

XINZHUANTI JIAOCHENG

李俊 主编

新专题教程



华东师范大学出版社

初中数学 5
统计与概率

新专题教程

XINZHUANTI JIAOCHENG

初中数学 5

统计与概率

主 编 李 俊
参 编 程 靖 郑仲义



华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

新专题教程. 初中数学. 5, 统计与概率/李俊主编. —上海: 华东师范大学出版社, 2004. 3
ISBN 978-7-5617-3745-3

I. 新... II. 李... III. 高等数学课—初中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 021901 号

新专题教程

初中数学 5 · 统计与概率

主 编 李 俊
策划组稿 教辅分社
项目编辑 徐红瑾
文字编辑 徐惟简
封面设计 黄惠敏
版式设计 蒋 克

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
电话总机 021-62450163 转各部门 行政传真 021-62572105
客服电话 021-62865537(兼传真)
门市(邮购)电话 021-62869887
门市地址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口
网 址 www.ecnupress.com.cn

印 刷 者 上海市印刷三厂
开 本 787×960 16 开
印 张 6.5
字 数 125 千字
版 次 2009 年 4 月第四版
印 次 2009 年 4 月第一次
书 号 ISBN 978-7-5617-3745-3/G·2052
定 价 9.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题, 请寄回本社客服中心调换或电话 021-62865537 联系)

亲爱的读者,展现在您面前的这套《新专题教程》系列图书是按新课程标准所列的内容,在“新教学理念、新教学方法”的指导下,按专题编写,涵盖初、高中语文、数学、英语、物理和化学5个学科,共计50个分册。

本丛书自初版起就坚持“完整、系统、深入、细致”的编写特色,甫一面世,就受到广大学生的欢迎。但我们不敢懈怠,我们必须与时俱进。根据现行中学教材的变化情况及中、高考的变化趋势,我们进行了多方调研,在此基础上,组织作者对本丛书进行了全面的修订。新修订的这套丛书,不仅知识点配套,而且题型新颖,更利于学生对学科知识的理解和掌握。

丛书有以下特点。

作者权威 编写队伍由师范大学学科专家及长期在教学第一线的全国著名中学特、高级教师组成。他们有先进的教育理念和丰富的教学经验,是中、高考研究方面的专家,他们的指导更具权威性。

材料典型 丛书精选了近几年的中、高考试题,还收集了许多有代表性的例题,编写者对这些典型材料进行了详细的解读,还设置了有针对性的训练。总之,编写者力求从国家课程标准的知识内容中提炼出相应的能力要求,并对重点知识进行深入、细致的讲解,对难点用实例的方法进行释疑,使用这套丛书,能切实提高学生的学习效果。

总 序

初中数学
5·统计与概率

版本通用 丛书以教育部颁布的新课程标准为编写依据,不受教材版本限制,按各学科知识内容编排,独立成册,不仅与教学要求相对应,更体现了学科知识的完整性、系统性和科学性,具有很强的通用性。

编排科学 丛书在编排时照顾到了学生的差异性,读者可以根据自己学习中的薄弱环节,有重点地选择,有针对性地学习,以达到事半功倍的效果。丛书坡度设计合理,帮助学生在知识学习的基础上,充分了解和掌握运用知识解决问题的方法,提升学习能力。

愿《新专题教程》成为您的好伙伴,学习的好帮手,为您的学习带来诸多的便利,给您一个智慧的人生。

华东师范大学出版社
教辅分社

说起从事概率统计教学的研究,感觉还真有点缘分.记得我发表的第一篇文字是1987年刊于《数学教学》杂志上的《日本中学数学课程中的概率与统计》,这是根据当时何声武教授参加国际会议带回来的资料编译的一个稿子.1995年,上海教育出版社出版了弗赖登塔尔《作为教育任务的数学》的中译本,其中第十八章“概率与统计”正好也是我编译的.真正开始研究概率统计教学是在1997年,去新加坡留学后我决定以“中国学生对概率的认识”为我的博士论文课题.1998、2002、2006年,我参加了第5、6、7届国际统计教学会议.2004年,第10届国际数学教育大会召开,承蒙郑毓信教授推荐,我成为其中“概率统计教学专题研究小组”的召集人之一.2006年初,我被选为数学教育国际委员会(ICMI)和国际统计教育学会(IASE)联合研究项目国际程序委员会的成员.这些学术活动无疑开阔了我的视野.

2000年回华东师大数学系工作之后,正值我国开展大规模的中小学课程改革,便参与了王建磐教授主编、华东师范大学出版社出版的义务教育课程标准实验教科书《数学》的编写.目前,选用这套实验教材的初中学生已经毕业了三届,从全国各地近三年的中考来看,其命题呈现出一定的趋势和特点.结合近年来我们对初中概率统计教学的反思,在华东师大出版社的精心组织下,我们认真地对本分册进行了修订,以期为广大师生提供诚挚的、优质的服务.

《统计与概率》分册主要是为9年级师生进行统计与概率总复习而写,共设7个专题.前3个专题以复习概率知识

前言

初中数学5.统计与概率

为主,接着的3个专题则主要复习统计知识,最后1个专题注重综合地解决一些实际问题.在本书的写作中,我和我的同伴们尽量吸取有关知识的教育研究成果,比如各专题中指出的那些错误认识都不是我们凭空想象出来的,而是在教育研究中发现的.这样做的目的意在使本书能够更好地加深学生对统计与概率的认识.

统计与概率在以往的中考中只占很少的几分,实施新课程后,这部分内容在各地中考试题中所占分值的比例在明显增长,考题注重与日常生活、自然科学技术等领域的联系,重在考察学生对知识的理解,从收集数据信息角度解决问题的能力等等.

考虑到课程标准只规定了学生应该达到的基本水平,中考又担负着挑选优秀学生的重任,为满足不同地区对学生的实际要求,本书对课程标准中的有些内容略有拓展,以“*”示之.另外,本书也收录或改编了一些近三年使用过的中考题,以反映近期的一些命题特点.

本书的写作提纲由我拟订,第一版中,专题2和5由程靖撰写,专题3、4分别由吴惠红和宋玉连撰写,专题7由郑仲义和我共同撰写,另外,我还撰写了专题1和6.本次修订由我和程靖共同完成.

李俊

CONTENTS

目 录

初中数学5·统计与概率

专题1 体验随机事件发生的概率	1
§ 1.1 随机事件	1
§ 1.2 体验随机事件发生的概率	6
专题2 通过试验估计随机事件发生的概率	12
§ 2.1 频率与概率	12
§ 2.2 用模拟试验的方法估计概率	19
专题3 通过计算预测随机事件发生的概率	23
§ 3.1 树状图分析	23
§ 3.2 计算概率的公式	27
专题4 利用统计图表交流信息	33
§ 4.1 统计表	33
§ 4.2 统计图	38
专题5 概括一组数据的信息	50
§ 5.1 平均数、中位数、众数	50
§ 5.2 极差、方差、标准差	57
专题6 通过样本了解总体	64
§ 6.1 总体与样本	64
§ 6.2 用样本估计总体	67

CONTENTS

目 录

初中数学5·统计与概率

专题7 利用数据说理或决策	75
§ 7.1 综合已有图表中的信息	75
§ 7.2 从问题出发收集数据	81
参考答案与提示	87

体验随机事件发生的概率

§ 1.1 随机事件

【知识梳理】

1. 随机现象

在现实世界中,有一些现象在相同的条件下,重复同样的试验,该现象却有时发生有时不发生.这些现象就其个别来看发生与否是没有规则、不可预测的,但是通过大量的试验和观察以后,就其整体来看却表现出一种非偶然的规律性,这些现象被称为“随机现象”.概率论研究的就是随机现象所服从的规律.

2. 随机事件、必然事件和不可能事件

在相同条件下可能发生也可能不发生的事件称为随机事件.

在一组基本条件之下,每一次试验都必然发生的事件称为必然事件.

在一组基本条件之下,任何一次试验都不会发生的事件称为不可能事件.

【分类举例】

1. 认识随机现象

该现象的发生是否有规则、可预测是区分随机现象和非随机现象的重要特征.我们在算术、代数、几何中研究过的许多现象都不是随机现象.要说明一个现象是随机现象,需要表明它既有发生的可能,也有不发生的可能;要说明它不是随机现象,则从试验结果可以明确预测,从毫无悬念的角度回答.

例 1 指出下列现象中哪些是随机现象,哪些不是:

- (1) 随机地选取两个奇数,其和恰为一个偶数;
- (2) 从一叠奖券中随机地选取一张,恰好中奖了;

点击:

规律是指事物发展过程中的本质联系和必然趋势.想一想你观察大数次抛掷硬币的结果是否是在探寻它服从的规律?

说明:

随机事件也可称为不确定事件或可能事件.

- (3) 将一根火柴随机地断成三段,恰好能围成一个三角形;
(4) 在课本中随机地找一个三角形,作三边上的高,恰好交于一点;

(5) 任意地写一个没有实根的一元二次方程,画出其对应的二次函数图象,该图象与 x 轴恰好没有交点.

分析与解 如果所发生的现象一定会发生就不能认为是随机现象了.

- (1) 不是随机现象.
(2) 是随机现象.
(3) 是随机现象.
(4) 不是随机现象.
(5) 不是随机现象.

注意:

找例子时不可自己增加条件,如骰子摔碎了,所以能同时读到两个数字等等.

思考:

用方法一一定能看清某事件是必然事件吗? 不可能事件呢? 随机事件呢?

2. 区分随机事件、必然事件和不可能事件

常用方法一:想一想有没有该事件发生的例子和该事件不发生的例子,如果这两种例子都找到了,说明这是一个随机事件;如果认定找不到该事件不发生的例子,说明这是一个必然事件;如果认定找不到该事件发生的例子,说明这是一个不可能事件.

常用方法二:列出试验所有可能发生的结果,如果该事件只包括了这些结果中的一部分,说明该事件是随机事件;如果该事件囊括了所有这些结果,说明该事件是必然事件;如果该事件根本不在这些结果当中,说明该事件是不可能事件.

显然,方法二比方法一更有说服力.

例2 现有两个布袋,里面放着一些除颜色外没有其他区别的小球,布袋中的小球已经搅匀,各色小球的具体数目如图1-1所示. 在下列事件中,请说出哪些是随机事件,哪些是必然事件,哪些是不可能事件? 为什么?

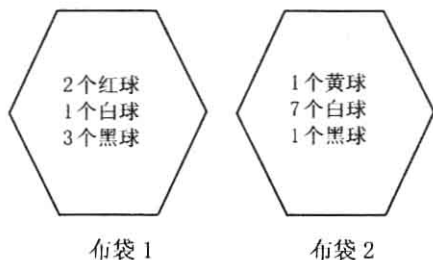


图 1-1

- (1) 随机地从第一个布袋中取出一个球,该球是白色的;
- (2) 随机地从第一个布袋中同时取出两个球,两球都是白色的;
- (3) 随机地从第二个布袋中取出一个球,该球是白色的;
- (4) 随机地依次从第一个和第二个布袋中各取出一个球,两球一个是红色的一个是黄色的;
- (5) 随机地挑选一个布袋,从中取出一个球,该球的颜色不外乎红、白、黑、黄四种颜色.

解 (1) 从第一个布袋中取出一个球,可能是白球,也可能是红球或黑球,所以,该事件是随机事件;

(2) 第一个布袋中一共只有 1 个白球,所以不可能同时取出两个白球,所以,该事件是不可能事件;

(3) 从第二个布袋中取出一个球,可能是白球,也可能不是白球,所以,该事件是随机事件;

(4) 从第一个布袋中取出一个红球是可能的,从第二个布袋中取出一个黄球也是可能的,所以,该事件是随机事件;

(5) 两个布袋中的球的颜色不外乎红、白、黑、黄四种颜色,所以该事件是必然事件.

例 3 有一天,小明来找数学老师答疑,他说他不相信概率,因为书上写的和现实世界中实际发生的完全不同. 比如,书上说抛掷一枚硬币正面朝上和反面朝上发生的概率都是 0.5,可是,谁都没法保证抛掷的结果是一半对一半. 你同意他的这一说法吗? 请说明理由.

分析 小明的这种怀疑在不少人的头脑里都存在. 其实,随机现象的特征就是在没有规则、不可预测的表面现象背后存在着规律,但是这种规律通常都不像“三角形的内角和是 180° ”表达得那么确定,而是确定中透着不确定,如“经历大数次试验后,硬币正面朝上出现的频率总是在 0.5 左右波动”. 虽然几次试验表现出随机现象不可预测的一面,但是经历大量的试验和观察,我们就能够发现随机现象也存在规律的一面,那就是频率振动的幅度会缩小,频率会稳定在某一个定值(概率值)的附近,所以,书上说抛掷一枚硬币正面朝上发生的概率是 0.5,指的是经历大数次试验和观察,你会看到正面朝上出现的频率振动的幅度会缩小,频率会稳定在 0.5 这个定值的附近,而不是指“正面朝上”和“反面朝上”出现的次数必须恰

点击:

“可能不是白球”与“不可能是白球”有区别吗?

注意:

尽管第二个布袋中白球很多,但还是有可能取出其他颜色球的.

点击:

“稳定在某一个定值(概率值)的附近”的说法让人觉得回答不确定,“不准确”,但这正符合随机现象发生的特点.

点击:

在这里,“一定”相当于“必然”,“不一定”相当于“可能”。

注意:

有时为了节省篇幅,考察概率的问题中会省略一些通常的条件,如“搅匀”、“蒙上眼睛”、“除了颜色之外没有其他区别”等,改用“随机”一词,其表达的意思同样是无法预测结果的意思。

注意:

审题时要仔细,看清是否要求就某一个情景举例。



图1-2 转盘指针恰好压线

好是一半对一半。

例4 小华每天要乘车上学,在他上车的车站有2路车和10路车都可以到他的学校,所以,哪路车先到他就上哪路车。他统计了上个月他坐2路车和10路车的次数,发现分别是6次和17次。你认为他明天上学时一定是乘10路车吗?

解 不一定。公交车发车的时间是事先安排好的,小华每天上学的时间也大致不变,从他上个月的乘车记录来看,按照他的上车习惯,他每天上学乘到10路车的可能性比较大,但并不一定乘到10路车,他明天上学时也可能是乘2路车。

3. 列举随机事件、必然事件和不可能事件

除了会对给定情景中给定的事件作区分以外,进一步还会在给定情景或没有限制情景的情况下,自己列举出随机事件、必然事件和不可能事件。

如果题目中已经给定了情景,要列举三种不同的事件,最好是先列出试验可能出现的所有结果,做到心中有数,然后再根据三种不同事件的含义,构造例子。

例5 从一副52张没有大小王的扑克牌中,随机地从打乱的这副牌中抽出几张牌,在这个规定的情景中,请列举随机事件、必然事件和不可能事件各一个。

解 随机事件的例子:随机地从打乱的这副牌中抽取1张牌,恰好是“6”;

必然事件的例子:随机地从打乱的这副牌中抽取1张牌,这张牌不是大小王;

不可能事件的例子:随机地从打乱的这副牌中同时抽取5张牌,恰好是5个“6”。

例6 请就某一个情景,列举出随机事件、必然事件和不可能事件各一个。

解 如果抛掷一枚普通的正方体骰子,那么,

随机事件的例子:掷得的数是“6”;

必然事件的例子:掷得的数小于7;

不可能事件的例子:掷得的数大于6。

4. 发生概率为0的事件也可以是随机事件

不可能事件发生概率一定为0,但反过来,发生概率为0的

事件却不一定是不可能事件,如图 1-2 黑白两色的转盘,指针恰好压线的概率通过计算面积比(详见 § 3.2)可知是 0,但恰好压线这种巧合是有可能发生的.

思考: 发生概率为 1 的事件一定是必然事件吗?

基础训练

1. 下列哪些事情是必然发生的,哪些事情是可能发生的?

- (1) 随意地拨了一个电话号码,恰好是一个初中生接听电话;
- (2) 在长城上往空中抛一只苹果,它最终落地了;
- (3) 我放学回家打开电视机,屏幕上恰好在播广告;
- (4) 黑暗中我从一串没有明显区别的钥匙中拿到 1 把,竟然用它打开了房门.

2. 下列现象中哪些是随机现象,哪些不是?

- (1) 随意地作一个凸的四边形,连结相邻两边的中点又得到一个四边形,这个四边形恰好是一个平行四边形;
- (2) 随机地取一个正数,将其开平方,该数的平方根恰好小于该数;
- (3) 随机地在班上选 2 个同学,较高的同学其体重恰好也较重;
- (4) 全班同学抽签决定谁得大奖,小红恰好抽到了大奖.

3. 从一个装有 3 个红球 4 个白球 5 个黄球的布袋里随机地取出一个球,会得到哪些可能的结果(不要求所列的每个结果发生的概率相等)?

4. 在上题(第 3 题)的规定情景中,请例举不可能事件、随机事件和必然事件各一个(取球的次数或数量可以不是 1).

5. 不规定任何情景,请例举不可能事件、随机事件和必然事件各一个.

6. 有红、黄、蓝三色笔各 1 支,随机地取 1 支,给第一个正方形涂色,然后,将这支笔放回,再随机地取 1 支,给第二个正方形涂色,那么,“得到两个黄色的正方形”是_____事件.

7. (多项选择题)不透明的盒子中装有 5 个白球和 10 个黑球,它们除颜色之外没有其他差别,下列结果中有可能发生的是().

- A. 搅匀后,不放回地连续摸出 9 个都是黑球
- B. 搅匀后,不放回地连续摸出 9 个都是白球
- C. 搅匀后,不放回地连续摸出 9 个球,其中有 5 个白球和 4 个黑球
- D. 搅匀后,不放回地连续摸出 9 个球,其中有 3 个白球和 6 个黑球

能力提高

8. 将“2”、“0”、“0”、“7”四个号码牌放入一个布袋中,搅匀后随机地同时摸出 2 张将其相乘,那么请据此情景编写不可能事件、随机事件和必然事件各一个.

9. 联系你学概率的经验,你观察到过随机现象所服从的规律吗? 试举例说明.

10. 从英语 26 个字母卡片中随机地同时抽出三张,下列事件中哪些是不可能事件,哪些是随机事件,哪些是必然事件?为什么?

- (1) 三张卡片可以排成 top;
- (2) 三张卡片可以排成 see;
- (3) 三张卡片可以排成 xyz.

§ 1.2 体验随机事件发生的概率

【知识梳理】

1. 记录频数与计算频率

频数是指发生的次数,频率是指发生的次数在总次数中占的比率,或者说频率等于频数除以总次数.

虽然这两个概念很简单,但是因为统计是研究数据的学问,概率又可以用大数次试验中的频率来估计,所以,当我们决定通过观察、调查来弄清某个问题,并用数据来说理时,这两个概念是绝对少不了的.

注意:

记录原始数据最好用一张比较大的白纸,这样的记录比较清楚.

为了便于累计,我们通常用“正”字法来记录频数.等数据收集完后,我们再作一张汇总统计表,填上频数、频率等说理时需要的数据.

频数之和应等于总次数,频率之和应等于 1. 这两条经常被用来核查汇总统计图表中的数据是否有误.

2. 根据经验,定性地描述随机事件发生可能性的大小

所有随机事件在每次试验中都有可能发生也有可能不发生,那么,用什么指标来衡量随机事件发生的频繁程度呢? 在日常生活中,我们用可能性大小、机会大小,在数学中,我们用概率值.

说明:

如我们可以说“中大奖”这种事发生的可能性很小,机会很小,“不中奖”比“中奖”发生的可能性大,等等.

有的随机事件(如中大奖)很少发生,有的随机事件(如不中奖)则经常发生. 为了表示随机事件这种不同的发生频率,我们可以用“极少”、“不太可能”、“很少”、“偶尔”、“有可能”、“更有可能”、“很有可能”等词汇来定性地描述可能性的大小.

定性描述比较模糊,不那么确切. 比如随机事件:掷得“2”,有的人会说“很难发生”,有的人会说“不是很难发生”,争执不

下.所以,定性描述还有待于上升到定量描述,即用具体的数字而不是文字来描述.

3. 游戏的公平性

按照游戏双方获胜概率是否相等可以将游戏分为公平的游戏和不公平的游戏.公平的游戏其规则让游戏双方获胜的可能性一样大,不公平的游戏其规则会偏向游戏的某一方.

【分类举例】

1. 记录频数与计算频率

在做概率试验时,经常要利用“频数之和应等于总次数”来检查为了达到总次数还需要试验几次.利用“频率之和应等于1”常常可以发现缺损的频率值.

例1 某班42位学生某次的考试成绩被分为A、B、C三等,你相信下列统计图表吗?

成 绩	A 等	B 等	C 等
频 数	16	18	6
频 率	0.38	0.42	0.14

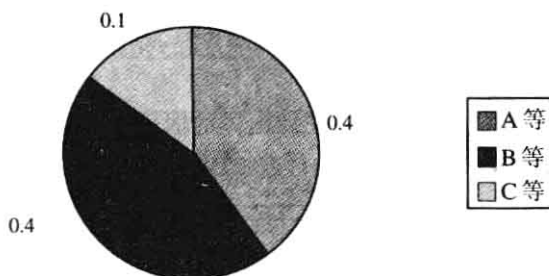


图 1-3 各等成绩频率统计图

解 不能相信,因为表和图中都有明显错误.

因为 $16 + 18 + 6 = 40 < 42$,而题目中说全班42位学生的考试成绩被分为A、B、C三等,所以各等成绩的人数统计肯定有误.

因为 $0.38 + 0.42 + 0.14 = 0.94 < 1$,所以频率计算肯定有误.

又因为 $0.4 + 0.4 + 0.1 < 1$,所以频率统计图也肯定有误.

说明:

所谓游戏的公平性是指游戏规则是否公平.

注意:

将表中的频率全部四舍五入之后有可能会造成频率之和不为1的错误.

2. 按照随机事件发生的频繁程度给随机事件排序

这就像是要对一组学生按他们的身高排序一样,只要保证从左到右一个比一个高就行,不必知道每个人的具体身高.当然,要排序正确,学生身高的差异要比较明显才行.

例2 一个转盘如图1-4所示,用力转动指针,将下列结果按发生的可能性的排序:

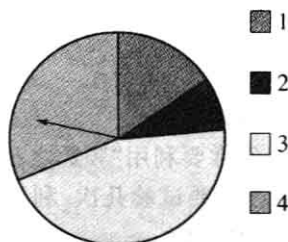


图 1-4

- (1) 指针停在颜色1处;
- (2) 指针停在颜色2处;
- (3) 指针停在颜色3处;
- (4) 指针停在颜色4处.

解 比较这四种颜色扇形的面积,由小到大依次是颜色2、颜色1、颜色4和颜色3,扇形面积越大,转到的可能性也越大,所以,按发生的可能性由小到大的顺序是:结果2、结果1、结果4、结果3.

例3 抛掷一枚普通的正四面体的骰子(如图1-5),根据右栏对可能性大小的描述,选择左栏相应的随机事件与之相连:

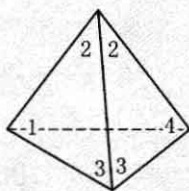


图 1-5 掷得“2”

点击:

在同时比较这5个事件时,定性描述比较准确.

随 机 事 件	可能性大小的描述
(1) 掷得“2”	(A) 必然发生
(2) 掷得偶数	(B) 很可能发生
(3) 掷得“5”	(C) 有一半的可能性发生
(4) 掷得的不是“3”	(D) 很难发生
(5) 掷得自然数	(E) 不可能发生

分析 普通的正四面体骰子共有4个顶点,分别表示“1”、“2”、“3”、“4”.所以,(5)和(A)相连,(4)和(B)相连,(2)和(C)