

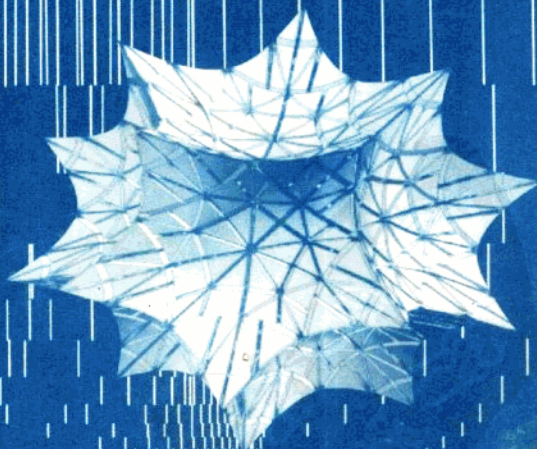
中等职业学校教材

数学

(试 用)

第 三 册

湖南省中等职业教育教材编审委员会编审



湖南科学技术出版社

湖南省中等职业教育教材编审委员会

顾 问	许云昭	蒋作斌
主 任	张作功	
副主任	段志坚	
总 审	段志坚	
总 编	彭世华	
副总审	彭四龙	田 刚
副总编	欧阳河	

内 容 提 要

这套教材共分四册，第一册内容为集合与简易逻辑、函数、数列与数学归纳法、平面向量；第二册内容为三角函数、复数、直线方程、二次曲线；第三册内容为空间直线与平面、多面体与旋转体、排列、组合与二项式定理、概率、统计初步；第四册内容为极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分及其应用、微分方程、行列式与矩阵。

这套教材供普通中专、职业中专、职业高中、电视中专的各类专业使用，也可作为职工中专、农民中专的选用教材或参考书。

前 言

本套教材是湖南省中等职业教育教材编审委员会根据 1999 年修订的《湖南省中等职业学校数学教学大纲》编写的, 全套书共分四册, 是普通中专和职业高中各专业的通用教材。

本教材是第三册, 内容包括直线和平面、多面体与旋转体、排列、组合、二项式定理、概率、统计初步。习题共分三类: 练习、习题、复习题。每小节后大都配备了练习, 以复习相应小节的教学内容为主, 供课堂练习用; 每节后都配备了习题, 供课内外作业用; 每章后配有复习题, 分 A、B 两组, A 组题是属于基本要求范围的, 供复习全章使用, B 组题难度上略有提高, 供不同专业选用; 另外, 在习题和复习题中, 有部分加了“*”号的题, 仅供学有余力的学生选用。

本套教材是在湖南省教育委员会领导下, 由湖南省中等职业教育教材编审委员会组织编写的。湖南省职业教育研究所成力争同志为组编, 陈拥贤同志为责任编审。本册教材由湖南省经济贸易学校曾庆柏高级讲师任主编, 湖南省教科所唐国庆高级教师任副主编, 湖南师范大学李求来教授任主审。参编人员是: 唐国庆同志(第九章、第十章)、长沙市财经职业中专郭振斌同志(第十一章)、湖南省经济贸易学校陈守廉同志(第十二章)、曾庆柏同志(第十三章)。在本书的编审过程中, 得到了湖南省教委职业技术教育处、湖南省职业教育研究所、湖南省中专数学课研究分会、湖南

省职高数学教研联组和各编审人员所在单位领导的大力支持，并为本书的编写提出了许多有益的建议，谨在此表示衷心感谢。

由于成书仓促，编审人员水平有限，不足之处，请有关专家、学者及使用本书的教师指正。

湖南省中等职业教育教材编审委员会

1999 年 10 月

目 录

第九章 直线和平面	(1)
第一节 平面	(1)
一 平面的概念	(1)
二 平面的基本性质	(3)
第二节 空间两条直线	(8)
一 空间两条直线的位置关系	(8)
二 平行直线	(10)
三 异面直线	(12)
第三节 空间直线和平面	(17)
一 直线和平面的位置关系	(17)
二 直线和平面平行的判定和性质	(18)
三 直线和平面垂直的判定和性质	(20)
四 斜线在平面上的射影,直线和平面所成的角.....	(23)
五 三垂线定理	(25)
第四节 空间两个平面	(30)
一 两个平面的位置关系	(30)
二 两个平面平行的判定和性质	(30)
三 二面角及其平面角	(33)
四 两个平面垂直的判定和性质	(37)
第十章 多面体与旋转体	(47)

第一节 多面体	(47)
一 多面体的概念	(47)
二 棱柱、棱锥和棱台	(48)
三 棱柱、棱锥和棱台的表面积和体积	(56)
第二节 旋转体	(65)
一 旋转体的概念	(65)
二 圆柱、圆锥、圆台和球	(65)
三 圆柱、圆锥、圆台和球的表面积和体积	(70)
第十一章 排列 组合 二项式定理	(82)
第一节 排列与组合	(82)
一 加法原理和乘法原理	(82)
二 排列	(86)
三 组合	(94)
第二节 二项式定理	(103)
一 二项式定理	(103)
二 二项系数的性质	(106)
第十二章 概 率	(113)
第一节 随机事件	(113)
一 随机现象	(113)
二 随机事件与样本空间	(114)
三 事件的关系及其运算	(117)
第二节 概率的定义及其性质	(123)
一 概率的统计定义	(123)
二 概率的古典定义	(125)
三 概率的加法公式	(129)
第三节 相互独立事件与乘法公式	(134)
第四节 独立重复试验模型	(139)
第十三章 统计初步	(149)

第一节 总体及其分布	(149)
一 总体和随机变量	(149)
二 总体的概率分布	(150)
三 二点分布	(153)
四 二项分布	(153)
五 正态分布	(155)
第二节 总体的均值与方差	(160)
一 总体的均值	(160)
二 总体的方差	(161)
第三节 样 本	(165)
一 样本的概念	(165)
二 样本的均值与方差	(166)
三 样本均值的分布	(168)
四 频率直方图	(170)
第四节 参数估计	(174)
一 点估计	(174)
二 区间估计	(177)
第五节 假设检验	(183)
一 假设检验原理	(183)
二 U 检验	(185)
三 t 检验	(187)
第六节 一元线性回归	(191)
一 最小二乘法估计	(192)
二 相关系数及相关性检验	(197)
附表 1 正态分布表 [$P(Z \leq z)$]	(210)
附表 2 t 分布临界值表 [$P(t) > \lambda] = \alpha$	(211)

第九章 直线和平面

第一节 平 面

一 平面的概念

常见的桌面、黑板面、窗玻璃面以及平静的水面等,都给我们以平面的形象. 几何里的平面就是从这样的一些物体抽象出来的. 但是,几何里的平面是无限延展的,它没有边界,也没有厚度,它将空间分成两个部分.

直线是无限延伸的,通常我们画出直线的一部分来表示直线. 同样地,也可以画出平面的一部分来表示平面. 当我们站在适当的位置观察桌面或黑板面时,感到它很像平行四边形,因此,通常画平行四边形来表示平面. 画水平放置的平面

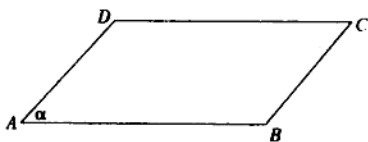


图 9-1

时,把平行四边形的一组对边画成水平位置,并将其锐角画成

45°,横边画成邻边的2倍长(图9-1)。

当一个平面的一部分被另一个平面遮住时,应把被遮部分的线段画成虚线或不画(图9-2),这样,看起来立体感强一些。

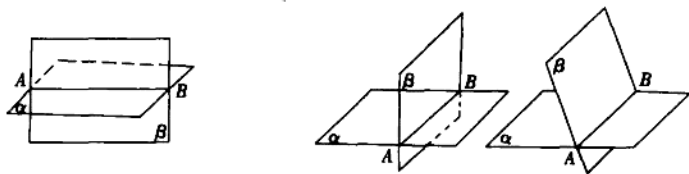
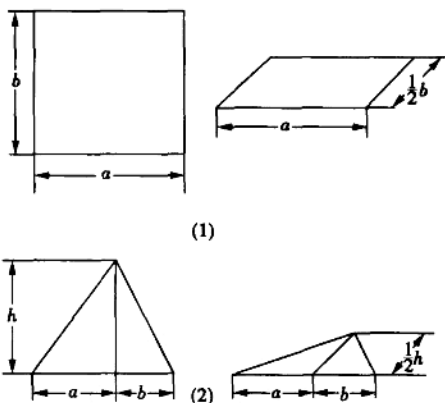


图 9-2

平面通常用希腊字母 $\alpha, \beta, \gamma, \delta \dots$ 来表示,如平面 α ,平面 β ,平面 γ 等,也可以用平行四边形顶点的字母来表示,如平面 $ABCD$ 或平面 AC (图9-1)。

空间图形往往要画在纸上或黑板上,也就是要用一个平面图形来表示空间图形。这样的平面图形不是空间图形的真实形状,而是它的直观图。

在水平平面内画一个矩形的直观图,往往把它画成一个锐角为 45° 的平行四边形,其中水平的一边保持原长度不变,竖直的一边则偏转 45° 并缩短为原长度的一半。其他的空间图形的直观图也可类似地画出,如图9-3所示。



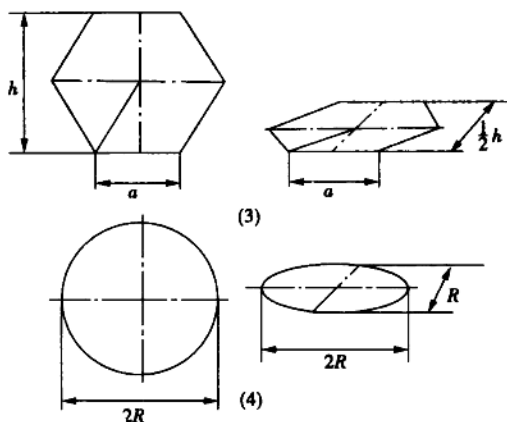


图 9-3

二 平面的基本性质

人们在长期的生活和生产实践中,总结出关于平面的三个基本性质. 我们将其当作公理,作为进一步推理的基础.

公理 1 如果一条直线上的两点在一个平面内,那么这条直线上所有的点都在这个平面内(图 9-4).

这时我们说直线在平面内,或者说平面经过直线.

在实际生活中,木工用角尺的一条直角边放在刨过的木板表面上任意移动,看角尺的

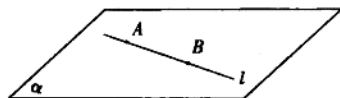


图 9-4

这条直角边是否处处和木板面密合,由此来检查木板是否刨平(图 9-5);工人铺水泥地面时用一根直尺来刮平地面等等,都是公理

1 的实际应用。

为叙述简洁,空间的点、线、面之间的关系,可用集合语言表述。

点 A 在直线 l 上,记作 $A \in l$; 点 A 在直线 l 外,记作 $A \notin l$; 点 A 在平面 α 内,记作 $A \in \alpha$; 点 A 在平面 α 外,记作 $A \notin \alpha$; 直线 l 在平面 α 内,记作 $l \subset \alpha$; 直线 l 在平面 α 外,记作 $l \not\subset \alpha$ 。于是公理 1 可以表述为:

$$A \in l, B \in l, A \in \alpha, B \in \alpha \Rightarrow l \subset \alpha.$$

公理 2 如果两个平面有一个公共点,那么它们有且只有一条经过这个点的公共直线(图 9-6)。

相邻墙面的交线,纸张的折痕都说明两个平面相交成一条直线。

如果两个平面 α 和 β 有一条公共直线 l ,就说平面 α 和 β 相交,交线是 l ,记作 $\alpha \cap \beta = l$ 。于是公理 2 可以表述为:

$$P \in \alpha \cap \beta \Rightarrow \alpha \cap \beta = l, \text{ 且 } P \in l.$$

公理 3 经过不在同一条直线上的三点,有且只有一个平面(图 9-7)。

“有且只有一个平面”,我们也说“确定一个平面”。

例如,一扇门用两个合页和一把锁就可以固定了。测量仪和照相机采用三脚架来固定。这些都是公理 3 的实际应用。

根据上述公理,可以得出下面的推论。

推论 1 经过一条直线和这条直线外的一点,有且只有一个

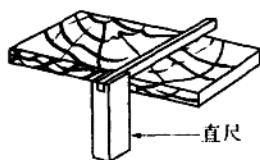


图 9-5

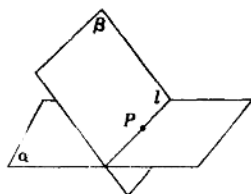


图 9-6

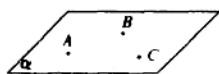
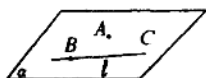


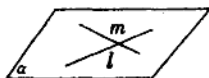
图 9-7

· 在本章中,没有特别说明的“两个平面”,均指不重合的两个平面。

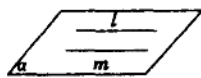
平面[图 9-8(1)].



(1)



(2)



(3)

图 9-8

推论 2 经过两条相交直线,有且只有一个平面[图 9-8(2)].

推论 3 经过两条平行直线,有且只有一个平面[图 9-8(3)].

【例 1】 证明两两相交且不过同一个点的三条直线共面(即在同同一个平面内).

已知 直线 AB, BC, CA 两两相交,交点分别为 A, B, C (图 9-9).

求证 直线 AB, BC, CA 共面.

证明 因为直线 AB 与 CA 相交于点 A , 所以直线 AB 与 CA 确定一个平面 α (推论 2).

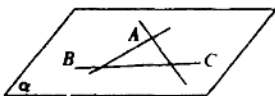


图 9-9

因为 $B \in AB, C \in AC$,

所以 $B \in \alpha, C \in \alpha$,

所以 $BC \subset \alpha$ (公理 1).

因此,直线 AB, BC, CA 都在平面 α 内,即它们共面.

从以上证明可知,证明三条直线共面,可以先证明其中两条直线共面,再证第三条直线也在这个平面内.

练习一

1. 填空:正方体的各顶点如图所示,正方体的三个面所在平面 A_1C_1 , A_1B , BC_1 分别记作 α, β, γ .

(1) $A_1 \in \alpha, B_1$ _____ α ,

C_1 _____ α, D_1 _____ α .

(2) $A \in \beta, B$ _____ β ,

A_1 _____ α, B_1 _____ β .

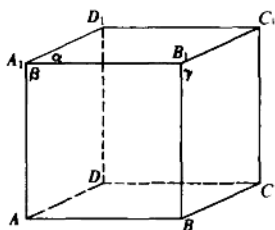
(3) $A \notin \alpha, B$ _____ α ,

A _____ γ, B _____ γ .

(4) $\alpha \cap \beta = A_1B_1$,

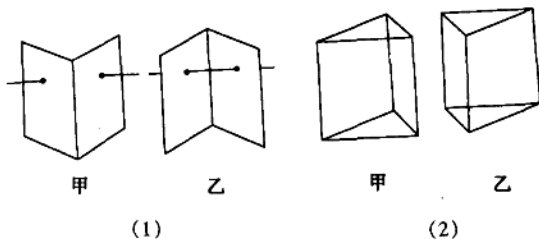
$\beta \cap \gamma =$ _____,

$\alpha \cap \gamma =$ _____.



第1题图

2. 如图,观察(1)(2)中甲乙两个图形,用模型说明它们的位置有什么不同,并用字母来表示各个平面.



第2题图

3. 用生活中的实例说明本节的公理及推论.

4. 用符号表示下列语句,并画出图形:

(1) 点 A 在平面 α 内,点 B 在平面 α 外.

(2) 直线 l 在平面 α 内,直线 m 不在平面 α 内.

- (3) 平面 α 和 β 相交于直线 l .
- (4) 直线 l 经过平面 α 外一点 P 和平面内一点 Q .
- (5) 直线 l 是平面 α 和 β 的交线, 直线 m 在平面 α 内, l 和 m 相交于点 P .
5. 画水平放置的正方形、正三角形的直观图.

习 题 9-1

1. 填空: 在图中,

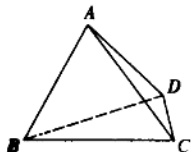
A _____ 平面 ABC .

A _____ 平面 BCD .

BD _____ 平面 ABD .

BD _____ 平面 ABC .

平面 $ABC \cap$ 平面 $ACD =$
 _____, _____ $\cap$ _____ =
 BC .



第 1 题图

2. 用符号表示下列语句, 并画出图形:

- (1) 点 P 在平面 α 内, 但在平面 β 外.
- (2) 直线 l 在平面 α 内, 但不在平面 β 内.
- (3) 平面 α 和 β 的交线是 l , 点 P 在 l 上.
- (4) 直线 l 经过平面 α 内一点 P , 但 l 在 α 外.

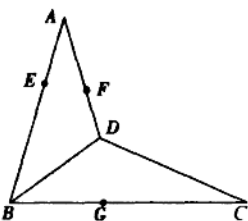
3. 回答下列问题:

- (1) 一条线段在一个平面内, 这条线段的延长线也一定在这个平面内吗?
- (2) “三点确定一个平面”的说法对吗?
- (3) “梯形一定是平面图形”的说法对吗?
- (4) “不共面的 4 个点中有 3 个点共线”的说法对吗?

4. 一条直线经过平面内一点和平面外一点,它和这个平面有几个公共点?为什么?

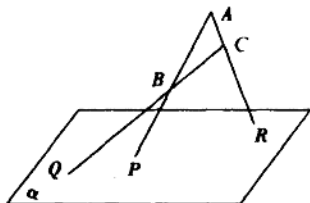
5. 一条直线与两条平行直线都相交,求证这三条直线在同一个平面内.

6. 过已知直线外一点与这条直线上三点分别作三条直线,求证这三条直线在同一个平面内.



第7题图

*7. 如图,已知点 A 在平面 BCD 外,连接 AB 、 AD , $E \in AB$, $AE = \frac{1}{3}AB$; $F \in AD$; $AF = \frac{1}{2}AD$, $G \in BC$,画出 CD 与平面 EFG 的交点 H .



第8题图

*8. 如图,已知三角形 ABC 三边所在的直线分别交平面于 P 、 Q 、 R ,求证: P 、 Q 、 R 三点共线.

9. 画水平放置的等腰梯形和平行四边形的直观图.

第二节 空间两条直线

一 空间两条直线的位置关系

我们知道,在同一个平面内的两条直线'的位置关系只有两

。本章中没有特别说明的“两条直线”,均指不重合的两条直线.

种:平行或相交. 空间的两条直线之间,还存在另外一种位置关系. 例如,教室中黑板的下沿和窗框的上沿所在的两条直线,就不同在一个平面内.

我们把不同在任何一个平面内的两条直线叫做**异面直线**. 显然,两条异面直线是既不平行又不相交的.

由此可知,空间的两条直线有以下三种位置关系:

- (1) **相交直线** 在同一个平面内,有且只有一个公共点.
- (2) **平行直线** 在同一个平面内,没有公共点.
- (3) **异面直线** 不同在任何平面内,没有公共点.

例如,在图 9-10 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,直线 AB 与 BC 是相交直线,直线 AB 与 A_1B_1 是平行直线,直线 AB 与 CC_1 是异面直线.

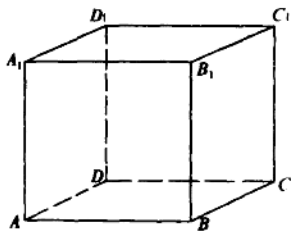


图 9-10

两条直线相交或平行时,确定一个平面. 但是,三条直线交于一点或两两互相平行时,它们不一定共面. 例如图 9-10 中,直线 AA_1 , AB , AD 相交于点 A ,它们不共面;直线 AA_1 , BB_1 , CC_1 两两互相平行,它们也不共面.

画异面直线时,一般画成如图 9-11 那样,以显示出它们不共面的特点.

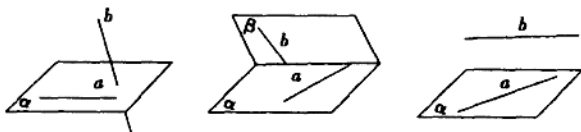


图 9-11

直线 a, b 相交于点 A , 记作 $a \cap b = A$.