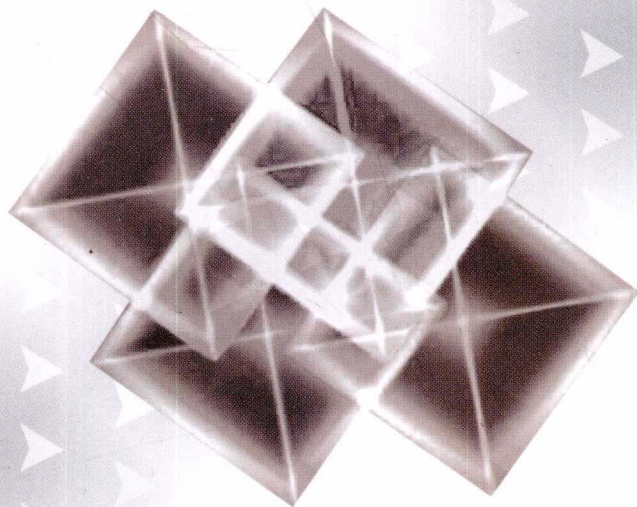


区间数理论的研究及其应用

胡启洲 张卫华 著



科学出版社

www.sciencep.com

区间数理论的研究及其应用

胡启洲 张卫华 著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书是研究区间数理论及其应用的著作。全书内容包括两大部分,共20章。第1章为绪论。第一部分(第2~9章)是二元区间数理论的研究及其应用。在界定二元区间数的基本定义基础上,研究了二元区间数的基本运算和排序关系,建立了时序灰色关联决策模型、方案偏好标度模型、权重未知二元区间数决策模型、多指标余弦决策模型、基于物元分析的理想区间模型等,并利用二元区间数对城市公交系统和高速公路交通安全进行了评价,取得了满意效果。第二部分(第10~20章)是三元区间数理论的研究及其应用。在界定三元区间数的基本定义基础上,研究了三元区间数的基本运算和排序关系,建立了灰色关联决策模型、基于离差法的三元区间数决策模型、基于三元区间数的投影排序模型、基于三元区间数的理想决策模型、风险动态决策模型、综合评判模型等,并利用三元区间数对公交系统优化和公交系统测度进行了研究,为公共交通的进一步发展提供了理论支持。并且本书在定量分析的基础上,从理论上完善了多属性决策的理论问题。

本书可作为高等院校理工科应用数学、计算数学、管理科学与工程、系统工程、自动控制与交通工程等相关专业的高年级学生和研究生的教学用书,也可作为从事相关专业的高校教师、研究人员和工程技术人员等的参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

区间数理论的研究及其应用 / 胡启洲,张卫华著. —北京:科学出版社,2010

ISBN 978-7-03-028993-3

I. ①区… II. ①胡…②张… III. ①应用数学-数学理论-研究
IV. ①029

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 181837 号

责任编辑:张海娜 / 责任校对:陈玉凤

责任印制:赵 博 / 封面设计:耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新蕾印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2010年9月第一版 开本: B5(720×1000)

2010年9月第一次印刷 印张: 12

印数: 1—2 000 字数: 226 000

定价: 50.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

由于客观事物的复杂性、不确定性以及人类思维的模糊性和局限性,人类对许多事物的认识是有限的。为了分析和解决问题的需要,学者提出利用不确定性数学方法来研究该问题。不确定性数学方法是把研究不确定性现象的数学方法称为不确定性数学方法,它是一种新兴的研究不确定性现象和未知现象的实用型和交叉型相结合的方法。目前常用的不确定性数学方法有:模糊数学、灰色系统理论、可拓学、属性数学、粗糙集理论等。

当人们使用不确定性数学方法描述不确定性问题时,一方面,从客观上讲,由于测量、计算所带来的数据误差,以及信息不完全带来的数据缺乏,表示特征行为的原始数据往往不是一个确定的数,而是一些区间数;另一方面,从主观上讲,由于人们对事物以及模糊事物的认识不会只停留在一个点上,因此人们对事物认识的量化就要用到区间数。所以,考虑到人们认识、思维、感觉、推理等的局限性、模糊性和客观事物的复杂性、不确定性,为了使决策更客观、更准确地反映所研究问题的实际情况,作者对区间数在模糊环境下进行了综合研究,首次从理论上提出了区间数理论,从实践上丰富了不确定性数学理论。

由于许多决策信息具有模糊性和不确定性,导致决策者对属性分析很难用一个精确的数值描述出来,在这种情况下,作者提出用二元区间数表示属性的信息量。在有效克服了由于模糊性而带来的数值上的不确定性的基础上,作者界定了二元区间数的基本概念。通过对二元区间数的内涵剖析、相关概念的界定,研究了二元区间数的运算关系和排序准则,并进行了应用分析。应用结果表明基于二元区间数的决策结果不仅更符合实际,而且能更好地综合决策者的信息。

同时在研究过程中,一方面,当用二元区间数表示一个参量时,有时为了覆盖整个取值范围,区间可能会取得过大,这时如果再认为整个区间内取值机会均等,得出的结果就会出现大的误差;另一方面,当用二元区间数对多属性决策问题进行研究时,用一个二元区间数表示属性值的同时属性值偏好于二元区间内某个数,具有偏好信息。为了能更客观、更准确地反映所研究的不确定性问题,作者对模糊环境下的区间数进行了拓展,提出了三元区间数的概念。在界定了三元区间数的基本概念和相关定义的基础上,研究了三元区间数的性质、运算关系及排序指标等,并进行了应用分析,从而为用三元区间数理论来解决多属性决策问题提供了新途径。

本书内容分为两部分:二元区间数的理论及其应用;三元区间数的理论及其应

用。两部分内容主要从理论的角度出发,研究二元区间数和三元区间数的基本定义、运算法则、排序关系、数学建模以及应用分析等。具体内容如下:

(1) 在基本定义中,在界定二元区间数和三元区间数的基本概念基础上,剖析其内涵、研究其特征,并对相关概念进行界定研究。

(2) 在运算法则中,不但研究了二元区间数和三元区间数的初级运算,而且研究了二元区间数和三元区间数的高级运算,包括级数运算、积分运算、微分运算、微分方程运算等,丰富了区间数理论的内容。

(3) 在排序关系中,主要从理论的角度提出一些排序指标。由于二元区间数和三元区间数的特殊性,这些排序指标虽然具有科学性和实用性,但不一定具有公度性。

(4) 在数学建模方面,基于二元区间数理论,建立了时序灰色关联决策模型、方案偏好标度模型、权重未知二元区间数决策模型、多指标余弦决策模型、基于物元分析的理想区间模型等,并利用二元区间数对城市公交系统和高速公路交通安全进行了评价,取得了满意效果;基于三元区间数理论,建立了灰色关联决策模型、基于离差法的三元区间数决策模型、基于三元区间数的投影排序模型、基于三元区间数的理想决策模型、风险动态决策模型、综合评判模型等,并利用三元区间数对公交系统优化和系统测度进行了研究,从理论上完善了多属性决策理论的数学建模问题。

(5) 在应用方面,包括在管理科学和交通科学中的应用,都取得了比较满意的效果。多属性决策中许多无法解决的问题由于利用区间数理论研究而变得简单易行。同时也为有关部门进行科学决策提供理论支持。

本书是作者多年研究成果的汇总,也是对学术探索的长期积累。本书得到中央高校基本科研业务费专项基金项目(2010HGXT0203)、中国博士后科学基金项目(20100470016)、东南大学优秀博士学位论文基金项目(200708)和安徽省自然科学基金项目(090414162)的资助。

由于作者水平有限,书中难免存在不妥之处,敬请读者批评指教。

常用符号

1. 二元区间数

$$[\bar{A}] = [a^-, a^+] = \{x | a^- \leq x \leq a^+, x \in \mathbf{R}\}$$

其中, a^+ 为上极限, 称为二元区间数的大元; a^- 为下极限, 称为二元区间数的小元, 且 $a^-, a^+ \in \mathbf{R}$ 。

(1) $[\bar{A}]^c = [1 - a^+, 1 - a^-]$ 为二元区间数 $[\bar{A}]$ 的补集。

(2) $E[[\bar{A}]] = \frac{a^- + a^+}{2}$ 为二元区间数 $[\bar{A}]$ 的期望值。

(3) $[\bar{A}] = ([a_1^-, a_1^+], [a_2^-, a_2^+], \dots, [a_n^-, a_n^+])$ 为二元区间数 $[\bar{A}]$ 的向量。

2. 三元区间数

$$[\bar{A}] = [a^l, a^*, a^u] \text{ 且 } a^l \leq a^* \leq a^u$$

其中, a^l 为区间的下限, 称为三元区间数的小元; a^u 为区间的上限, 称为三元区间数的大元; a^* 为在此区间中取值可能性最大的数, 即偏好值, 称为三元区间数的特元。

(1) $E[[\bar{A}]] = \frac{a^l + a^* + a^u}{3}$ 为三元区间数 $[\bar{A}]$ 的期望值。

(2) $[\bar{A}] = ([a_1^l, a_1^*, a_1^u], [a_2^l, a_2^*, a_2^u], \dots, [a_n^l, a_n^*, a_n^u])$ 为三元区间数 $[\bar{A}]$ 的向量。

目 录

前言

常用符号

第 1 章 绪论	1
1.1 不确定性数学理论的概述	1
1.1.1 可拓学的发展概述	2
1.1.2 粗糙集理论的发展概述	4
1.1.3 灰色系统理论的发展概述	5
1.1.4 模糊数学的发展概述	6
1.1.5 属性数学的发展概述	7
1.2 区间数理论的发展概述	9
1.2.1 区间数的研究现状	9
1.2.2 研究的主要内容	12

第一部分 二元区间数的基本理论

第 2 章 二元区间数的基础知识	15
2.1 二元区间数的基本定义	15
2.1.1 二元区间数的定义	15
2.1.2 二元区间数的相关界定	17
2.2 二元区间数的运算关系	18
2.2.1 二元区间数的初级运算	18
2.2.2 二元区间数的高级运算	20
第 3 章 基于二元区间数的灰色关联决策模型	24
3.1 问题描述	24
3.2 带有方案偏好信息的灰色关联决策原理	25
3.2.1 决策矩阵的标准化处理	25
3.2.2 方案偏好信息值的确定	26
3.2.3 灰色关联度的确定	27
3.2.4 客观信息熵的确定	28
3.3 决策模型的构建	28

3.4	案例分析	30
第4章	基于物元矩阵的理想区间决策模型	33
4.1	问题描述和基本定义	33
4.1.1	问题描述	33
4.1.2	基本定义	34
4.2	模型的构建及求解	37
4.3	模型应用分析	38
第5章	基于熵区间的时序关联决策模型	43
5.1	时序关联区间决策原理	43
5.1.1	决策矩阵的标准化处理	44
5.1.2	各时段各决策指标权重值的确定	44
5.1.3	时序条件下正负理想方案的确定	45
5.1.4	各时段的关联度区间的确定	45
5.1.5	时段权重区间的确定	46
5.1.6	时序优选决策模型	46
5.1.7	最佳决策方案的确定	47
5.2	应用分析	47
第6章	基于权重未知的二元区间决策模型	51
6.1	问题描述	51
6.1.1	决策矩阵的标准化处理	51
6.1.2	决策原理	52
6.2	决策模型的建立及其求解	53
6.2.1	多指标决策模型的建立	53
6.2.2	决策指标权重系数的确定	53
6.3	应用举例	56
第7章	基于二元区间数的多指标余弦决策模型	58
7.1	多指标决策问题的预备知识	58
7.1.1	决策矩阵的标准化处理	58
7.1.2	指标权重系数的确定	61
7.2	基于二元区间数的决策原理	62
7.2.1	决策中的数学原理	62
7.2.2	余弦决策原理	62
7.3	模型应用	63
第8章	基于二元区间数的城市公共交通系统综合评价	65
8.1	城市公共交通系统的概述	65

8.2	城市公共交通系统的评价机理	66
8.2.1	城市公共交通系统的评价目标	66
8.2.2	评价指标设置的原则与功能	67
8.2.3	构建城市公共交通系统评价指标体系	67
8.3	城市公共交通系统评价的等级设置机理	68
8.4	城市公共交通系统的综合评价原理	68
8.4.1	评价指标的分级标准	69
8.4.2	综合评价的基本步骤	70
8.4.3	等级配置原则	72
8.5	应用分析	72
第9章	基于二元区间数的高速公路交通安全综合评价	74
9.1	高速公路交通安全的描述	74
9.2	高速公路交通安全评价指标体系	75
9.2.1	评价指标筛选原则	75
9.2.2	高速公路交通安全评价指标体系	75
9.2.3	评价指标的检验	75
9.2.4	评价指标值的量化	76
9.3	高速公路交通安全的综合评价原理	78
9.3.1	基本定义	78
9.3.2	二元区间数的综合评价	79
9.3.3	相应的措施	81
9.4	应用分析	81

第二部分 三元区间数的基本理论

第10章	三元区间数的基础知识	85
10.1	三元区间数的基本定义	85
10.1.1	三元区间数的界定	85
10.1.2	三元区间数的相关内涵界定	87
10.2	三元区间数的基本运算	89
10.2.1	三元区间数的初级运算	89
10.2.2	三元区间数的高级运算	91
第11章	基于三元区间数的灰色关联决策模型	95
11.1	问题描述	95
11.2	三元区间数的排序关系	96

11.2.1	三元区间数的次运算	96
11.2.2	三元区间数的次定义	96
11.3	基于三元区间数的灰色关联决策原理	97
11.3.1	决策矩阵的归一化	98
11.3.2	决策矩阵的信息度	98
11.3.3	决策指标的权重系数	99
11.3.4	参考数列的确定	100
11.3.5	各可行方案关联系数的确定	100
11.3.6	关联度的确定	100
11.3.7	最佳方案的确定	100
11.4	案例分析	101
第 12 章	基于离差法的三元区间数决策模型	103
12.1	问题描述与相关界定	103
12.1.1	问题描述	103
12.1.2	相离度和相异度的界定	103
12.2	基于三元区间数的灰色关联度法	104
12.2.1	决策矩阵的标准化	104
12.2.2	加权标准决策矩阵的确定	105
12.2.3	参考序列的确定	105
12.2.4	关联度的确定	106
12.2.5	最佳方案的确定	106
12.3	应用举例	107
第 13 章	基于三元区间数的理想决策模型	110
13.1	三元区间数的次定义	110
13.2	基于三元区间数的理想决策模型	111
13.2.1	标准决策矩阵的建立	111
13.2.2	权重系数向量的确定	112
13.2.3	基于三元区间数的加权标准决策矩阵	113
13.2.4	正负理想方案的定义	113
13.2.5	距离和相对贴近度的计算	113
13.3	应用举例	114
第 14 章	基于三元区间数的风险动态决策模型	116
14.1	风险动态多属性决策问题的描述	116
14.2	风险动态决策的数学原理	118
14.2.1	决策矩阵的标准化	118

14.2.2	加权标准决策矩阵的确定	119
14.2.3	决策模型的建立与求解	119
14.2.4	风险动态多属性决策模型的算法	122
14.3	应用举例	122
第 15 章	基于三元区间数的高速公路交通安全综合评判	126
15.1	问题描述	126
15.2	高速公路交通安全评价指标体系	127
15.2.1	评价指标体系	127
15.2.2	指标评价标准	128
15.3	多指标综合评判原理	128
15.3.1	评判矩阵的建立	128
15.3.2	评价指标权重系数的确定	129
15.3.3	三元区间数的评判向量	130
15.3.4	评价等级的确定	130
15.4	评判模型应用分析	130
第 16 章	基于三元区间数的投影排序模型	133
16.1	问题描述	133
16.2	投影排序的基本原理	133
16.2.1	指标权重系数的确定	134
16.2.2	三元区间数的投影排序模型	136
16.3	投影排序模型的应用分析	137
第 17 章	基于三元区间数的公交线网优化研究	139
17.1	问题描述	139
17.1.1	目标函数的优化	140
17.1.2	主要约束条件	141
17.2	公交线网优化的数学原理	142
17.2.1	决策矩阵的建立	142
17.2.2	权重向量的确定	143
17.2.3	三元区间数的组合计算	144
17.2.4	三元区间数的排序	144
17.3	模型应用分析	145
第 18 章	基于三元区间数的公交系统综合测度模型	147
18.1	问题描述	147
18.2	城市公交系统的强弱检验准则	148
18.2.1	测度指标的选取原则与设置功能	148

18.2.2	城市公交系统的测度指标体系	149
18.2.3	测度指标的检验准则	150
18.3	基于复合物元的公交系统综合测度模型	150
18.3.1	基本概念	151
18.3.2	公交系统复合物元的构建	151
18.3.3	公交系统复合物元的标准化处理	151
18.3.4	公交系统测度指标权重系数的确定	152
18.3.5	公交系统复合关联嫡物元的确定	153
18.4	应用分析	153
第 19 章	基于方案矩阵的动态正弦决策法	158
19.1	问题描述	158
19.2	动态正弦决策法	159
19.2.1	方案矩阵的标准化处理	159
19.2.2	指标权重系数的确定	160
19.2.3	正负关联度的确定	161
19.2.4	时间段权重系数的确定	161
19.2.5	动态正弦决策模型	162
19.2.6	决策模型的算法步骤	163
19.3	案例分析	164
第 20 章	动态多指标决策的两类模糊优选模型	168
20.1	问题描述和基本定义	168
20.1.1	决策矩阵的标准化处理	169
20.1.2	决策指标权重系数的确定	170
20.1.3	时段权重系数的确定	170
20.2	多指标决策的动态优选模型	171
20.2.1	广义权距离的确定	171
20.2.2	优属度的确定	172
20.2.3	最佳决策方案的确定	172
20.2.4	动态优选模型的算法步骤	173
20.3	多指标决策的动态理想模型	173
20.3.1	关联度点的确定	173
20.3.2	贴近度的确定	173
20.3.3	最佳方案的确定	174
20.3.4	动态理想模型的算法步骤	174
20.4	案例分析	174
	参考文献	177

第 1 章 绪 论

1.1 不确定性数学理论的概述

用精确定义的概念和严格证明的定理描述现实世界的数量关系与空间形式,用精确控制的实验方法和精确的测量计算探索世界的规律,建立严密的理论体系,这是近代科学的特点^[1]。虽然 20 世纪以来,精确数学及其应用以更大的规模和更快的速度发展着,但是这种绝对化的方法是不能处理所有学科的问题的^[2]。20 世纪 60 年代中期,人们发现系统科学、交通科学和管理科学等学科中存在着大量的不确定性问题,如果还用精确数学方法处理这些问题,就会出现偏差,与实际情况相差较大^[3]。所以,把现实生活中的一切问题都进行绝对的精确化是不可行的。学者把这种不能用精确数学处理的问题称为不确定性问题。

所谓不确定性,是指边界不清楚,既在质上没有确切的含义,又在量上没有明确的界限。这种边界不清的不确定性概念,不是由于人的主观认识达不到客观实际所造成的,而是事物的一种客观属性,是事物的差异之间存在着中间过渡过程的结果^[4]。针对不确定性问题,人们绝不能迁就已有的精确数学方法而去改变这些学科的特点、改变这些学科的客观规律,而只能改造数学,使它的应用面更为广泛^[5]。这就是不确定性数学产生的历史必然性。不确定性数学不是使数学变成不确定性的东西,而是使数学进入不确定性现象这个禁区,它是用定量的方法去研究、处理不确定性问题^[6]。

由于客观事物的复杂性和不确定性、人类认识的局限性和人类思维的模糊性,人类对许多事物的认识是不确定的。所以为了分析和解决问题需要,学者提出利用不确定性数学方法来研究不确定性问题。不确定性数学方法是把研究不确定性现象的数学方法称为不确定性数学方法,它是一种新兴的研究不确定性现象和未知现象的实用型和交叉型相结合的方法。目前常用的不确定性数学方法有:模糊数学、灰色系统理论、可拓学、属性数学、粗糙集理论和区间数理论等。见图 1-1 和表 1-1。

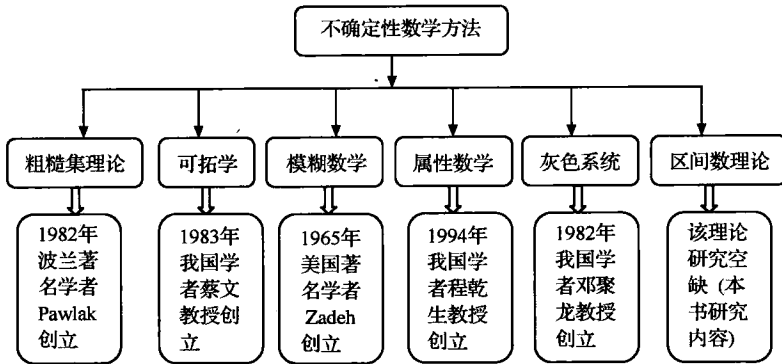


图 1-1 不确定性数学理论

表 1-1 几种不确定性数学方法的比较分析

名称	不确定性数学方法					
	可拓学	粗糙集理论	属性数学	区间数理论	灰色系统理论	模糊数学
模型	物元分析模型	粗糙模型	属性识别模型	区间综合模型	灰色评价模型	评判法
属性	解决矛盾问题的规律和方法, 将多因子目标评价归结为单目标决策	通过建立单个指标的关系系数表, 计算知识的熵, 给出指标的权系数	从思维的角度提出属性集合, 从数学的角度建立属性测度空间	利用集值统计理论, 在取大取小运算中对中间值信息足够重视	解决少数据、少样本、信息不完全和经验缺乏的不确定性问题	实现把人类的直觉确定为具体系数, 并将约束条件量化表示
考察值	定量计算	定性计算	定量计算	定性分析	定性分析	定性分析
标准化	标准化函数	约简函数	标准化函数	隶属函数	白化函数	隶属函数
函数	关联函数	近似算子	测度区间矩阵	区间矩阵	白化函数	隶属函数
结果	实数	实数	区间向量	区间数	实数	向量
条件	要有大量的调查数据, 并要有多年的统计数据, 不参考专家意见	对于信息的收集要做到客观准确, 参考专家意见	需要进行大量调查, 只需要当年的大量统计数据, 不参考专家意见	不进行调查, 不需要统计数据, 仅参考专家意见	只需要当年的部分调查数据, 但要参考专家意见	需要部分统计数据, 并要参考专家意见

1.1.1 可拓学的发展概述

可拓学(extenics)(原称物元分析)是由我国著名学者、国家突出贡献专家、广东工业大学蔡文教授于 1983 年创立的一门属于数学、系统科学和思维科学的交叉科学,是贯穿于自然科学和社会科学而应用较广的横断科学。可拓学的研究对象

是矛盾问题,它研究事物的可拓性和事物开拓的规律,以及用以解决矛盾问题的方法。在现实世界中,决策的目标和给出的条件之间存在矛盾。通过分析矛盾,抓住主要矛盾,采取一些特殊措施,可以把矛盾转化为相容问题,加以解决^[7]。我国学者蔡文教授提出物元分析理论,通过分析物元结构和相互关系,找出变化和转化的规律和方法,达到解决矛盾问题的目的。物元分析的数学基础是可拓集合论,用关联函数表示元素和集合的可变属性,通过物元变换和可拓子集域的计算,求得给定问题的相容度,达到判断和评价的目的。物元分析方法可以解决评价对象的指标存在不相容性和可变性的问题,应用领域包括产品质量的综合评价、企业信用等级评价、项目评估等^[8]。

1. 可拓学发展现状

1983年,蔡文教授发表了论文“可拓集合和不相容问题”,提出了探讨解决矛盾问题的规律和方法这一研究方向,提出了研究物元及其变化的物元理论和建立在可拓集合基础上的可拓数学工具,标志着新学科“可拓学”的诞生。开创了用以解决不相容问题的物元理论。“可拓学是研究事物的可拓性和事物开拓的规律和方法,并用以解决问题的科学”^[9]。可拓学以矛盾问题为研究对象,探讨用形式化解决它们的规律和方法。可拓学的基本理论包括研究物元及其变化的物元理论和可拓集合理论。物元可拓理论为解决矛盾问题提供了主要的理论依据和技术手段^[9]。

物元理论的发展导致了对可拓集的研究,而可拓集的研究也以物元理论为基础。可拓学的发展经历了3个阶段^[9]:萌芽阶段(1976~1983年),这一阶段提出了研究事物可拓性和处理不相容问题的方向;初创阶段(1984~1992年),这一阶段确定了解决矛盾问题的技术手段和研究途径,形成了解决问题的一些初步方法;完成阶段(1993年后),这一阶段完成了可拓学的理论体系,使可拓论系统化,阐明可拓论在学科中的位置,论证它的特殊意义,研究它的应用方法。

2. 可拓数学

经典数学具有高度的抽象性,这种抽象性舍去了事物的质,只研究事物的量和空间形式。在可拓集合论中,抽象不仅顾及量,也顾及质,物元可拓集合使数学的抽象从数量关系和空间形式发展到事物的质的抽象,是一门把事物的质和量统一起来的横断科学。所以,建立在可拓集合基础上的可拓数学,将有别于经典数学和模糊数学,它不但扩大了数学的研究范围,使数学的研究领域扩展到研究矛盾问题,而且扩展到质与量相结合的物元,实现了事物质和量的统一。经典数学、模糊数学和可拓数学这3类数学的区别与联系,见表1-2。

表 1-2 三种数学的区别与联系^[5]

类型	经典数学	模糊数学	可拓数学
研究对象	精确问题数学化	模糊问题数学化	矛盾问题数学化
描述事物的性质	精确性	模糊性	可拓性
集合基础	Cantor 集合	Fuzzy 集合	可拓集合
定量化工具	特征函数 $C_A(x) \in [0, 1]$	隶属函数 $\mu_A(x) \in [0, 1]$	关联函数 $k_A \in [-\infty, +\infty]$
逻辑关系	形式逻辑	模糊逻辑	可拓逻辑
模型	数学模型	模糊数学模型	物元模型

1.1.2 粗糙集理论的发展概述

波兰学者 Pawlak 于 1982 年提出的粗糙集(rough set)理论是一种研究不完整、不确定知识的表达、学习及归纳的数学方法。它为研究不精确数据和不完整数据的分析、推理,挖掘数据之间的关系,发现潜在的知识提供了行之有效的数学工具。同处理不确定性与模糊信息的模糊集理论及证据理论相比,粗糙集理论的最大优势是无须提供除问题所需处理的数据集合之外的任何先验信息^[11],就可以得到满意的结果。此外,粗糙集的另一个优势是能够有效地去除冗余,简化计算过程。因此,粗糙集可以克服传统不确定处理方法的不足,为不精确、不完全数据的决策问题提供了更接近人类知识的数学工具^[12]。

1. 粗糙集理论的主要研究内容

粗糙集理论就是为解决不确定性问题而建立的一个模糊性和不确定性的数学模型。模糊是集合(概念)的属性,并且严格地与集合边界区域的存在相关,而不确定性则是集合中元素的属性。由于现实世界中信息并非十分充分,因而导致了不可辨识性。粗糙集理论与应用的核心基础是从近似空间导出的一对近似算子,即上近似算子和下近似算子(又称上、下近似集)。经典 Pawlak 模型中的不分明关系是一种等价关系,要求很高,限制了粗糙集模型的应用^[13]。粗糙集理论与其他处理不确定和不精确问题理论的最显著的区别是它无须提供问题所需处理的数据集合之外的任何先验信息,所以对问题的不确定性的描述或处理可以说是比较客观的,由于这个理论未能包含处理不精确或不确定原始数据的机制,所以这个理论与概率论、模糊数学和证据理论等其他处理不确定或不精确问题的理论有很强的互补性。因此,研究粗糙集理论和其他理论的关系也是粗糙集理论研究的重点之一^[14]。

2. 粗糙集理论的应用现状

由于属性约简是一个 NP-Hard 问题,许多学者进行了系统的研究。一方面,基于粗糙集理论的应用研究主要集中在属性约简、规则获取、基于粗糙集的计算智能算法研究等方面^[15]。另一方面,基于粗糙集的约简理论发展为数据挖掘提供了许多有效的新方法。比如,在不同的信息系统(协调的和不协调的、完备的和不完备的)中,信息论、概念格、群体智能算法技术等都有了相应的研究成果^[16]。总之,粗糙集理论已经在多个领域中得到了广泛应用,为解决相关问题提供了理论支持。

1.1.3 灰色系统理论的发展概述

在自然界和思维领域,不确定性问题普遍存在,大样本多数据的不确定性问题的,可以用概率论和数理统计解决;认识不确定性问题,可以用模糊数学解决。然而,还有另外一类不确定性问题,即少数据、小样本、信息不完全和经验缺乏的不确定性问题的^[17]。灰色系统理论就是处置少数据不确定性问题的理论。由于少数据不确定性亦称灰性,所以具有灰性的系统称为灰色系统。特别是在工业、农业、社会经济等领域,由于运行机制不清晰、环境变化、条件复杂、处理手段有限等,有许多的系统呈现灰性。

1982年,我国著名学者邓聚龙教授提出的以“部分信息已知,部分信息未知”的“小样本”、“贫信息”不确定系统为研究对象的灰色系统(grey system),主要通过“部分”已知信息的生成、开发、提取有价值的信息,实现对系统运行规律的正确描述和有效控制,达到有效解决问题的目的。由于贫信息不确定系统的普遍存在,所以决定了这一理论具有十分广阔的发展前景。

1. 灰色系统理论发展现状

1945年,维纳在研究机电工程时,首先提出了黑箱问题,灰色系统是黑箱概念的一种推广。1982年,北荷兰出版公司出版的 *Systems and Control Letters* 期刊上发表了我国学者邓聚龙教授的第一篇灰色系统论文“灰色系统的控制问题”。同年,《华中工学院学报》第三期上发表了邓聚龙教授的第一篇中文灰色系统论文“灰色控制系统”,标志着灰色系统理论这一新兴学科的诞生。灰色系统(grey system)理论的研究对象是“部分信息已知,部分信息未知”的“小样本”、“贫信息”不确定性系统,主要通过“部分”已知信息的生成、开发、提取有价值的信息,实现对系统运行规律的正确描述和有效控制^[18]。

灰色系统理论是研究解决灰色系统分析、数学建模、需求预测、管理决策和动态控制的理论。它是把一般系统论、信息论、控制论的观点和方法延伸到社会、经济、生态等抽象系统,运用数学方法,发展了一套解决信息不完备系统即灰色系统