



世纪普通高等教育基础课规划教材

大学物理学

下册

任敦亮 李海宝 姜洪喜 等编

第2版



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

21 世纪普通高等教育基础课规划教材

大学物理学

下 册

第 2 版

任敦亮 李海宝 姜洪喜 等编



机械工业出版社

本书依据教育部高等学校物理基础课程教学指导分委员会 2008 年编制的《理工科类大学物理课程教学基本要求》编写。内容涵盖“基本要求”中的 A 类核心内容和部分 B 类扩展内容。全书分上、下两册,共 21 章。上册包括力学、狭义相对论、电磁学等内容;下册包括机械振动和机械波、光学、热学、量子物理等内容。本书知识系统性强,内容详略得当、深入浅出、难度适中,一方面保持了基础扎实、内容经典、实用性强的特点,另一方面为努力适应 CDIO 教学模式下大学物理教学改革的需要,结合工程应用,体现出知识面宽、内容现代化等特色。

本书可作为理工科院校非物理类理工科各专业的教材,也可以供其他类院校教学使用和社会读者阅读。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学 下册/任敦亮等编.—2 版 —北京:机械工业出版社, 2011.1

21 世纪普通高等教育基础课规划教材

ISBN 978 - 7 - 111 - 32257 - 3

I. ①大… II. ①任… III. ①物理学—高等学校—教材 IV. ①04

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 235724 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑:张金奎 责任编辑:张金奎 版式设计:霍永明

责任校对:张 媛 封面设计:马精明 责任印制:杨 曦

北京蓝海印刷有限公司印刷

2011 年 1 月第 2 版第 1 次印刷

169mm×239mm · 19 75 印张 · 380 千字

标准书号: ISBN 978 - 7 - 111 - 32257 - 3

定价: 24.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心:(010)88361066

门户网:<http://www.cmpbook.com>

销售一部:(010)68326294

教材网:<http://www.cmpedu.com>

销售二部:(010)88379649

封面无防伪标均为盗版

读者服务部:(010)68993821

第2版前言

本书自出版以来，在黑龙江科技学院各理工科专业得到大面积使用，鉴于本书物理概念阐述清楚、简洁得当，内容条理清晰、层次分明，语言规范、深入浅出，又融合了物理学原理在工程技术中的应用，能够满足对应用型人才培养的要求，因而受到广大师生的欢迎和专家的较高评价，并为国内一些兄弟院校的部分专业选作教材或教学参考用书。

根据我国高等教育发展的需要，为培养出更多高素质的应用型人才，我们在本次教材修订中听取和采纳了许多专家、师生和使用院校的意见和建议，既保持了教材的原有特点，又能在内容体系上体现当前 CDIO 教学模式对大学物理课程教学改革的要求，努力实现知识的现代化、实用性和加强素质教育的特点。本书第2版与第1版在体系上大致相同，为了教学上安排方便、内容上分散难点，将狭义相对论调到力学之后，将波动与光学部分调到热学之前，增加了固体能带理论和物理原理在工程技术中的应用专题，而且全书许多章节都作了大量的修改和补充。参加此次修订的人员有任敦亮、李海宝、姜洪喜，全书由任敦亮统稿。丁红伟、尹向宝参加了对本教材的意见收集和整理工作，以及部分内容的修订工作。

承蒙华北科技学院张晓春教授对本书进行了仔细的审阅，并且此次修订得到了黑龙江科技学院物理教研室全体教师的支持与帮助，编者在此特致谢意。

由于编者水平所限，书中难免还有疏忽和不妥之处，恳请专家、同行和读者批评指正。

编 者

第1版前言

本书是根据教育部高等学校非物理类专业物理基础课程教学指导分委员会最新审订的《非物理类理工学科大学物理课程教学基本要求》(以下简称《教学基本要求》)的精神,凝聚了我院教师长期讲授大学物理课程的实际教学经验,吸收了国内外近年来同类改革教材的优点编写而成的。

大学物理是一门重要的基础课程,它所阐述的物理学知识、基本概念、基本规律和基本方法,是学生学习后续专业课程和其他科学技术的基础。通过大学物理的学习,能够使学生比较系统地了解 and 掌握物质运动的基本规律;能够培养学生应用物理知识分析和解决问题的能力;能够培养学生的创新能力。可以说大学物理承担了基础知识教育和科学素质教育的双重任务。因此编者在编写过程中,根据课程的性质精心挑选内容,注重概念的准确、物理图像的清晰,简明而系统地讲述了物理学中的基本概念、规律以及基本理论的历史发展进程,其内容涵盖了大学物理教学的最基本要求,并适当介绍了物理学原理在工程技术中的应用。本书内容安排科学、合理,富于启发性和实用性。编者力求物理概念阐述清楚,简洁得当;内容条理清晰,层次分明;语言规范,深入浅出。本书符合高等院校理工科本科素质教育层次中大学物理作为通识教育课程的要求。

本书的一个突出特点是:从工科非物理专业低年级学生的基础理论课出发,参照《教学基本要求》,以经典与近代物理的基本概念和理论为主干,加强有机渗透。即把有关的科技发展新成果及物理原理在工程技术中的应用,适度有机地渗透到相关部分;内容的论述更注重围绕物理概念,知识框架,研究、分析问题的思路和方法。在保证科学性的前提下,把趣味性、实用性适时渗透到相关部分,努力实现教材便于教师教,易于学生学的目标。

全书分上、下两册,主要包括:力学、电学、磁学、热学、振动和波动、光学和近代物理基础等内容。为加深读者对教材内容的理解,本书配有一定数量的例题、思考题和习题,并附习题参考答案。

这套教材上册由李晓萍、任常愚、尹向宝编写,下册由任敦亮、王丰、丁红伟编写,编写的具体分工为:第1、2、3、4章由李晓萍编写,第5、6、7章由尹向宝编写,第8、9、10、11章由任常愚编写,第14、15、16章由任敦亮编写,第12、13、17章由丁红伟编写,第18、19、20章由王丰编写。李海宝、姜洪喜、徐宝玉、李社、张琳、刘辉等做了大量的资料收集整理工作,并参加了

本书部分内容的编写和校正工作。

本书可作为理工科高等院校各专业 100 ~ 130 学时的大学物理教材，也可作为综合大学和高等师范院校非物理专业及各类成人教育物理课程的教材和参考书。

本书在编写过程中还得到了黑龙江科技学院魏英智教授、金永君教授，华北科技学院张晓春教授的热情支持与帮助，在此表示感谢。

由于编者水平所限，疏忽和不妥之处在所难免，恳请专家、同行和读者批评指正。

编 者

2008 年 11 月于冰城哈尔滨

目 录

第 2 版前言

第 1 版前言

第 13 章 机械振动	1
13.1 简谐振动	1
13.2 同方向简谐振动的合成	10
13.3 相互垂直简谐振动的合成	14
13.4 阻尼振动	16
13.5 受迫振动	17
思考题	18
习题	19
第 14 章 机械波	23
14.1 机械波的形成及其描述	23
14.2 平面简谐波	28
14.3 波的能量	34
14.4 惠更斯原理	38
14.5 波的干涉	40
14.6 多普勒效应	48
思考题	50
习题	50
第 15 章 光的干涉	55
15.1 光是电磁波	55
15.2 光的相干性 光程	59
15.3 分波阵面干涉	64
15.4 分振幅干涉	71
15.5 迈克耳逊干涉仪	83
思考题	84
习题	85
第 16 章 光的衍射	89
16.1 光的衍射现象 惠更斯-菲涅耳原理	89
16.2 单缝夫琅禾费衍射	91
16.3 圆孔夫琅禾费衍射 光学仪器的分辨率	94
16.4 光栅衍射	97

思考题	105
习题	106
第 17 章 光的偏振	110
17.1 光的偏振性	110
17.2 反射和折射时的偏振 布儒斯特定律	114
17.3 双折射现象	117
17.4 偏振光的干涉	122
思考题	124
习题	124
第 18 章 热力学基础	128
18.1 平衡态 理想气体的状态方程	128
18.2 准静态过程 功、热量和内能	131
18.3 热力学第一定律	135
18.4 理想气体的内能及 $C_{V,m}$ 、 $C_{p,m}$	137
18.5 热力学第一定律对理想气体的应用	140
18.6 循环过程 卡诺循环	151
18.7 热力学第二定律 卡诺定理	158
18.8 克劳修斯熵与热力学第二定律的数学表述	165
思考题	169
习题	170
第 19 章 气体动理论	174
19.1 统计物理的基本概念	174
19.2 理想气体压强 温度的微观本质	176
19.3 能量按自由度均分定理 理想气体的内能	180
19.4 麦克斯韦分子速率分布定律	183
19.5 分子平均碰撞次数和平均自由程	189
19.6 热力学第二定律的统计意义	190
思考题	192
习题	193
第 20 章 量子物理初步	196
20.1 黑体辐射 普朗克能量子假说	196
20.2 光电效应 光的波粒二象性	199
20.3 康普顿效应	204
20.4 玻尔的氢原子理论	207
20.5 实物粒子的波动性	213
20.6 微观粒子的波函数	218
20.7 薛定谔方程	221
20.8 氢原子的量子理论简介	227

思考题	233
习题	233
第 21 章 固体的能带理论 激光	236
21.1 晶态固体的基本性质	236
21.2 固体能带结构	239
21.3 电子在能带中的填充和运动	242
21.4 本征半导体和杂质半导体	244
21.5 PN 结	246
21.6 能带理论的局限性	248
21.7 激光	248
思考题	253
习题	254
附录	255
附录 I 物理原理在工程技术中的应用专题	255
A 体育运动中的力学现象与原理	255
B 磁现象及其应用	262
C 热泵技术及其应用	269
D 扫描隧穿显微镜	277
附录 II 历年诺贝尔物理学奖名单	287
习题参考答案	295
参考文献	305

第 13 章 机械振动

物体在其平衡位置附近所作的往复运动称为机械振动，简称振动。机械振动是一种常见的运动形式，它普遍存在于生产和生活实际当中。例如，人体就是一个振动的宝库：我们的心脏在跳动，我们的肺在摆动，当我们感觉到冷的时候就颤抖，而我们所以能够听和说就因为耳膜和声带在振动。如果舌头不摆动的话，我们很难说出“振动”一词。就连组成我们自身的那些原子，也都在振动着。还有钟摆的摆动，汽缸活塞的往复运动、行车时的颠簸等等。一般说来，机械振动是一个相当复杂的论题，早已发展成一门专门的学科。在所有形式的机械振动中简谐振动这一理想模型是最简单、最基本、最重要的模型，其他任何实际的、复杂的振动，均可视为若干简谐振动叠加而成，因此学习简谐振动是学习其他复杂振动的基础。

13.1 简谐振动

13.1.1 简谐振动

物体在其平衡位置附近所作的往复运动称为机械振动，简称振动。物体振动时，若其位置的坐标按余弦（或正弦）函数规律随时间变化，这样的振动称为简谐振动。在忽略阻力的情况下，弹簧振子的小幅度振动及单摆、复摆的小角度振动都是简谐振动。下面我们就从弹簧振子、单摆、复摆几个理想的物理模型中寻求物体作简谐振动的动力学方程和运动学方程。

1. 弹簧振子

一质量可以忽略不计的轻弹簧，一端固定，另一端系一有质量的物体，这样的系统常称为弹簧振子。如图 13.1 所示，和弹簧一端相连的质量为 m 的物体，放在一光滑水平面上。轻弹簧原长为 l_0 ，其劲度系数为 k ，一端固定，形成一个沿水平方向无摩擦振动的弹簧振子。平衡时，弹簧的压缩量为 0。选平衡位置为原点 O ，水平向

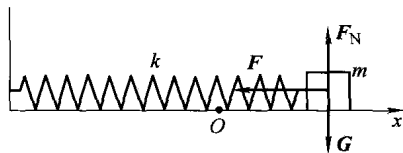


图 13.1

右为 x 轴正方向，将物体从平衡位置拉离一小段距离后放手。由于弹簧的弹力作用，物体开始向左运动。在距离平衡位置 x 处有 $F = -kx$ ，其中 x 是物体相对

于平衡位置的位移,此力与位移大小成正比,方向与位移方向相反,称为回复力。根据牛顿第二定律有

$$-kx = m \frac{d^2 x}{dt^2} \quad (13.1)$$

令

$$\frac{k}{m} = \omega^2 \quad (13.2)$$

得

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad (13.3)$$

此微分方程即为弹簧振子的动力学方程。

动力学方程 (13.3) 的通解为

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (13.4)$$

式 (13.4) 是弹簧振子的运动学方程,其中 A 和 φ 是两个积分常数,它们的物理意义和确定方法将在后面讨论。

将式 (13.4) 对时间求一阶导数和二阶导数得到物体运动的速度和加速度:

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi) = A\omega \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \quad (13.5)$$

$$a = \frac{d^2 x}{dt^2} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x(t) \quad (13.6)$$

可见物体作简谐振动时,其速度和加速度的函数形式也都是按余弦或正弦规律随时间变化,如图 13.2 所示。

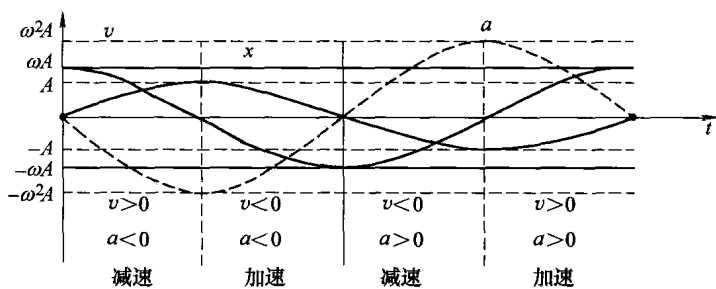


图 13.2

2. 单摆

如图 13.3 所示,一刚性轻杆一端固定一个物体,另一端可绕固定点在平面内无摩擦摆动,组成单摆。结合我们前面学的力学知识不难分析其在小角度下的运动方程。

取向右为正 ($\theta > 0$),考虑其重力矩为 $M = -mgl \sin \theta$,根据转动定律可得

$$M = -mgl\theta = J \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (\theta < 5^\circ, \sin\theta \approx \theta) \quad (13.7a)$$

则角位移应满足方程

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mgl}{J}\theta = 0 \quad (13.7b)$$

并考虑转动惯量 $J = ml^2$ ，同时令 $\omega^2 = \frac{g}{l}$ ，代入式 (13.7b) 可得

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0 \quad (13.7c)$$

此微分方程即为单摆的动力学方程。其运动学方程为 $\theta = \theta_0 \cos(\omega t + \varphi)$ ，所以这是一个简谐振动。

3. 复摆

图 13.4 所示装置类似于单摆，是一个刚体绕某一固定轴作无摩擦的平面转动，形成复摆。同样，在一个小角度下可以得到和上述两个例子相似的微分方程。

考虑到刚体摆过一定角度的力矩

$M = -mgh\sin\theta$ ，根据转动定律得

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mgh}{J}\sin\theta = 0$$

当 $\theta < 5^\circ$ 时， $\sin\theta \approx \theta$ ，式子化为

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mgh}{J}\theta = 0$$

同时令 $\omega^2 = \frac{mgh}{J}$ ，可得动力学方程为

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0$$

其运动学方程为 $\theta = \theta_0 \cos(\omega t + \varphi)$ 。

弹簧振子、单摆、复摆三个虽为不同的模型，但却有相一致的动力学方程和运动学方程，且运动学方程都为时间的余弦（或正弦）函数形式，所以可断定三者都作简谐振动。从另一个角度看，这三个模型也为我们判断简谐振动提供了依据，即判定某一物体的运动形式是否为简谐振动，主要看其动力学方程或运动学方程是否和式 (13.3) 和式 (13.4) 相一致。

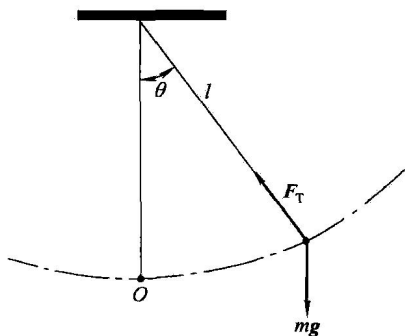


图 13.3

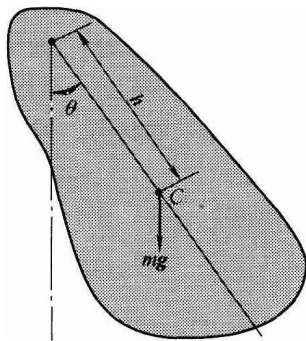


图 13.4

例 13.1 一质点作简谐振动, 振动方程为 $x = A\cos(\pi t + \varphi)$, 当时间 $t = 1\text{s}$ 时, 质点的位移、速度和加速度各为多少?

解: 将 $t = 1\text{s}$ 直接代入 $x = A\cos(\pi t + \varphi)$, 可得位移

$$x = -A\cos\varphi$$

根据式 (13.5) 和式 (13.6) 可得任意时刻的速度和加速度分别为

$$v = \frac{dx}{dt} = -\pi A\sin(\pi t + \varphi) \quad (1)$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\pi^2 A\cos(\pi t + \varphi) \quad (2)$$

将 $t = 1\text{s}$ 代入式 (1) 和式 (2) 得 $v = \pi A\sin\varphi$, $a = \pi^2 A\cos\varphi$ 。

实际中的振动都不是严格的简谐振动, 但我们常常根据系统的特点将实际的振动系统抽象简化成简谐振动。例如, 在精密机床、光学实验台下面, 一般都有混凝土或大理石作为基础, 在混凝土或大理石基础下铺设弹性垫层或气垫。由于机床、仪器和混凝土、大理石基础的质量比弹性垫层的质量大得多, 而振动时它们的形变又比弹性垫层小得多, 因此, 可以将弹性垫层简化为一根轻弹簧, 而将机床和混凝土基础简化为压在弹簧上面的一个物体, 这样便构成了一个沿铅直方向作简谐振动的模型。

13.1.2 简谐振动的基本特征量

1. 振幅

在式 (13.4) 中, 因余弦 (或正弦) 函数的绝对值不能大于 1, 故 x 的绝对值不能大于 A (见图 13.5), 即在简谐振动中, A 表示振动物体在平衡位置两侧离开平衡位置的最大距离, 称为振幅。振幅恒取正值, 其大小一般由初始条件决定。

2. 周期和频率

余弦 (或正弦) 函数是周期函数, 所以简谐振动具有周期性。物体作一次完全振动需要的时间称为振动的周期 (见图 13.5)。经历一个周期, 物体又将完全回到原来的状态, 即

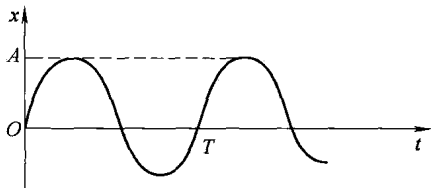


图 13.5

$$x(t) = x(t + T) = A\cos[\omega(t + T) + \varphi]$$

我们知道, 余弦、正弦函数的周期为 2π , 即

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi) = A\cos\left[\omega\left(t + \frac{2\pi}{\omega}\right) + \varphi\right]$$

两式比较得振动周期为

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (13.8)$$

其单位为秒 (s)。周期的倒数称为频率, 用 ν 表示:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (13.9)$$

频率的单位是赫兹 (Hz), 即每秒内物体所作完全振动的次数。

因此简谐振动的表示式也可表示为

$$x(t) = A \cos(2\pi\nu t + \varphi)$$

或

$$x(t) = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

对于弹簧振子

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}, T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (13.10)$$

对于单摆

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}, T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (13.11)$$

因为质量 m 和劲度系数 k 代表弹簧振子本身的性质, 故周期、频率或角频率 (ω) 都是由振动系统本身性质所决定的量, 因此也称为固有周期、固有频率。

例 13.2 将一劲度系数为 k 的轻弹簧截成三等分, 取出其中的两根将它们并联在一起, 下挂一质量为 m 的物体, 则振动系统的频率为多大?

解: 截为三等分后, 每根弹簧劲度系数为 $3k$, 两根并联后等效劲度系数为 $6k$, 则

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{6k}{m}}$$

例 13.3 竖直悬挂弹簧下端挂有质量为 m 的物体, 然后改挂一个质量为 $4m$ 的物体, 再后将该弹簧截为等长两段后并联, 下挂质量为 m 的物体, 那么这三种情况下它们周期之比是多少?

解: 由 $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$, 可知

$$T_1 : T_2 : T_3 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} : 2\pi \sqrt{\frac{4m}{k}} : 2\pi \sqrt{\frac{m}{4k}} = 1 : 2 : \frac{1}{2} = 2 : 4 : 1$$

例 13.4 一台摆钟的等效摆长 $l = 0.995\text{m}$, 摆锤可上下移动, 用以调节周期, 今发现该钟表每天快 2 分 52 秒 8, 若将此摆当做质量集中在摆锤中心的一个单摆来考虑, 则应将摆锤下移多少距离才能使钟走得准确?

解：钟摆周期的相对误差 $\frac{\Delta T}{T}$ 和钟的相对误差 $\frac{\Delta t}{t}$ 等效，单摆的周期 $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ，这里 g 不变， T 对 l 微分，则有

$$2 \frac{dT}{T} = \frac{dl}{l}$$

即有

$$\Delta l = \frac{2l\Delta T}{T} = \frac{2l\Delta t}{t} = \frac{2 \times 0.995 \times 172.8}{86400} \text{m} = 3.98 \text{mm}$$

故应将摆锤下移 3.98mm 才能使钟走得准确。

3. 相位 相位差

当作简谐振动的物体的振幅和角频率都确定时，从式 (13.4)、式 (13.5) 和式 (13.6) 不难发现，物体的位移、速度、加速度与 $(\omega t + \varphi)$ 有关， $\omega t + \varphi$ 称为相位。在一次完全振动过程中，每一时刻的运动状态都不相同，而这种不同就反映在相位的不同上。如图 13.2 所示，在物体的位移、速度、加速度的函数曲线上，观察不同的点，它们的位移、速度、加速度会有所不同，主要在于相位的不同。

常量 φ 是 $t=0$ 时的相位，称为初相位，简称初相。初相的数值取决于初始条件。相位是一个十分重要的概念，它在振动、波动及光学、电工学、无线电技术等方面都有着广泛的应用。但相位概念较为晦涩，希望读者多多练习，切实掌握。

在比较两个以上的简谐振动时，和相位相关的一个重要的概念——相位差是很重要的。设有两个质点 A 及 B ，沿同一直线以不同的振幅、频率和初相作简谐振动，表达式分别为

$$x_A = A' \cos(\omega' t + \varphi')$$

$$x_B = A \cos(\omega t + \varphi)$$

式中 A' 、 A 分别为两个振动的振幅； ω' 、 ω 和 φ' 、 φ 分别为它们的角频率和初相。两者相位差

$$\Delta\varphi = (\omega' t + \varphi') - (\omega t + \varphi) = (\omega' - \omega)t + (\varphi' - \varphi) \quad (13.12)$$

显然相位差是随时间 t 变化的。若是两个频率相同的简谐振动，相位差 $\Delta\varphi = (\varphi' - \varphi)$ 是不随时间 t 变化的恒量，即在同频率的情况下，两个简谐振动的相位差就是它们的初相差。它们相位不同，是由于初始状态不同所造成的，因此它们振动的步调不一致。它们不能同时到达平衡位置，也不能同时到达某一段点，而总是一个比另一个落后（或超前）一些，这种现象称为异步，我们可以用两个振动的相位差来描述其差异。

为了形象地说明两个振动由相位差所表现出来的振动差别, 作如图 13.6 所示的两个同频率、同振幅的振子 P、Q 的简谐振动图像, 它们的相位差 $\Delta\varphi$ 分别为 0 、 $\frac{\pi}{2}$ 、 π 。当 $\Delta\varphi = 0$ 时, 称两个简谐振动为同相或同步, 这表示它们同来同往, 同时经过平衡位置, 步调永远一致; 当 $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ 时, 则表示当振子 P 在平衡位置时, 振子 Q 却在左端点, 当振子 Q 到达平衡位置时, 振子 P 到达右端点了, 在 $x-t$ 曲线上, 振子 P 的峰值比振子 Q 提前 $\frac{T}{4}$ 出现, 也可以说, 振子 Q 比振子 P 在相位上落后 $\frac{\pi}{2}$, 在 $x-t$ 图上两条曲线错开 $\frac{T}{4}$, Q 落后 $\frac{T}{4}$ 时间; 当 $\Delta\varphi = \pi$ 时, 则两个振动的位移与速度永远方向相反, 振子 P 和振子 Q 相差半个周期, 即 P 在相位上比 Q 超前 π , 我们称这两个简谐振动为反相。

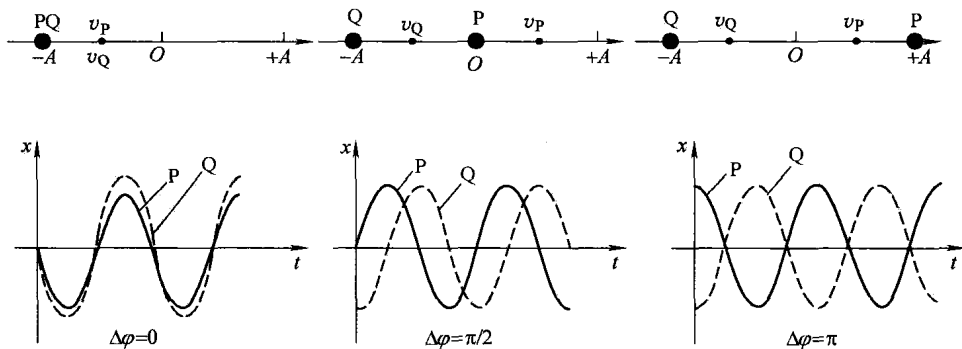


图 13.6

13.1.3 初始条件确定振幅和相位

物体的运动状态可以用位置和速度来描述。物体作简谐振动时, 振幅 A 和初相 φ 与初位移 x_0 和初速度 v_0 , 即初始条件相关。由式 (13.4) 和式 (13.5) 得

$$x_0 = A \cos \varphi$$

$$v_0 = -A\omega \sin \varphi$$

可以解出

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} \quad (13.13)$$

$$\tan \varphi = -\frac{v_0}{\omega x_0} \quad (13.14)$$

必须指出, 一个简谐振动的振幅和初相位取决于初始时刻的位置和速度。

例 13.5 一质点沿 x 轴作简谐振动, 其角频率为 $10\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$, 试分别写出以下两种初始条件的振动方程:

$$(1) \quad x_0 = 4\text{cm}, \quad v_0 = 30\text{cm} \cdot \text{s}^{-1};$$

$$(2) \quad x_0 = 4\text{cm}, \quad v_0 = -30\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}.$$

解: (1) 根据式 (13.13) 和式 (13.14) 得

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2} = \sqrt{25}\text{cm} = 5\text{cm}$$

$$\tan\varphi = -\frac{v_0}{\omega x_0} = -\frac{3}{4}$$

由 $v_0 > 0$, 分析得 $\varphi = -37^\circ$, 故振动方程为

$$x = 5\cos(10t - 37^\circ)$$

(2) 同理

$$x = 5\cos(10t + 37^\circ)$$

13.1.4 简谐振动的能量

以弹簧振子 (作简谐振动的弹簧振子也称谐振子) 为例来讨论简谐振动的能量。设振动物体的质量为 m , t 时刻位移为 x 、速度 v , 则系统的动能

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) \quad (13.15)$$

势能

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi) \quad (13.16)$$

总能量为 $E = E_k + E_p$, 考虑到 $m\omega^2 = k$ 可得

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \quad (13.17)$$

对于作确定振动的谐振子, 动能、势能都随时间变化, 但总能量在振动过程中是一个恒量。这种能量和振幅保持不变的振动也称为无阻尼振动。

图 13.7a 表示简谐振动能量随时间 t 的变化曲线, 图 13.7b 表示简谐振动能量随位移 x 的变化曲线。由式 (13.16) 可知, 势能曲线是通过坐标原点 O 、且具有横向对称性的抛物线; 而式 (13.17) 则表明, 总能量曲线是一条平行于 x 轴的水平线, 它与势能曲线分别交于坐标为 $x = +A$ 的点和 $x = -A$ 的点。由式 (13.15)、式 (13.16) 可知, 动能、势能随时间变化的周期都是振动周期的一半。由于简谐振动的机械能与振幅的平方成正比, 所以对于确定的谐振子, 振幅越大, 振动越强烈, 能量也就越大。振幅的平方可用来表征简谐振动的强度。