

配苏教版普通高中课程标准实验教科书·数学

高中类

ZIZHUXUEXIXUZONGHEPINGJIA

广东省教学教材研究室 编  
苏教版高中数学教材编写组



# 数学学习册

必修 4

江苏教育出版社

Jiangsu Education Publishing House

配苏教版普通高中课程标准实验教科书·数学

高中类

ZIZHUXUEXIXUZONGHEPINGJI  
广东省教学教材研究室 编  
苏教版高中数学教材编写组

# 数学学习册

必修 4

江苏教育出版社

Jiangsu Education Publishing House

自主学习与综合评价



ZIZHUXUEXIXUZONGHEPINGJI  
君临天下

书名 配苏教版普通高中课程标准实验教科书·数学  
数学学习册 必修4  
编著 广东省教育厅教学教材研究室  
苏教版高中数学教材编写组  
责任编辑 陈康持  
出版发行 江苏教育出版社  
地址 南京市马家街31号(邮编210009)  
网址 <http://www.1088.com.cn>  
集团地址 江苏出版集团(南京市中央路165号210009)  
集团网址 凤凰出版传媒网 <http://www.ppm.cn>  
经 销 广东教育书店  
照 排 南京理工排版校对有限公司  
印 刷 广东省教育厅教育印刷厂  
厂址 广州市黄埔区南岗笔岗路18号  
电 话 020—82232239  
开 本 787×1092毫米 1/16  
印 张 7.5  
字 数 178000  
版 次 2005年1月第1版  
2006年8月第2次印刷  
书 号 ISBN 7—5343—6257—1/G·5952  
定 价 10.20元

如发现印、装质量问题,影响阅读,请与广东省教育厅教育印刷厂  
质量管理处联系调换。 地址:广州市环市东路461号  
邮编:510075 电话:(020)37619435

主 编 吕伟泉 徐 勇 李善良  
本册主编 石永生 寇恒清  
编写人员 (按姓氏笔画为序)  
付冠流 刘军强 刘希栋 刘超平  
杨金成 张文韬 罗 诚 罗 裕  
徐 明 梁小贱 梁秉冠

# 致同学

## 致同学

亲爱的同学：

如果你们理解教科书中的内容，并完成教科书中相关的练习与“感受·理解”部分的习题后，还想进一步加强基础知识的训练，以求加深对所学内容的理解。那么，我们向你推荐这本学习用书。本书的内容是教科书的补充，它可以帮助你完善知识，也可以对你的学习情况进行检验。

你可以根据自己的需要，选择本书中部分或全部内容进行练习。在此基础上，你可以尝试解决“拓展延伸”中的问题。

在解题之前，首先要对所学知识进行整理，总结思考问题的方法与策略。最好先仔细阅读一下教科书，特别是教科书中的例题、习题。

在解题时，要认真观察、分析，综合运用知识。面对一个新的问题，我们要不断地问自己：在何处碰见过类似的问题？将这个问题分解，其中的部分是否是我熟悉的？那时我是怎样解决的？等等。遇到实在解决不了的问题，可以与同学研究或参考解答与提示，再思考解决问题的途径。

一个问题解决之后，不要马上转到另一个问题上，要及时反思：这个问题我是怎样解决的？还可以作哪些推广？等等。

在一个单元或一章结束后，最好做个总结，给出本章的知识结构图、重要的解决问题的思想方法以及你认为“好”的题目。再检测一下自己的学习情况，如果与预期的目标有距离，要及时查漏补缺，不要让自己似懂非懂地转入下一阶段的学习中。

这样，你会觉得学习数学很轻松，而且愈学愈有趣。

广东省教育厅教材研究室

苏教版高中数学教材编写组

2005年1月

# 目 录

001	<b>第 8 章 三角函数</b>
001	第 1 课时 任意角
003	第 2 课时 弧度制
005	第 3 课时 任意角的三角函数(1)
007	第 4 课时 任意角的三角函数(2)
009	第 5 课时 同角三角函数关系
011	第 6 课时 三角函数的诱导公式(1)
013	第 7 课时 三角函数的诱导公式(2)
015	第 8 课时 单元复习(1)
018	第 9 课时 三角函数的周期性
020	第 10 课时 三角函数的图象和性质(1)
022	第 11 课时 三角函数的图象和性质(2)
024	第 12 课时 三角函数的图象和性质(3)
026	第 13 课时 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象(1)
028	第 14 课时 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象(2)
030	第 15 课时 三角函数的应用(1)
032	第 16 课时 三角函数的应用(2)
034	第 17 课时 单元复习(2)
038	本章复习
044	<b>第 9 章 平面向量</b>
044	第 1 课时 向量的概念及表示
046	第 2 课时 向量的加法
048	第 3 课时 向量的减法
050	第 4 课时 向量的数乘
052	第 5 课时 向量共线定理

054	第 6 课时 单元复习(1)
057	第 7 课时 平面向量的基本定理
059	第 8 课时 平面向量的坐标运算
061	第 9 课时 向量平行的坐标表示
063	第 10 课时 向量的数量积(1)
065	第 11 课时 向量的数量积(2)
067	第 12 课时 向量的数量积(3)
069	第 13 课时 向量的应用
071	第 14 课时 单元复习(2)
074	本章复习
079	<b>第 10 章 三角恒等变换</b>
079	第 1 课时 两角和与差的余弦
081	第 2 课时 两角和与差的正弦(1)
083	第 3 课时 两角和与差的正弦(2)
085	第 4 课时 两角和与差的正切
087	第 5 课时 二倍角的三角函数(1)
089	第 6 课时 二倍角的三角函数(2)
091	第 7 课时 几个三角恒等式
093	本章复习
097	<b>参考答案</b>

# 第8章 三角函数

## 第1课时 任意角

### 『知识要点』

了解任意角的概念,理解象限角的含义及判定方法,能写出与任一已知角终边相同的角的集合.

### 『分层训练』

1.  $1000^\circ$ 的角的终边所在的象限为 ( )  
A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限
2. 给出下列四个命题:① $-60^\circ$ 是第四象限的角;② $235^\circ$ 是第三象限的角;③ $475^\circ$ 是第二象限的角;④ $-315^\circ$ 是第一象限的角.其中正确命题的个数是 ( )  
A. 1      B. 2      C. 3      D. 4
3. 设  $\alpha = -60^\circ$ , 则与角  $\alpha$  终边相同的角可以表示为 ( )  
A.  $60^\circ + k \cdot 360^\circ$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )      B.  $300^\circ + k \cdot 360^\circ$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )  
C.  $-30^\circ + k \cdot 360^\circ$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )      D.  $120^\circ + k \cdot 360^\circ$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )
4. 若将时钟拨快 5 分钟,则时针转了 \_\_\_\_\_ 度,分针转了 \_\_\_\_\_ 度.
5. 若  $\alpha$  是第三象限的角,则  $180^\circ - \alpha$  是第 \_\_\_\_\_ 象限的角.
6. 把下列各角化成  $\alpha + k \cdot 360^\circ$  ( $0^\circ \leq \alpha < 360^\circ$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ ) 的形式:  
(1)  $1200^\circ$ ;      (2)  $-1590^\circ$ .
  
7. 写出与下列各角终边相同的角的集合,并把集合中适合不等式  $-360^\circ \leq \alpha < 360^\circ$  的元素  $\alpha$  写出来:  
(1)  $100^\circ$ ;      (2)  $-462^\circ 30'$ .

8. 设  $A = \{\alpha \mid \alpha = 45^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ ,  $B = \{\alpha \mid \alpha = 225^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ ,  $C = \{\alpha \mid \alpha = 45^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ ,  $D = \{\alpha \mid \alpha = -135^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ ,  $E = \{\alpha \mid \alpha = 45^\circ + k \cdot 360^\circ \text{ 或 } \alpha = 225^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ , 则哪些集合相等? 哪些集合之间有互相包含关系?

### 拓展延伸

9. 已知角  $\alpha$ , 写出满足下列条件的角  $\beta$  的集合:
- 角  $\beta$  的终边与已知角  $\alpha$  的终边关于  $x$  轴对称;
  - 角  $\beta$  的终边与已知角  $\alpha$  的终边关于原点对称.
10. 若角  $\beta$  与  $60^\circ$  角的终边相同, 求在  $0^\circ$  到  $360^\circ$  之间, 且终边与角  $\frac{\beta}{3}$  的终边相同的角?

### 回顾反思

- 已知一个任意角, 如何确定其终边所在的象限?
- 在第 10 题中, 对于给定的  $n$  ( $n \in \mathbf{Z}, n > 1$ ), 角  $\frac{\beta}{n}$  的终边可以有几条?

## 第2课时 弧 度 制

### 知识要点

体会1弧度角的含义,能进行弧度与角度的互化,理解弧度制下的弧长公式和扇形面积公式.

### 分层训练

1.  $\frac{\pi}{12}$  的角化成角度制是 ( )  
A.  $15^\circ$       B.  $30^\circ$       C.  $60^\circ$       D.  $75^\circ$
2. 下列各角中与  $-120^\circ$  角终边相同的角为 ( )  
A.  $\frac{4\pi}{3}$       B.  $-\frac{5\pi}{6}$       C.  $-\frac{4\pi}{3}$       D.  $\frac{7\pi}{6}$
3.  $5$  弧度的角所在的象限为 ( )  
A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限
4. 集合  $M = \left\{ x \mid x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbf{Z} \right\}$ ,  $N = \left\{ x \mid x = k\pi \pm \frac{\pi}{4}, k \in \mathbf{Z} \right\}$ , 则集合  $M, N$  之间的关系是\_\_\_\_\_.
5. 在直径为  $10$  cm 的定滑轮上有一条弦, 其长为  $6$  cm,  $P$  是该弦的中点, 该滑轮以每秒  $5$  弧度的角速度旋转, 则点  $P$  5 秒内所经过的路程是\_\_\_\_\_.
6. 在直径为  $20$  cm 的圆中, 求下列各圆心角所对的弧长:  
(1)  $\frac{2\pi}{3}$ ;      (2)  $135^\circ$ .
7. 将下列各角化为  $2k\pi + \alpha$  ( $0 \leq \alpha < 2\pi$ ,  $k \in \mathbf{Z}$ ) 的形式, 并指出它们是第几象限角.  
(1)  $\frac{100\pi}{3}$ ;      (2)  $-10$ ;      (3)  $870^\circ$ ;      (4)  $-420^\circ$ .

8. 已知一扇形的周长是 6 cm, 面积为  $2 \text{ cm}^2$ , 求此扇形的圆心角的弧度数.

### 拓展延伸

9. 设集合  $A = \{x \mid 2k\pi \leqslant x \leqslant \pi + 2k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$ , 集合  $B = \{x \mid x^2 - 36 < 0\}$ , 求  $A \cap B$ .

10. 一只正常的时钟, 自零点开始到分针与时针再一次重合, 分针所转过的弧度数是多少?

### 回顾反思

1. 和角度制相比, 弧度制有哪些优越性?
2. 能否将弧长的概念作适当的推广, 以使等式  $l = r\alpha$  对任意角  $\alpha$  都成立.

## 第3课时 任意角的三角函数(1)

### 『知识要点』

理解任意角三角函数的定义,能根据三角函数的定义确定三角函数的定义域、函数值的符号.

### 『分层训练』

1. 若角 $\alpha$ 的终边上有一点 $P(-3, 0)$ , 则下列结论中正确的 ( )  
A.  $\sin \alpha$ 不存在    B.  $\cos \alpha = -1$     C.  $\tan \alpha$ 不存在    D.  $\tan \alpha = -1$
2. 已知角 $\alpha$ 的终边经过点 $(-1, 2)$ , 则 $\cos \alpha$ 的值为 ( )  
A.  $-\frac{\sqrt{5}}{5}$     B.  $-\sqrt{5}$     C.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$     D.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$

已知角 $\alpha$ 的终边经过点 $P(-4\alpha, 3\alpha)$  ( $\alpha \neq 0$ ), 则 $2\sin \alpha + \cos \alpha$ 的值为 ( )

- A.  $\frac{2}{5}$     B.  $\frac{2}{5}$ 或 $-\frac{2}{5}$     C.  $\frac{3}{5}$     D.  $-\frac{2}{5}$

若角 $\alpha$ 是第二象限角, 且 $\left|\cos \frac{\alpha}{2}\right| = -\cos \frac{\alpha}{2}$ , 则 $\frac{\alpha}{2}$ 是第\_\_\_\_\_象限的角.

函数 $y = \frac{|\cos x|}{\cos x} + \frac{|\tan x|}{\tan x}$ 的值域为\_\_\_\_\_.

已知角 $\alpha$ 的终边经过点 $P(3\alpha - 9, \alpha + 2)$ , 且 $\cos \alpha \leqslant 0$ ,  $\sin \alpha > 0$ , 求 $\alpha$ 的取值范围.

7. 判断下列各式符号:

(1)  $\frac{\tan(-3)\cos 5}{\sin 8}$ ;

(2)  $\frac{\sin 330^\circ \cdot \tan\left(-\frac{13}{3}\pi\right)}{\cos\left(-\frac{19}{6}\pi\right) \cdot \tan 660^\circ}$ .

8. 已知点  $M(4, x)$  在角  $\alpha$  的终边上, 且满足  $x < 0$ ,  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ , 求  $\tan \alpha$  的值.
9. 已知角  $\alpha$  的始边为  $x$  轴的正半轴, 终边在直线  $y = kx$  上, 若  $\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$ , 且  $\cos \alpha < 0$ ,  
试求实数  $k$  的值.

拓展延伸

10. (1) 已知  $\sin \alpha < 0$  且  $\tan \alpha > 0$ , 试判断  $\tan \frac{\alpha}{2}$  和  $\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$  的符号.  
(2) 若  $\theta$  为第二象限角, 试确定  $\sin(\cos \theta) \cos(\sin \theta)$  的符号.

回顾反思

1. 你能求出 7(2) 中式子的值吗?  
2. 你能利用单位圆给出任意角三角函数的定义吗?

## 第4课时 任意角的三角函数(2)

### 『知识点』

理解单位圆中的三角函数线,能利用单位圆中的三角函数线探究三角函数的有关性质.

### 『分层训练』

1. 若角  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 2\pi$ ) 的正弦线与余弦线的数量互为相反数,那么  $\alpha$  的值为 ( )  
A.  $\frac{\pi}{4}$       B.  $\frac{3\pi}{4}$       C.  $\frac{7\pi}{4}$       D.  $\frac{3\pi}{4}$  或  $\frac{7\pi}{4}$
2. 下列命题中正确的是 ( )  
A. 若  $\alpha > \beta$ , 则  $\cos \alpha < \cos \beta$   
B. 若  $\cos \alpha = \cos \beta$ , 则  $\alpha$  与  $\beta$  的终边相同  
C. 若  $\alpha > \beta$ , 则  $\cos \alpha > \cos \beta$   
D. 若  $\cos \alpha = \cos \beta$ , 则  $\alpha = 2k\pi \pm \beta$  ( $k \in \mathbf{Z}$ )
3. 若  $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$ , 则下列不等式中成立的是 ( )  
A.  $\sin \theta > \cos \theta > \tan \theta$       B.  $\cos \theta > \tan \theta > \sin \theta$   
C.  $\tan \theta > \sin \theta > \cos \theta$       D.  $\sin \theta > \tan \theta > \cos \theta$
4. 满足  $\tan x < \sqrt{3}$  且  $x \in (0, \pi)$  的  $x$  的集合为 \_\_\_\_\_.
5. 利用单位圆中的三角函数线比较大小:  $\sin 25^\circ$  \_\_\_\_  $\sin 150^\circ$ ;  $\cos \frac{2\pi}{3}$  \_\_\_\_  $\cos \frac{4\pi}{5}$ ;  
 $\tan \frac{2\pi}{3}$  \_\_\_\_  $\tan \frac{4\pi}{5}$ .
6. 在单位圆中作出符合下列条件的角的终边:  
(1)  $\cos x = \frac{1}{4}$ ;      (2)  $\tan x = -\frac{1}{2}$ .

7. 求函数  $y = \sqrt{\sin x} + \sqrt{-\cos x}$  的定义域.

8. (1) 若  $-\frac{2\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{\pi}{6}$ , 试确定  $\sin \theta$  的取值范围.

(2) 若  $30^\circ \leq \theta < 90^\circ$  或  $90^\circ < \theta < 120^\circ$ , 试确定  $\tan \theta$  的取值范围.

### 拓展延伸

9. 分别写出满足下列条件的  $\theta$  的集合:

$$(1) \tan \theta > -1; \quad (2) -\frac{1}{2} \leq \sin \theta < \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

10. 若  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ , 试探究  $\sin \alpha + \cos \alpha$  的取值范围.

### 回顾反思

- 在第 9 题中, 你能求出同时满足条件(1)和(2)的  $\theta$  的集合吗?
- 除了已探究出的结论外, 利用单位圆你还能得到三角函数的哪些性质?

## 第5课时 同角三角函数关系

### 『知识点』

理解同角三角函数的基本关系式，并体会它们在三角函数式的化简、求值和三角恒等式证明中的应用。

### 『分层训练』

1. 已知  $\cos \alpha = \frac{1}{5}$ , 且  $\tan \alpha < 0$ , 则  $\sin \alpha$  的值等于 ( )

A.  $\pm \frac{2}{5}\sqrt{6}$       B.  $\frac{\sqrt{6}}{12}$       C.  $-\frac{2}{5}\sqrt{6}$       D.  $\pm \frac{\sqrt{6}}{12}$

2. 设  $\alpha$  是第二象限角, 则化简  $\tan \alpha \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1}$  的结果是 ( )

A. 1      B.  $\tan^2 \alpha$       C.  $-\tan^2 \alpha$       D. -1

3. 已知  $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{8}$ , 且  $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ , 则  $\cos \alpha - \sin \alpha$  的值等于 ( )

A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       B.  $\frac{3}{4}$       C.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$       D.  $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

4. 已知  $\tan \alpha = \frac{12}{5}$ , 则  $\cos \alpha$  的值为 \_\_\_\_\_.

5. 化简:  $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta - \sin^2 \alpha \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta =$  \_\_\_\_\_.

6. 已知  $\tan \theta = -\frac{1}{2}$ , 求下列各式的值:

(1)  $\frac{\sin \theta + 3\cos \theta}{\sin \theta - 2\cos \theta}$ ;      (2)  $2\sin^2 \theta - 3\sin \theta \cos \theta - 1$ .

7. 已知  $\alpha$  是第三象限角, 化简  $\sqrt{\frac{1+\sin \alpha}{1-\sin \alpha}} - \sqrt{\frac{1-\sin \alpha}{1+\sin \alpha}}$ .

8. 已知  $\theta \in [0, 2\pi)$ , 若  $\frac{\sin \theta}{\sqrt{1 - \cos^2 \theta}} + \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \theta}}{\cos \theta} = 0$ , 求  $\theta$  的取值范围.

9. 求证:(1)  $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = 1 - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$ ;

$$(2) \frac{\sin^3 \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} + \frac{\cos^2 \alpha}{1 + \tan \alpha} = 1 - \sin \alpha \cos \alpha.$$

### 拓展延伸

10. 设  $\alpha$  是第三象限角, 问是否存在这样的实数  $m$ , 使得  $\sin \alpha, \cos \alpha$  是关于  $x$  的方程  $8x^2 + 6mx + 2m + 1 = 0$  的两个根? 若存在, 请求出实数  $m$ ; 若不存在, 请说明理由.

### 回顾反思

1. 在第 7 题中, 若去掉条件“ $\alpha$  是第三象限角”, 则结果如何?
2. 证明三角恒等式有哪些常用途径?