解，有利于中国数学走向世界，走向现代。

在华蘅芳的数学译著中，《决疑数学》具有突出地位，这是第一部在中国编译的概率论专著。在这本书之前，华蘅芳曾在《代数难题解法》中介绍过概率知识，当时把概率译为“决疑数”，自然，《决疑数学》也就更为专门和完整了。

《决疑数学》共 10 卷 160 款，卷首“总引”除了讲述概率论的意义和作用外，还较详细地介绍了概率论的历史，涉及到的数学家达 30 余人。卷一至卷五的内容为古典概率，通过大量的名题，介绍古典概率的理论和计算方法。卷六卷七为人寿概率和定案准确率等应用，卷八为大数问题。卷九论正态分布和正态曲

线，列出的密度函数公式是

$$\text{函唠} = \sqrt{(\text{室} \div \text{周})\ \text{戊}^{T\text{室唠}=}}$$

用现代符号表示，应是

$$f\ (\Delta)\ = \sqrt{\frac{\lambda}{\pi} e^{-\lambda\Delta^2}}$$

由于中国传统数学一直没有形成符号系统，国家又长期处于关闭自守状态，因此李善兰、华蘅芳等人煞费苦心地设想出“中西结合”的“准符号”形式，不仅是可以理解的，而且是必要的。这些过渡性的符号形式，把中国数学逐步引向了符号化。

《决疑数学》的卷十介绍了最小二乘法及其应用。《决疑数学》的译出给中国数学又增添了一门新的学科，其中如大数、指望（期望）、排列、相关、母函数、循环级数等，是华蘅芳等人为概率论所创设的名词。

其他译著

李善兰和华蘅芳的翻译工作在相当程度上推进了国人向西方科技学习的潮流。在他们的影响下，翻译工作持续不断，译著日趋增多。为了培养更多的翻译人才，1862 年，清政府决定成立同文馆。1866 年又在馆内增设了天文算学馆，专门从事数学著作的翻译、学习和研究。1863 年继墨海书馆之后，上海又开设了广方言馆。1868 年，江南制造局也开设译馆，以适应翻译事业的需要。与此同时，广州也成立了同文馆。据不完全统计，自 1853 年到 1911 年的近 60 年间约有 468 部西方科学著作译成中文出版。其中数学著作最多，计 168 部，占总数的三分之一还多。其余的有理化 98 部，博物 92 部，天文气象 12 部，地理 58 部，总论及杂著 44 部。（罗见今：中国近代数学和数学教育的先驱者——李善兰、华蘅芳，辽宁师大学报，1986 年增刊，第 29

页）西方数学著作的大量翻译，加快了中国数学走向近代的进程。

继李、华两人译著之后出版的早期数学著作主要有以下几种：

属几何学方面的有：《算式集要》4 卷，傅兰雅口述，元和江衡笔录，此书主要讲图形的面积体积计算；《周幂知裁》1 卷，傅兰雅口述，徐寿笔录，此书为实用几何学，板金工所用；《运规约指》3 卷，傅兰雅口译，徐建寅删述，此书专讲几何作图问题；《器象显真》4 卷，也是傅兰雅与徐建寅合译，这是一部内容丰富的画法几何与机械制图著作，在理论和实践上都颇有价值；《代形合参》3 卷，美国潘慎文（1850 ~ 1924）和中国谢洪赉（1850 ~ 1924）合译，内容是解析几何；《形学备旨》10 卷，美国狄考文（1836 ~ 1908）和中国的邹立文合译，为初等几何著作；1919 年，还出版了武崇经编译的《非欧几里德几何学》一书，内容不深但较全面，包括双曲几何和椭圆几何两种非欧几何。

属算术和代数学方面的有：《笔算数学》3 册的《代数备旨》13 卷，两书均由狄考文和邹立文合译；《数学理》9 卷，傅兰雅、赵元益（1840 ~ 19022）合译；《弦切对数表》贾步纬翻译。1909 年，顾澄根据美国哈地的一部有关四元数的通俗读物，译成《四元原理》一书，从此向量和四元数理论在中国出现。

不少译著是作为兴起不久的学校的教科书使用的，因此内容大都仍局限于初等数学和高等数学的基础部分。但也有一些高深的数学内容，如非欧几何、四元数理论等，它们为中国近代数学增添了新意。

李善兰

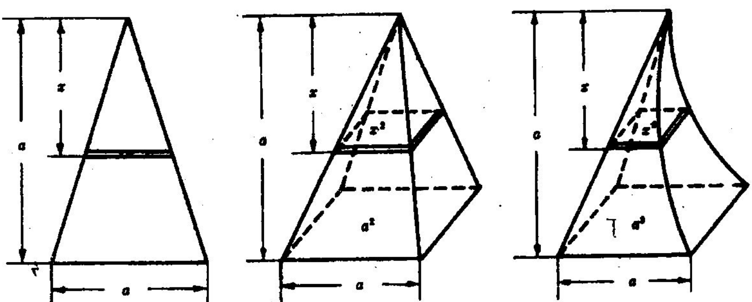
李善兰是19世纪中国最大的数学家，他不仅积极翻译和传播西方近代数学，而且深入研究，成就卓著。当时在华的西方人士评论说："李氏精思四载，乃得对数理。倘生于纳氏（纳白尔），盖氏（布列格斯）之时，则祗此一端，即可闻名于世。"又说："西国最深算题，请教李君，亦无不冰解，想中国有李君之才者极稀……"这些评说是很有道理的。1868年，同文馆由单纯的翻译学校变为实用科学学校后，设算学、化学、万国公法、医学生理、天文、物理等课程6门，其中唯有算学由李善兰任教习，其余课程的教习都是从外国聘请的。

李善兰的数学研究大致可以分为两个时期。第一个时期是1852年到上海墨海书馆从事西方算书翻译以前。这一时期，李善兰与他同时期的那些数学家一样，以三角函数、反三角函数、对数函数等的幂级数展开问题为主要的研究对象。著作有《四元解》、《麟德历解》、《方圆阐幽》《弧拓启秘》与《对数探源》以及早期的两部著作，其中以《方圆阐幽》为其杰作，书中阐述了他自己创造的"尖锥求积术"。第二时期是1860年，李善兰结束了西方数学的翻译工作以后。这一时期，李善兰的著作大都是会通中西学术思想的研究成果。研究的内容除了继续第一时期的函数的幂级数展开以外，还涉及圆锥曲线、高阶等差级数求和等。著作有《椭圆正术解》、《椭圆新术》、《椭圆拾遗》、《火器真诀》、《尖锥变法解》、《级数回求》以及《考数根四法》等。另有《垛积比类》不知撰著年月，钱宝琮先生估计它的撰成大概是在公元1859年以后。《垛积比类》是级数论和组合论的专著，书中李善兰创立了著名的垛积术和"李善兰恒等式"。

尖锥求积术　尖锥求积术是一种求幂函数的积分的方法，是李善兰在翻译西方数学著作之前研究所得的成果，其中“尖锥”是一种处理代数问题的几何模型，各种不同的尖锥相当于给出直线、抛物线、立方抛物线……的方程：$y=b$；$y=\frac{b}{h}x$；$y=\frac{b}{h^2}x^2$；$y=\frac{b}{h^3}x^3$；……。

李善兰《则古昔斋算学》中关于尖锥术的记载

李善兰的积分法属于微积分历史上的不可分量方法。他认为“盈尺之书由叠纸而得，盈丈之绢由积丝而成也，”即把体看作是由面迭积而成，把面看成是由线迭积而成。但在实际求积的时候，他把组成体的“面”仍看作是厚度为无限小的体；而把组成面的“线”看成是宽度为无限小的面。因此，立体的体积可以通过对无穷个体微元的求和来解决，例如，以 x^2 为变截面的二乘尖锥的体积等于



(1)一乘尖锥　(2)二乘尖锥　(3)三乘尖锥

立体体积