

锦囊妙解

创新导学专题

高中数学

不笨式

丛书主编 司马文 曹瑞彬
丛书副主编 冯小秋 钟志健
本册主编 朱燕卫



品牌连续热销 8年



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

锦囊妙解

创新导学专题

高中数学 不等式

丛书主编 司马文 曹瑞彬

丛书副主编 冯小秋

执行主编 江海

本册主编 朱燕卫

编者 万强华 孙志明 许学龙 曹建峰 毛金才 李庆春 周志祥
朱燕卫 金尤国 胡志彬 丁锁勤 钱勇 吴志山 何福林
沈桂彬 李小慧 朱时来 王春和 周拥军 王新祝 李家亮
丁勇 肖亚东 吴淑群 张季锋 李金光



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

图书在版编目(CIP)数据

锦囊妙解创新导学专题·高中数学·不等式/司马文,曹瑞彬丛书
主编;朱燕卫本册主编. —北京:机械工业出版社,2010.10
ISBN 978-7-111-31859-0

I. ①锦… II. ①司…②曹…③朱… III. ①代数课—高中—
教学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 177060 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑:石晓芬

责任印制:杨 曦

北京蓝海印刷有限公司印刷

2010 年 10 月第 1 版·第 1 次印刷

169mm×228mm·10 印张·230 千字

标准书号:ISBN 978-7-111-31859-0

定价:14.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心:(010)88361066

门户网:<http://www.cmpbook.com>

销售一部:(010)68326294

教材网:<http://www.cmpedu.com>

销售二部:(010)88379649

封面无防伪标均为盗版

读者服务部:(010)68993821

前言



锦囊妙解丛书面世多年，备受广大读者厚爱，在此深表感谢。为了对得起广大读者的信任，对得起自己的职业良心，我们密切关注课程改革的新动向，在原有基础上，精益求精，反复修订，使得锦囊妙解丛书与时俱进、永葆青春。目前奉献给读者的《锦囊妙解创新导学专题》丛书，力求凸显创新素质的培养，力求知识讲解创新、选择试题创新、剖析思路创新，从而力求让学生阅读后，能更透彻、迅速地明晰重点、难点，在掌握基本的解题思路和方法的基础上，举一反三、触类旁通，全面提升学生的创新素质，在学习、应试中得心应手、应付裕如。

本丛书以每个知识点为讲解元素，结合“课标解读”、“知识清单”、“易错清单”、“点击高（中）考”、“模拟演练”等栏目设计，突出教材中的重点和难点，并将高（中）考例题的常考点、易错点进行横竖梳理，多侧面、多层次、全方位加以涵盖，使分散的知识点凝聚成团，形成纵横知识网络，有利于学生的记忆、理解、掌握、类比、拓展和迁移，并转化为实际解题能力。

本丛书取材广泛，视野开阔，吸取了众多参考书的长处及全国各地教学科研的新思路、新经验和新成果，选例新颖典型，难度贴近高（中）考实际。讲解完备，就某一专题进行集中、全面的剖析，对知识点的讲解自然而细致。一些问题及例题、习题后的特殊点评标识，能使学生对本专题的知识掌握起来难度更小，更易于理解，从而达到举一反三、触类旁通的功效。

本丛书以“新课程标准”为纲，以“考试说明”与近年考卷中体现的高（中）考命题思路为导向，起点低、落点准，重点难点诠释明了，高（中）考关键热点突出，专题集中，能很好地培养学生思维的严谨性、解题的灵活性、表达的规范性。

古人云：授人以鱼，只供一饭之需；授人以渔，则一生受用无穷。让学生掌握“捕鱼之术”，其实就是创新教育的主要目标。本丛书策划者、编写者以此为共识，精诚合作，千锤百炼，希望本丛书不但能帮助你学到知识，掌握知识，而且能掌握其学习方法，养成创新意识，增强创新能力，那将能让你终身受益。

司马文

曹瑞彬

编写说明

在总结优等生成功学习经验的基础上，我们精心编写了这套与教材完全同步的讲解类教辅书。本书不仅注重传授知识，更注重传播优等生良好的学习习惯、方法、技巧。通过明确学习目标、精细研读教材、总结规律方法、提升思维能力、构建知识体系、关注把握高考等实用、高效、操作性强的学习环节，展现出本书与众不同的亮点。

1. 完全与教材同步，以每个知识点为讲解元素，结合【课标解读】、【知识清单】、【易错清单】、【点击高考】、【模拟演练】等栏目设计，突破重点，化解难点，诠释疑点，核心解读，精、准、全、透。

2. 紧扣教材知识，按照考查点准确归类，精准解读典型例题，透彻分析解题思路，适时总结规律方法，优化解题思维，培养创新意识，提升实践能力。

3. 全面解析学习过程中的易错点、疑难点、明确思路转折点，释疑解惑，纠错反思，弥补疏漏，使学习效果日臻完善。

4. 明确高考重点、难点、热点问题，科学预测命题趋势，配合各版本教材的不同特点，精选各地高考名题，突显区域化的考试特点，并进行细致入微的讲解和点评，运筹帷幄，决胜千里，提高应试能力。

5. 与课堂教学配合，讲析结合，详略得当，启发多角度思维，精准点拨解题思路，具有很强的针对性、实用性。

6. 在细致讲练的基础上，归纳、总结出综合性、创新性、能力性更强的问题、方法、题型，以专题的形式专项讲解，拓展突破。

编者

目 录



前言

编写说明

第 1 节 不等关系 / 1

第 2 节 一元二次不等式 / 13

第 1 讲 一元二次不等式的解法 / 13

第 2 讲 一元二次不等式的应用 / 30

第 3 节 二元一次不等式组与简单线性规划问题 / 50

第 1 讲 二元一次不等式 (组) 表示的平面区域 / 50

第 2 讲 二元一次不等式 (组) 表示的平面区域与简单线性规划 / 62

第 3 讲 简单线性规划的应用 / 75

第 4 节 基本不等式 $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$ ($a \geq 0, b \geq 0$) / 94

第 1 讲 基本不等式 / 94

第 2 讲 基本不等式的应用 / 109

专题综合讲解 / 126

专题一 利用不等式研究函数的性质 / 127

专题二 一元二次方程根及根的分布问题 / 131

专题三 不等式中恒成立问题 / 134

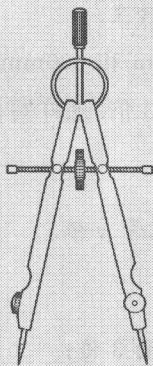
专题四 不等式的证明 / 138

专题五 不等式思想方法 / 141

阶段学习测试 / 143

第1节 不等关系

课标解读



【知识与技能】

1. 通过具体情景,感受在现实世界和日常生活中存在着大量的不等关系,了解不等式(组)的实际背景;
2. 掌握作差比较法判断两实数或代数式大小;
3. 掌握不等式的性质和利用不等式的性质证明简单不等式.

【过程与方法】

1. 经历由实际问题建立数学模型的过程,体会其基本方法;
2. 以问题方式代替例题,学习如何利用不等式研究及表示不等式,利用不等式的有关基本性质研究不等关系;
3. 通过讲练结合,培养学生转化数学思想和逻辑推理能力.

【情感、态度与价值观】

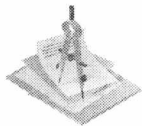
1. 通过解决具体问题,体会数学在生活中的重要作用,培养严谨的思维习惯.
2. 通过学生在学习过程中的感受、体验、认识状况及理解程度,注重问题情境、实际背景的设置,通过学生对问题的探究思考,广泛参与,改变学生学习方式,提高学习质量.

【重点】

1. 通过具体情景,建立不等式模型;
2. 掌握作差比较法判断两实数或代数式大小;
3. 掌握不等式的性质和利用不等式的性质证明简单不等式.

【难点】

用不等式(组)正确表示出不等关系;利用不等式的性质证明简单不等式.



知识清单

知识点 1

不等关系的概念

在实际生活中,我们经常要进行大小、多少、高低、轻重、长短和远近的比较,反映在数量上就是相等与不等两种情况,我们把这种不等情况叫做不等关系.表示不等关系的式子叫做不等式,常用“ $<$ ”、“ $>$ ”、“ $\leq$ ”、“ $\geq$ ”、“ $\neq$ ”表示不等关系.

例1 (1) $x^2 - x \neq 0$ 是否是不等式?

(2)如果 $x=3$,那么 $x \geq 3$ 是否成立?

(3)如果 $x \leq 5$,那么 $x=5$ 是否成立?

【分析】(1)考查了不等关系的概念;(2) $x \geq 3$ 包含了大于等于 3 的一切实数,所以成立;(3) $x \leq 5$ 不一定 $x=5$.

【解析】(1)是不等式;(2)成立;(3)不一定成立.

【点评】要清楚不等关系的概念,及大于等于、小于等于的含义.

例2 某钢铁厂要把长度为 4000mm 的钢管截成 500mm 和 600mm 两种.按照生产的要求,600mm 钢管的数量不能超过 500mm 钢管的 3 倍.怎样写出满足上述所有不等关系的不等式呢?

【分析】用不等式(组)正确表示出不等关系.

【解析】假设截得的 500mm 钢管 x 根,截得的 600mm 钢管 y 根.

根据题意,应有如下的不等关系:

(1)截得两种钢管的总长度不能超过 4000mm;

(2)截得 600mm 钢管的数量不能超过 500mm 钢管数量的 3 倍;

(3)截得两种钢管的数量都不能为负.

由以上不等关系,可得不等式组:

$$\begin{cases} 500x + 600y \leq 4000, \\ 3x \geq y, \\ x \in \mathbf{N}, \\ y \in \mathbf{N}. \end{cases}$$

【点评】用不等式(组)表示不等关系,先要理解题意,根据题意列出关系式.

例3 某校学生以面粉和大米为主食.已知面食每 100g 含蛋白质 6 个单位,



含淀粉 4 个单位;米饭每 100g 含蛋白质 3 个单位,含淀粉 7 个单位.某快餐公司给学生配餐,现要求每盒至少含 8 个单位的蛋白质和 10 个单位的淀粉.设每盒快餐需面食 x 百克、米饭 y 百克,试写出 x, y 满足的条件.

【解析】

$$x, y \text{ 满足的条件为 } \begin{cases} 6x + 3y \geq 8 \\ 4x + 7y \geq 10 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

【结论】文字语言与数学符号之间的转换.

文字语言	数学符号	文字语言	数学符号
大于	$>$	至多	$\leq$
小于	$<$	至少	$\geq$
大于等于	$\geq$	不少于	$\geq$
小于等于	$\leq$	不多于	$\leq$

【总结】建立不等式模型:通过具体情景,对问题中包含的数量关系进行认真、细致的分析,找出其中的不等关系,并由此建立不等式.问题中的数学模型通常有一元一次不等式、一元二次不等式、二元一次不等式(组)及线性规划等问题.

知识点 2

实数比较大小的依据与方法

(1) 实数的两个特征

- ①任意实数的平方不小于 0,即 $a \in \mathbf{R} \Leftrightarrow a^2 \geq 0$.
- ②任意两个实数都可以比较大小,反之,可以比较大小的两个数一定是实数.

(2) 实数比较大小的依据

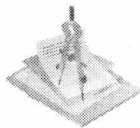
实数与数轴上的点是一一对应的,在数轴上不同的两个点中,右边的点表示的实数比左边的点表示的实数大,若点 A 在点 B 的右方,则点 A 表示的实数 a 就大于点 B 表示的实数 b ,即 $a > b$,这时, b 应加上一个正数才能得到 a ,即 $a - b$ 是一个正数,故比较两个实数的大小,只要考虑它们的差就可以了,对两个实数有如下的性质:

①如果 $a > b$,则 $a - b$ 为正数,如果 $a = b$,则 $a - b = 0$,如果 $a < b$,则 $a - b$ 为负数,反之亦然,即有:

$$\begin{aligned} a > b &\Leftrightarrow a - b > 0 \\ a = b &\Leftrightarrow a - b = 0 \\ a < b &\Leftrightarrow a - b < 0 \end{aligned}$$

②对于任意两个数 a 和 b ,在 $a > b, a = b, a < b$ 三种关系中,有且只有一种关系成立.





(3) 实数比较大小的方法

比较两个实数 a 与 b 的大小, 需归结为判断它们的差 $a-b$ 的符号(注意: 指差的符号, 至于差的值究竟是什么, 无关紧要).

比较两个实数(代数式)的大小——作差法, 其具体解题步骤可归纳为:

第一步: 作差并化简, 其目标应是 n 个因式之积或完全平方式或常数的形式;

第二步: 判断差值与 0 的大小关系, 必要时需进行讨论;

第三步: 得出结论.

例4 比较大小: (1) $(a+3)(a-5)$ 与 $(a+2)(a-4)$;

(2) $\frac{a+m}{b+m}$ 与 $\frac{a}{b}$ (其中 $b>a>0, m>0$).

【分析】 此题属于两代数式比较大小, 实际上是比较它们的值的大小, 可以作差, 然后展开, 合并同类项之后, 判断差值正负, 并根据实数运算的符号法则来得出两个代数式的大小.

【解析】 (1) $(a+3)(a-5) - (a+2)(a-4) = (a^2 - 2a - 15) - (a^2 - 2a - 8) = -7 < 0$

$\therefore (a+3)(a-5) < (a+2)(a-4).$

(2) $\frac{a+m}{b+m} - \frac{a}{b} = \frac{b(a+m) - a(b+m)}{b(b+m)} = \frac{m(b-a)}{b(b+m)},$

$\because b>a>0, m>0,$

$\therefore \frac{m(b-a)}{b(b+m)} > 0, \text{ 所以 } \frac{a+m}{b+m} > \frac{a}{b}.$

【说明】 不等式 $\frac{a+m}{b+m} > \frac{a}{b}$ ($b>a>0, m>0$) 在生活中可以找到原型: bg 糖水中

有 ag 糖 ($b>a>0$), 若再添加 mg 糖 ($m>0$), 则糖水便甜了. (浓度 = $\frac{\text{溶质}}{\text{溶液}}$)

例5 已知 $x>2$, 比较 x^3+11x 与 $6x^2+6$ 的大小.

【解析】 $x^3+11x - (6x^2+6) = x^3 - 3x^2 - 3x^2 + 11x - 6$
 $= x^2(x-3) + (-3x+2)(x-3)$
 $= (x-3)(x-2)(x-1) \dots\dots\dots (*)$

① 当 $x>3$ 时 $(*)$ 式 >0 , 所以 $x^3+11x > 6x^2+6$;

② 当 $x=3$ 时, $(*)$ 式 $=0$, 所以 $x^3+11x = 6x^2+6$;

③ 当 $2<x<3$ 时, $(*)$ 式 <0 , 所以 $x^3+11x < 6x^2+6$.

【总结】 (1) 比较大小的步骤: 作差—变形—定号—结论;

此处体现了分类讨论的数学思想



(2) 实数比较大小的问题一般可用作差比较法, 其中变形常用因式分解、配方、通分等方法才能定号;

(3) 差的变形要变到几个好判断正负式子的积, 或者几个正数的和, 几个负数的和.

例6 求证 $ab+bc+ca \leq a^2+b^2+c^2$ 并说出等号成立的条件.

【分析】 不等式的证明常用作差法.

【证明】 $ab+bc+ca - (a^2+b^2+c^2)$

$$= -\frac{1}{2}[2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca]$$

$$= -\frac{1}{2}[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2] \leq 0$$

当且仅当 $a=b=c$ 时, 等号成立.

$$\therefore ab+bc+ca \leq a^2+b^2+c^2$$

几个非负数的和还是非负数



【小结】 比较两实数的大小除了作差比较法, 有时还可用作商比较法. 利用

$\frac{b}{a} > 1, a > 0$ 时有 $b > a$; $\frac{b}{a} < 1, a > 0$ 时有 $b < a$. 这适用于几个数(式子)的乘积比较大.

知识点 3

不等式的基本性质

对称性: $a > b \Leftrightarrow b < a$;

传递性: 若 $a > b, b > c$, 则 $a > c$;

可加性: $a > b \Rightarrow a + c > b + c$;

可乘性: $a > b, \begin{cases} c > 0 \Rightarrow ac > bc, \\ c < 0 \Rightarrow ac < bc. \end{cases}$

不等式运算性质

同向相加: $a > b, c > d \Rightarrow a + c > b + d$;

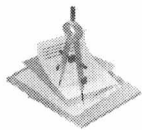
异向相减: $a > b, c < d \Rightarrow a - c > b - d$;

正数同向相乘: $a > b > 0, c > d > 0 \Rightarrow ac > bd$;

乘方法则: 若 $a > b > 0, n \in \mathbf{N}_+$, 则 $a^n > b^n$;

开方法则: 若 $a > b > 0, n \in \mathbf{N}_+$, 则 $\sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$;

倒数法则: $a > b > 0 \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}, a < b < 0 \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.



例7 适当增加不等式条件使下列命题成立:

(1) 若 $a > b$, 则 $ac \leq bc$;

(2) 若 $ac^2 > bc^2$, 则 $a^2 > b^2$;

(3) 若 $a > b$, 则 $\lg(a+1) > \lg(b+1)$;

(4) 若 $a > b, c > d$, 则 $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$.

【分析】 本题考查了不等式的性质, 是开放性题型.

(1) 不等式两边同乘一个数要满足什么条件?

(2) 不等式两边平方要满足什么条件?

(3) 利用对数比较大小要满足哪些条件?

(4) 同向不等式相乘、除要满足哪些条件?

【解析】

(1) $c \leq 0$ $\because$ 乘以负数, 不等号方向才会改变

(2) $b \geq 0$ $\because ac^2 > bc^2, \therefore a > b$, 但只有均正时, 才有 $a^2 > b^2$

(3) $b > -1$ $\because a > b, \therefore a+1 > b+1$, 但作为真数, 还需为正, $\therefore$ 需要 $b > -1$

(4) $b > 0, d > 0$ $\because$ 同向同正具有可除性.

【点评】 利用不等式的性质要注意不等式成立的条件.

例8 已知 $a > b > 0, c < 0$,

求证: $\frac{c}{a} > \frac{c}{b}$.

【分析】 充分运用已知条件及不等式的性质去推证.

【证明】 因为 $a > b > 0$, 所以 $ab > 0, \frac{1}{ab} > 0$.

于是 $a \cdot \frac{1}{ab} > b \cdot \frac{1}{ab}$, 即 $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$.

由 $c < 0$, 得 $\frac{c}{a} > \frac{c}{b}$.

【点评】 运用上述性质解决问题时, 必须注意性质成立的条件, 不等式两边同乘一个负数, 不等号改变方向.

变题 已知 $c < d < 0, e < 0$,

求证: $\frac{e}{(a-c)^2} > \frac{e}{(b-d)^2}$.

证法一: (利用不等式的性质证明)

$\because c < d < 0$,

$\therefore -c > -d > 0$,

又 $a > b > 0$

$\therefore a - c > b - d > 0$,



$$\therefore (a-c)^2 > (b-d)^2 > 0,$$

$$\therefore 0 < \frac{1}{(a-c)^2} < \frac{1}{(b-d)^2},$$

$$\text{又} \because e < 0, \therefore \frac{e}{(a-c)^2} > \frac{e}{(b-d)^2}.$$

这里可以运用反比例函数

$f(x) = \frac{1}{x}$ 的单调性解决

证法二:(作差法)

$$\frac{e}{(a-c)^2} - \frac{e}{(b-d)^2} = \frac{e[(b-d)^2 - (a-c)^2]}{(a-c)^2(b-d)^2}$$

$$\because c < d < 0, \therefore -c > -d > 0, \text{又 } a > b > 0$$

$$\therefore a-c > b-d > 0,$$

$$\therefore (a-c)^2 > (b-d)^2 > 0,$$

$$\therefore e[(b-d)^2 - (a-c)^2] > 0,$$

$$\therefore \frac{e[(b-d)^2 - (a-c)^2]}{(a-c)^2(b-d)^2} > 0,$$

$$\therefore \frac{e}{(a-c)^2} > \frac{e}{(b-d)^2}.$$

点评 在作差比较过程中有时也要用到不等式的性质.



易错清单

易错点 1

忽视不等式成立的条件

例1 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $a > b$, 则下列不等式中恒成立的是 ()

A. $a^2 > b^2$

B. $(\frac{1}{2})^a < (\frac{1}{2})^b$

C. $\lg(a-b) > 0$

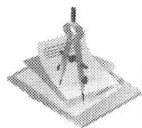
D. $\frac{a}{b} > 1$

【解析】 不等式成立是有条件的, $a > b$ 不一定能得到 $a^2 > b^2$, 这里需要 $a > b \geq$

$0, \frac{a}{b} > 1$ 需要 $b > 0$. 故容易出错.

【答案】 B

【提醒】 运用不等式的性质解题要注意不等式成立的条件.



易错点 2

忽视不等式性质的等价性

例2 设 $f(x) = ax^2 + bx$, 且 $1 \leq f(-1) \leq 2, 2 \leq f(1) \leq 4$, 求 $f(-2)$ 的取值范围.

【分析】 本题已知 $a-b$ 和 $a+b$ 的范围, 去求 $4a-2b$ 的范围. 极易由已知两不等式求出 a, b 的范围, 然后再求 $4a-2b$ 即 $f(-2)$ 的范围. 这种解法错在已知两不等式中的等号成立的条件不一定相同, 即由 $a > b, c > d$ 能得到 $a+c > b+d$, 反之不成立. 所以本题用待定系数法则容易避免上述错误.

【答案】 令 $f(-2) = mf(-1) + nf(1)$

$$\text{则 } 4a - 2b = m(a - b) + n(a + b)$$

$$\therefore 4a - 2b = (m+n)a - (m-n)b$$

$$\text{比较系数有 } \begin{cases} m+n=4 \\ m-n=2 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} m=3 \\ n=1 \end{cases}$$

$$\therefore f(-2) = 3f(-1) + f(1)$$

$$\therefore 1 \leq f(-1) < 2, 2 \leq f(1) \leq 4$$

$$\therefore 5 \leq 3f(-1) + f(1) \leq 10$$

$$\text{即 } 5 \leq f(-2) \leq 10$$

【提醒】 解题时用不等式的性质, 要注意条件的等价性.



点击

高考

例1 (2008 广东) 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 若 $a - |b| > 0$, 则下列不等式中正确的是

A. $b - a > 0$

B. $a^3 + b^3 > 0$

C. $a^2 - b^2 < 0$

D. $b + a > 0$

()

【点拨】 本题考查绝对值的概念和绝对值的性质及不等式的性质, 如果用特殊值法也能求解.

【解析】 由 $a - |b| > 0$ 知, $a > |b| \geq -b$, 所以 $b + a > 0$.

【答案】D

例2 (2007 上海) 设 a, b 是非零实数, 若 $a < b$, 则下列不等式成立的是

()

A. $a^2 < b^2$

B. $ab^2 < a^2b$

C. $\frac{1}{ab^2} < \frac{1}{a^2b}$

D. $\frac{b}{a} < \frac{a}{b}$

【点拨】本题考查不等式的性质, 可以用性质解决, 也可以用特殊值法.

【解析】解法一: A 必需满足 $a \geq 0$; B 必需满足 $ab < 0$ (两边同乘 ab); C 两边同除 a^2b^2 , 因为 a, b 是非零实数, 所以 $a^2b^2 > 0$, 所以 C 正确; D 显然不正确.

解法二: 取 $a = -3, b = 2$, 由 A、B、D 都错, 故 C 正确.

【答案】C

【点评】特殊值法是解选择题的一种技巧, 在应试时要时刻牢记有这么一种方法. 这里 a, b 没有说明符号, 注意不要错用性质.

例3 (2009 四川) 已知 a, b, c, d 为实数, 且 $c > d$. 则“ $a > b$ ”是“ $a - c > b - d$ ”的

()

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【点拨】本小题考查不等式的性质、简单逻辑, 属于基础题.

【解析】解法 1: $a > b$ 推不出 $a - c > b - d$; 但 $a - c > b - d \Rightarrow a > b + c - d > b$, 故选择 B.

解法 2: 令 $a = 2, b = 1, c = 3, d = -5$, 则 $a - c = -1 < b - d = 3 - (-5) = 8$; 由 $a - c > b - d$ 可得, $a > b + (c - d)$. 因为 $c > d$, 则 $c - d > 0$, 所以 $a > b$. 故“ $a > b$ ”是“ $a - c > b - d$ ”的必要而不充分条件.

【答案】B



模拟 演练

1. 已知 a, b, c, d 均为实数, 有下列命题: ①若 $ab > 0, bc - ad > 0$, 则 $\frac{c}{a} - \frac{d}{b} > 0$

②若 $a > b, \frac{c}{a} - \frac{d}{b} > 0$, 则 $bc - ad > 0$ ③若 $bc - ad > 0, \frac{c}{a} > \frac{d}{b} > 0$, 则 $ab > 0$. 其

中真命题的个数是

()

A. 0

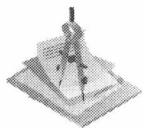
B. 1

C. 2

D. 3

2. 若 $a > b > c$, 则一定成立的不等式是

()



A. $a|c| > b|c|$ B. $ab > ac$ C. $a - |c| > b - |c|$ D. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < \frac{1}{c}$

3. 设 $a > 0, b > 0$, 则不等式 $-b < \frac{1}{x} < a$ 等价于 ()

A. $-\frac{1}{b} < x < 0$ 或 $0 < x < \frac{1}{a}$ B. $-\frac{1}{a} < x < \frac{1}{b}$
C. $x < -\frac{1}{a}$ 或 $x > \frac{1}{b}$ D. $x < -\frac{1}{b}$ 或 $x > \frac{1}{a}$

4. 若 $a > b > c$, 则下列不等式成立的是 ()

A. $\frac{1}{a-c} > \frac{1}{b-c}$ B. $\frac{1}{a-c} < \frac{1}{b-c}$ C. $ac > bc$ D. $ac < bc$

5. 若 $a, b, c \in \mathbf{R}, a > b$, 则下列不等式成立的是 ()

A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ B. $a^2 > b^2$ C. $\frac{a}{c^2+1} > \frac{b}{c^2+1}$ D. $a|c| > b|c|$

6. 已知 $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha < \beta \leq \frac{\pi}{2}$, 则 $\frac{\alpha-\beta}{2}$ 的范围为 _____.

7. 一个工程队规定要在 6 天内完成 300 土方的工程, 第一天完成了 60 土方, 现在要比原计划至少提前两天完成任务, 则以后几天平均每天至少要完成的土方数 x 应满足的不等式为 _____.

8. 某蔬菜收购点租用车辆, 将 100t 新鲜辣椒运往某市销售, 可租用的大卡车和农用车分别为 10 辆和 20 辆, 现每辆卡车载重 8t, 运费 960 元, 每辆农用车载重 2.5t, 运费 360 元, 据此, 安排两种车型, 应满足哪些不等关系, 请列出来.

9. 已知 $a > b > 0, c > d > 0$, (1) 求证: $ac > bd$; (2) 试比较 $\sqrt{\frac{a}{d}}$ 与 $\sqrt{\frac{b}{c}}$ 的大小.

10. 设 $f(x) = 3ax^2 + 2bx + c$, 若 $a + b + c = 0, f(0) > 0, f(1) > 0$

求证: (1) $a > 0, -2 < \frac{b}{a} < -1$;

(2) 函数 $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 内有零点.



1. 【解析】① $\because bc - ad > 0 \therefore bc > ad$ 同时除以 $ab \because ab > 0 \therefore \frac{c}{a} > \frac{d}{b} \therefore \frac{c}{a} - \frac{d}{b} > 0$

② $\because \frac{c}{a} - \frac{d}{b} > 0 \therefore \frac{c}{a} > \frac{d}{b} \because ab > 0$ 同时乘以 ab 得 $bc > ad \therefore bc - ad > 0$

③ $\frac{c}{a} > \frac{d}{b} > 0 \therefore \frac{c}{a} - \frac{d}{b} > 0$ 得 $\frac{bc - ad}{ab} > 0$ 又 $bc - ad > 0 \therefore ab > 0$





【答案】D

2.【解析】A 需要 $c \neq 0$, B 需要 $a > 0$, D 需要 a, b, c 同号.

【答案】C

3.【解析】若 $x > 0$, 则由 $\frac{1}{x} < a$ 知 $x > \frac{1}{a}$; 若 $x < 0$, 则由 $-b < \frac{1}{x}$ 知 $x < -\frac{1}{b}$.

【答案】D

4.【解析】 $\because a > b > c, a - c > b - c > 0 \therefore \frac{1}{a - c} < \frac{1}{b - c}$.

【答案】B

5.【解析】应用间接排除法. 取 $a = 1, b = 0$, 排除 A. 取 $a = 0, b = -1$, 排除 B. 取 $c = 0$, 排除 D. 故应该选 C. 显然 $\frac{1}{c^2 + 1} > 0$, 对不等式 $a > b$ 的两边同时乘以 $\frac{1}{c^2 + 1}$, 立得 $\frac{a}{c^2 + 1} > \frac{b}{c^2 + 1}$ 成立.

【答案】C

6.【解析】 $\because -\frac{\pi}{2} \leq \beta \leq \frac{\pi}{2} \therefore -\frac{\pi}{2} \leq -\beta \leq \frac{\pi}{2}$, 由同向可加性得 $-\pi \leq \alpha - \beta \leq \pi$, 从而得到结论.

【答案】 $-\frac{\pi}{2} \leq \frac{\alpha - \beta}{2} \leq \frac{\pi}{2}$

7.【答案】 $3x \geq 300 - 60$

8.【解析】设租用大卡车 x 辆, 农用车 y 辆

$$\begin{cases} 8x + 2.5y \geq 100 \\ 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 20 \\ x \in \mathbf{Z}, y \in \mathbf{Z} \end{cases}$$

9.【证明】(1) $\because a > b > 0, c > d > 0$

$$\therefore ac > bc, bc > bd$$

$$\therefore ac > bd$$

(2) $\because a > b > 0, c > d > 0$

$$\therefore \frac{a}{d} > \frac{b}{d} > 0, \frac{b}{d} > \frac{b}{c} > 0$$

$$\therefore \frac{a}{d} > \frac{b}{c} > 0$$

$$\therefore \sqrt{\frac{a}{d}} > \sqrt{\frac{b}{c}}$$

10.【证明】(1) $\because f(0) > 0, f(1) > 0 \therefore c > 0, 3a + 2b + c > 0$, 再由 $a + b + c = 0$,