



成人高等教育教材

S
HUXUE
JIAOXUELUN

数学教学论

专 科 使 用

◎ 赵继源 主编

广西师范大学出版社
GUANGXI NORMAL UNIVERSITY PRESS





成人高等教育教材

数学教学论

专 科 使 用

广西课程教材发展中心组编

主 编 赵继源

编写人员 赵继源 周 莹 潘 俭
赵 飞 谭伟明



GUANGXI NORMAL UNIVERSITY PRESS

广西师范大学出版社

· 桂林 ·

图书在版编目(CIP)数据

数学教学论. 专科 / 赵继源主编. —桂林: 广西师范大学出版社, 2005.1

成人高等教育教材

ISBN 7-5633-5177-9

I. 数… II. 赵… III. 数学—数学理论—成人教育: 高等教育—教材 IV. O1-4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 142671 号

广西师范大学出版社出版发行

(广西桂林市育才路 15 号 邮政编码: 541004
网址: <http://www.bbtpress.com>)

出版人: 肖启明

全国新华书店经销

桂林日报印刷厂印刷

(广西桂林市八桂路 2 号 邮政编码: 541001)

开本: 720 mm × 960 mm 1/16

印张: 18 字数: 298 千字

2005 年 1 月第 1 版 2005 年 1 月第 1 次印刷

印数: 0 001~2 000 册 定价: 20.30 元

如发现印装质量问题, 影响阅读, 请与印刷厂联系调换。

成人高等教育教材编委会

主 任:余益中

副 主 任:黄 宇

委 员:(按姓氏笔画排序)

卢小珠	刘 冰	吴郭泉	余益中	余国强
陈洪江	何锡光	何清平	罗庆芳	周克依
周度其	秦 成	唐春生	唐 宁	黄 宇
覃殿益	蒋就喜	廖克威		

总 主 编:唐佐明

副总主编:钟海青

编写说明

为了进一步贯彻落实教育部关于“教材建设精品化,教材要适应多样化教学需要”的指示精神,加强成人高等学校教材建设,推动成人高等教育的改革与发展,我们组织力量开发、编写了此套成人高等教育教材。

这套教材的开发采取科研课题管理模式进行。首先严格按照《广西成人高等教育部分教材建设实施方案》申报立项,然后通过专家论证和评审,最后经广西高等学校教材建设和管理委员会批准,从200多项申报材料中确定首期研究开发项目46项,编写出版的教材共47种。这47种教材涵盖了文学、法学、教育学、医学、动物科学和艺术等几大门类的学科。为了适应本、专科学生不同层次的学习要求,我们对主要学科分设了本科教材和专科教材。

本套教材力求体现成人高等教育的教学特点,注重教材的实用性,并适合成人高等教育的教学形式和教学规律。在强调基础理论、

基本知识、基本技能的同时,着重考虑内容的深入浅出,注意科学性与实践性的结合。在内容的选择上,教材注意面向大多数学生,既确保落实教学大纲的基本要求,又具有适当的弹性,能够适应学生进一步提高的要求,也给授课教师留有较大的选择和发挥空间。在教材编写体例上,采取了总论和分述的编写结构:总论部分概括阐述了课程的主要内容和知识点,分述部分则对各知识点进行详细的讲解。同时,为了帮助学生全面深入地掌握教材内容,便于学生自学,我们根据教材内容的特点编写了相应的学习指导书,对教材中的重点和难点予以点评和解析,并提供习题或自测题给学生自学,力求提高学生的学习效果。

本套教材已经广西高等学校教材建设和管理委员会审查通过。教材得以顺利编写、出版和使用,与广西教育厅领导的高度重视和大力支持是分不开的,同时,凝聚着广西各高等院校成人教育机构的领导和有关专家特别是广大编写人员的心血和汗水,在此谨向他们表示诚挚的谢意。

由于时间仓促,书中难免有错漏之处,恳请各位专家、广大师生批评指正。

成人高等教育教材编写组
2004年6月

前 言

《数学教学论》是高等师范院校数学教育专业的一门必修课程,它是在学习高等数学基础课程以及教育学、心理学等教育理论基础课的基础上开设的,在数学教师的教育和培养中起着十分重要的作用。学生学习本课程的目标是:了解国内外数学教育的发展历史和改革趋向,树立现代教育观念与教学思想;掌握现代数学教学理论,理解现代教育技术及其应用,明确义务教育阶段数学教学的目标、理念、思想,教学模式和评价方式,掌握数学课堂教学的基本设计方法,领会教师职业发展的规律和途径,提高教育教学能力和自我创新与发展能力;了解教育科研的基本方法和数学教育论文写作的基础知识,初步树立教育科研的理念和意识。依据这一目标,我们制定了教材的编写指导思想:回顾数学教育的发展历史,准确把握新世纪国内外数学教育改革的新走向和发展趋势,深入挖掘现代数学教育教学研究的最新成果,全面反映我国义务教育新课程改革的新理念、新思想和新方法;突出教育教学理论的基础性和实用性,突出成人教育的特点,培养学生的创新精神和独立探究问题、分析问题的能力;诠释教师专业化发展的基本思想和途径,力图使学生学以致用,用中求学,学用相长,树立现代终身学习观,培养研究型 and 反思型的数学教师。

为了实现本课程目标,体现教材编写的指导思想,充分反映成人高等教育学科教学论教材系列的时代性、创新性、基础性和实用性,本书具体构思如下:(1)介绍国内外数学教育的发展历史,阐述当代数学教育存在的问题和改革思路。历史的经验教训能给人诸多启示,引发人们对现状的思考,帮助人们对事物作出合理的评判和选择。一般说来,教师们对我国数学教育的现状了解较多,但对其发展历史尤其是国外数学教育的过去、现在和未来发展方向知之甚少,这种状况显然不利于教师理解和评价当前的数学教育改革。因此,本书开篇将首先向读者展现数学教育的发展概貌,使读者能从历史发展的基本线索领会当代数学教育的形成过程和特点,并在分析数学教育现状的基础上,把握教育改革的发展方向,树立正确的现代数学教育观和教学思想。(2)深入解读我国义务教育数学课程标准,充分体现新课程改革的基本理念和思想方法。新课程改革是我国新世纪教育改革的主旋律,作为义务教育阶段的数学教师,他们既要深入了解这场关乎中国新世纪命运的教育改革,而且还要投身教育改革实践。其中的关键是观念和思想的转变,对这场改革的理论研讨十分重要。由于时

间限制,传统的《数学教学论》教材不可能及时反映这场新课程改革。本书将填补这一空白。(3)全面反映现当代数学教育教学的基本理论内涵,在以数学教学理论为主的基础上,全书内容力求覆盖数学课程论、学习论、教学论及数学教育与评价、数学教师专业发展等内容。其中数学文化、建构主义的数学学习观和教学观、数学教师的专业化发展等是近几年数学教育研究的热点,是传统数学教学教材所没有涉及的,本书及时反映了这些问题的最新研究成果,使读者了解数学教育的研究前沿,达到用最新的教育理念和教学思想指导教育实践的目的。

本书由赵继源总体构思,具体的编写方案是在编写组集体讨论的基础上形成的。各章的编写分工如下:第一、二章由广西师范学院数计系赵继源撰写,第三章由广西师范大学数计学院周莹撰写,第四、五章由玉林师范学院数学系潘俭撰写,第六、七章由广西师范学院数计系赵飞撰写,第八、九章由梧州教育学院数学系谭伟明撰写。全书由赵继源修改并定稿。

在本书编写过程中参阅了许多专家学者的著作和研究成果,在此谨向有关作者表示诚挚的谢意。由于本书作者学识有限,书中难免有不当或偏颇之处,恳请广大读者批评指正。

编 者

第一章 数学教育概述	1
第一节 数学教育的本质与功能	2
第二节 数学教育的改革与发展	9
第三节 当代数学教育及展望	16
第二章 数学课程	26
第一节 数学课程概述	26
第二节 数学课程标准	31
第三节 义务教育数学课程标准解读	39
第四节 数学教材的编写与实施	49
第三章 数学学习的心理分析	55
第一节 学习理论的历史回顾	55
第二节 建构主义与数学学习	61
第三节 数学概念与数学命题的学习	66
第四节 数学问题解决的学习	75
第五节 数学学习方式、策略与方法	82
第六节 数学学习中的非智力因素	94
第四章 数学教学的基本理论	101
第一节 数学教学目的确定	101
第二节 我国中学数学教学目的的探讨	104
第三节 数学教学的基本原则	109
第四节 数学教学过程与模式	119
第五节 数学教学方法及选择	128

第六节 现代信息技术及应用	134
第五章 数学教学设计	140
第一节 数学教学设计的基本原理和方法	140
第二节 学生特征的分析	143
第三节 数学教学目标的分析	147
第四节 数学教学内容的分析	152
第五节 数学教学活动的设计	162
第六节 数学教学设计方案编制	173
第六章 数学知识、技能的获得与能力的培养	181
第一节 数学知识、技能的获得	181
第二节 数学思维与数学能力	188
第三节 数学应用能力的培养	207
第四节 数学创新思维能力的培养	214
第七章 数学教育评价	222
第一节 数学教育评价标准	222
第二节 数学教育评价方法	230
第三节 数学学习评价的实施	233
第八章 数学教育研究	239
第一节 数学教育研究的意义	239
第二节 数学教育研究的内容与课题选析	242
第三节 数学教育研究的基本途径、手段和方法	245
第四节 数学教育论文写作	252
第九章 数学教师的专业化发展	257
第一节 教师专业化的基本内涵及意义	258
第二节 数学教师专业发展的内在结构	260
第三节 反思型数学教师的特征及成长途径	269
主要参考文献	274

第一章

数学教育概述

DIYIZHANG

本章提要

■ 数学教育的功能 ■ 近现代数学教育
回顾 ■ 当前国内外数学教育改革动态

数学教育历史源远流长,其源头可追溯到远古时期的学校教育。一般认为,人类社会最早的学校出现在奴隶社会时期的古埃及。大约在公元前 2500 年,古埃及已经有了宫廷学校,随后又设有寺庙学校、书吏学校等。这些学校教授阅读、书写、计算和有关律令等基本知识,有的学校还教授数学、天文学和医学等较高深的知识。此后西方古希腊、古罗马时期学校教育的“七艺”(文法、修辞、逻辑学、算术、几何、音乐、天文)和我国西周时期学校教育的“六艺”(礼、乐、射、御、书、数)中都明确地包含了数学课程。由此可见,数学这门学科自古以来就受到人们的高度重视。随着社会政治、经济、文化、科学、技术和生产的发展,数学这棵远古时期的小树苗,如今已长成枝繁叶茂的参天大树,数学教育也呈现出勃勃生机。那么,作为学校教育一个组成部分的数学教育,具有怎样的功能?历史上数学教育有哪些重要的改革?未来的发展前景又将如何?本章将对这些问题作简要的回顾、探讨和展望。

第一节 数学教育的本质与功能

本节知识点

□ 数学教育的本质 □ 数学教育的功能

数学教育的功能由数学教育的本质所决定,对本质的把握有助于我们全面理解数学教育的功能和意义。本节首先分析数学教育的本质,再讨论其功能和意义。

一、数学教育的本质

数学教育是教育者利用数学科学文化知识作为基本内容,按照一定的社会要求,向受教育者的身心施加有目的、有计划、有组织的影响,以使受教育者发生预期变化的活动。这个定义反映了数学教育是一种人类活动,参与这个活动的基本要素是教育者、受教育者、教育中介(有人也称之为教育影响、教育措施),这三个基本要素相互联系、相互作用以及由此引发的各种特殊的矛盾运动,构成了数学教育系统,它是整个教育系统的一个子系统,也是人类社会这个系统的一个子系统,这就是数学教育的本质。理解这一本质,我们需要作进一步说明。

1. 对三个基本要素的认识。(1)教育者是构成教育活动的基本要素。广义的教育者是指在教育实践中承担教书育人责任和施加教育影响的人。凡是对受教育者在知识、技能、能力、思想品德等方面起到教育影响作用的人,如各级教育管理人员、专职和兼职教师、其他教育机构的工作人员、家长等,都可称为教育者。狭义的教育者一般是指学校里承担课堂教学任务的人员,即通常所说的教师。为了方便本书的讨论及避免不必要的误解,我们一般用“教师”代替“教育者”。(2)受教育者也是构成教育活动的基本要素。它是指在各种教育活动中以学习为主要职责的人,既包括以学习为主要社会义务的在校青少年学生,也包括已步入社会但仍在接受多种形式教育的成人。由于本书讨论的数学教育对象是接受基础教育的青少年学生,因而我们一般也以“学生”代替“受教育者”。(3)教育中介。教育中介是教育者与受教育者进行教育活动与实现教育目的时所依赖的一切事物的总和,包括教育内容、教育方法、教育手段、教育组织形式和教育环境等。在学校数学教育中,教育内容主要体现在数学课程上;教育方法是教师为完成数学教育任务所采取的途径、方法和程序等,包括教师的教和学生的学所采用的方式方法,是实现教与学统一的桥梁;教育手段是教师教



学中所运用的一切手段,包括语言、印刷品、电子媒体、实验器材、教具、学具等。

2. 对数学教育系统主要矛盾的认识。数学教育系统包括许许多多的矛盾,主要矛盾是数学教育要求与学生身心发展特点及水平之间的矛盾,解决好这一矛盾是保证数学教育质量、实现数学教育目标的关键。

作为矛盾两个方面的数学教育要求与学生身心发展特点及水平是对立的统一。它们之间既对立又统一。其对立性首先表现在两者之间存在着差别。数学教育的要求高于学生的现有心理水平,只有这样,学生学习数学才会有发展、有进步。其次,对立性的两方面存在相互制约关系,即一方要限制和否定另一方。例如,数学中的许多规范性准则需要学生遵循和适应,而不是让学生随心所欲。比如: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$,而不是 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1+1}{2+3} = \frac{2}{5}$; $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$,而不是 $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ 。反过来,数学教育要求也要充分考虑学生的现有水平和接受能力,而不能提出过高的要求。

但是,矛盾的两个方面又是统一的。这种统一性表现为数学教育要求总是以学生身心发展的实际客观趋势、确实存在的未来因素和发展的可能性为依据的。苏联心理学家维果茨基指出:儿童的发展有两种水平,第一种是现有发展水平,表现为儿童能运用已有的知识经验独立完成任务;第二种称为最近发展区,是一种准备水平,表现为儿童还不能自行完成任务,需要教师的帮助。教育就是要把最近发展区水平转化为现有发展水平,以使儿童不断地向更高水平发展。因此,只要数学教育的要求制订得合理,它与学生的身心发展实际是可以彼此相通的,二者之间的联系是内在的、有机的,存在着由此及彼的桥梁。

由以上分析,我们不难理解,数学教育这一主要矛盾的两个方面中,矛盾的主要方面应是数学教育的要求。因为,一方面,学生的身心发展尤其是其数学素养水平统一于数学教育的要求,它是沿着数学教育要求所规定的方向发展的;另一方面,数学教育的要求在矛盾的两个方面中,一般来说是比较积极、活跃的,它具有前瞻性和预测性。例如,九年义务教育新课程改革提出的数学课程理念、目标和要求是以广泛深入的调查研究为基础的,它充分考虑了国际数学教育改革的发展趋势以及 21 世纪国际社会的发展方向,特别是充分考虑了我国未来社会发展对人才培养的要求。数学教育要求的前瞻性体现在数学教育肩负着促进社会发展的历史使命。

数学教育系统中除了上述的主要矛盾外,还有教育中介与教师、学生之间的矛盾,如新数学课程与教师的个体经验、知识结构之间的矛盾,教育改革提倡的教学方法与教师、学生的矛盾等。

● 二、数学教育的功能

数学教育的本质告诉我们,数学教育是培养人、塑造人的社会活动,它具有一切教育活动的一般功能,即数学教育影响个体的身心发展和社会的发展,后者以前者为基本前提。因为人类社会的延续和发展依靠两种最基本的生产:社会物质生产和人类自身的再生产。人类自身的再生产不只是指人类的自然繁衍,还包括使个体社会化,形成社会的新一代并适应和胜任社会物质生产的要求和需要。显然,形成社会的新一代必须通过各种形式的教育。教育使个体能在短时间内继承人类历史文明的遗产,并在此过程中达到当代社会对人的要求,实现人的社会化,进而发挥人的聪明才智,创造新的知识、经验和社会财富。所以,教育促进社会发展的功能首先表现为它是人类社会延续、发展必不可少的工具,是沟通人类社会的过去、现在和未来之间的桥梁,起着促使整个社会不断“扩大再生产”的作用。此外,教育还具有沟通社会各方面、世界各国的横向联系及为社会政治服务等功能。

然而,在人类历史上,人们对数学教育的功能在不同时期、不同的文化背景下会有不同的理解。古希腊的毕达哥拉斯(Pythagoras)学派和柏拉图(Plato)学派都强调数学是世界的本质,认为:“数是一切事物的本质,整个有规律的宇宙组织,就是数以及数的关系的和谐系统。”他们把掌握数学当作开启自然界秘密的一把钥匙,把数学与哲学等同看待,同为陶冶人的精神的一种手段和训练人的思维的一种工具。在他们看来,数学教育的功能是陶冶精神、训练心智。古代中国虽然将数学科列为“六艺”之一,但“不可以专业”,仅为末技。当时数学教育讲究实用,注重算法,不重视思维训练,仅把数学教育当作一种技艺训练,学习数学的目的是“经世致用”。因此,中国古代数学教育的功能主要表现为一种实用技术的训练。进入 20 世纪 50 年代以来,电子技术获得长足发展,人类社会逐步由工业社会向信息社会过渡。信息社会很重要的一点是知识更新加快,社会对其成员的智力要求日益提高。作为教育系统的子系统,数学教育不仅要使学生“学会”,而且还要“会学”,具有独立获取知识和新技能的自学能力,更要注重培养学生的创新意识和创造能力。因此,现代社会对数学教育寄予很多的期待,提出了更高的要求,这反映了人们对数学教育功能的认识更加全面和深入。数学教育不再仅仅是陶冶精神、训练思维或实用技术的社会活动,它还应该适应社会的需要,在促进社会发展、促进人的自身的身心全面协调发展方面发挥更大的作用。具体来说,在现代社会里,数学教育具有以下几个功能。

1. 社会功能

首先体现在数学的社会价值上。数学从其萌芽开始就与社会有着密切的联系。

恩格斯指出,数学是从人的需要中产生的,“首先是天文学——游牧民族为了定季节,就已经绝对需要它。天文学只有借助于数学才能发展,因此也开始了数学的研究——后来,在农业发展的某一阶段和某个地区(埃及的堤水灌溉),而特别是随着城市和大建筑物的产生以及手工业的发展,力学也发展起来了。不久,航海和战争也都需要它。——它也需要数学的帮助,因而又推动了数学的发展”。^① 因此,数学与社会是互相促进、互相依存的关系。人们的社会实践是数学知识的源泉,也是检验数学内容客观真理性的唯一标准,社会的需要是数学发展的实际支点和动力;反过来,数学的发展可以促进社会生产和科技的进步。数学作用于社会有许多层次,某一层次上有用的东西,在另一层次上也许没用。问题不同,应用数学的方式也不同:①描述的层次,这是数学作为语言符号系统的应用,数学语言如今已成为通用的语言,许多事物都需用数学来表征;②计量的层次,这是数学最传统、历史最悠久的历史功能,它是数学作为算法系统的应用;③模型、系统与结构的层次,它是数学作为模式化系统的应用;④规律、方法和理论思维的层次,它是数学作为科学方法论体系的重要组成部分的应用。

当前,越来越多的人已认识到:国家的繁荣富强,关键在于高新技术和高效率的经济管理。高新技术是保持国家竞争力的关键因素,其基础是应用科学,应用科学的基础则是数学。数学科学不仅帮助人们在经营中获利,而且帮助人们提高能力,包括直觉思维、逻辑思维、精确计算以及结论的明确无误。“高新技术本质上是一种数学技术”,这种观点已为越来越多的人所接受。正如美国科学院院士 J. G. Glimn 所说:“数学对经济竞争力至为重要,数学是一种关键的普遍适用的,并授予人能力的技术。”可见,数学如今已兼有科学与技术两种品格。数学教育对社会发展的贡献,在于对整个科学技术尤其是高新技术水平的推进与提高、对科技人才的培养、对经济建设的繁荣、对全体人民的科学思维与文化素养的培养等发挥其巨大的作用,通过其培养出来的人才服务于社会各个领域,以全面实现数学的社会价值。

其次,数学的社会功能还体现在数学是一门极为重要的基础性学科,它有很强的渗透力。它不仅是自然科学的基础,也是人文社会科学的基础。在各国基础教育的教学计划中,数学科教学的学时数占必修课程总学时数,苏联 18.8%,日本 16.6%,古巴 20.2%,我国 19%。在高等学校入学考试中,美国的 SAT(Scholastic Aptitude Test)只含有英语和数学,我国实行“3+X”,其中“3”为语文、数学和外语。可见,无论是发达国家还是发展中国家,数学教育都处于国民教育中的重要地位。数学学科

^① 恩格斯:《自然辩证法》,162页,北京,人民出版社,1971。

这种无可替代的地位,是因为数学有很强的渗透力。时至今日,数学几乎在人类社会的所有学科领域中都有自己的用武之地。在自然科学里,如现代物理学愈发展就愈数学化,物理学家杨振宁的规范场理论数学实质就是数学家陈省身的纤维丛理论;物质的微观结构本来就与几何学密切相关,DNA 是一种双螺旋结构,它是数学中纽结理论的研究对象。自然科学因大量使用数学方法和技术,开辟了许多新的数学研究分支,如生物数学、量子力学、量子化学等。在人文社会科学中,数学的应用也日益扩大,尤其是计算机发明后,数学在社会科学中的地位日益提高。例如,当今经济学很多内容,特别是计量经济学和数理经济学,都是直接应用数学的。近几十年来,在获得诺贝尔经济学奖的学者中,很多人借助了先进的数学理论和方法。例如 1975 年康托维奇(Kantovich)因创建“物资最优调拨理论”而获奖,1981 年托宾(Tobin)因绘出“投资决策的数学模型”而获奖。借助于计算机,不少以前认为与数学无关的学科也用上了数学,如语言统计学就是利用统计方法研究语言的特征和规律,有人用计算机统计和分析《红楼梦》中的语言风格和用词习惯,这是计算机和数学统计方法在文学研究中的应用。

综上所述,在现今科学、技术发达的社会里,扫除“数学盲”的任务已经可以和扫除“文盲”的任务相提并论,成为当今教育的重要目标。我们的时代是一个数学的时代,我们生活在一个数学化的社会里,因而数学教育在社会发展中具有决定性的作用。

2. 文化功能

广义地说,文化指一切非自然的、由人类所创造的事物或对象,亦即人类在社会历史实践过程中创造的物质与精神财富的总和。据此,人类文化的一个基本特征是:任何一种文化成分都是人类思维的产物,只是相对于各个个体而言,任何一种文化成分又具有相当大的独立性,并可超越各个具体个体而得到繁衍。一般文化成分,或称之为一般文化物的这种“二重性”可以解释为:文化物就是通过由个体向群体的转移而实现了主观创造向客观实在转移的。

数学对象并非客观物质世界中的真实存在,而是人类抽象思维的产物,所以数学是一种文化。正如美国著名文化学家怀特(L. White)所指出的:“数学实在独立于个体意识而存在,却完全依赖于人类意识。”“数学真理既是人所发现的,又是人所创造的,它们是人类头脑的产物。但它们是被每个在数学文化内成长起来的个体所遇到或发现的。”^①数学作为一种文化,还在于它表现了一种前所未有的探索精神和创

① 转引自殷启正:《数学文化的实质》,《武汉教育学院学报》2001(6)。

造精神,它把理性思维的功能发挥得淋漓尽致。它提供给人们的不仅仅是思维模式,同时也提供了一种有力的解决问题的工具和武器。

文化和教育密不可分,是一对孪生兄弟。数学教育与其他学科教育一样,具有保存、传递、发展、提高文化的功能,同时它还应肩负着传承和弘扬数学文化的重任。为此,数学教育应在观念、行为和方式上加以更新。①应树立数学教育不仅是科学教育,同时也是数学文化教育的观念。数学教学不仅使学生掌握、运用数学知识和技能,而且应使学生受到良好数学思维方法的训练,提高学生的数学文化素养。数学教育的价值不仅体现在数学知识的积累和传播,更应体现在数学思维习惯或数学观念的培养上。树立数学文化教育,是全面推进数学素质教育的前提。素质教育是全方位的。在数学教育中应当让学生体会数学中的哲学内涵,接受数学中的人文思想。②数学教育应充分展现其传承文化、升华文化的教育功能。我们知道,教育代表着知识与文化之间的中间层次关系,而文化要求“知”、“行”统一。如果数学教育只局限于知识传授,那就谈不上传播文化。数学教育的文化性应体现在帮助人们更好地认识自然与人类社会,培养良好的思想品质和正确的辩证唯物主义观点,以及实事求是的科学态度和勇于探索的创新精神。③数学教育应致力于改革传统教学内容和教学方法。例如,在内容上应适当增加数学史知识,以展现数学中的哲学内涵和人文思想;加强数学的应用性,注重数学与其他学科之间的联系;体现数学美,渗透数学的精神、思想方法;等等。在教学方法上,要避免“从理论到理论”,而应走出解题技术的小圈子。要讲“活数学”,把数学与哲学、美学、思维及其他文化艺术联系起来。

3. 思维训练功能

思维是一个健全人的需要,甚至可以说是人存在的标志。同时,它又是获得理念享受的一个重要原因。现代社会使人对生活质量的要求更高了,而高质量生活的一个重要内涵,是人能更科学地、更健康地思维,特别是人必须有很强的创造性思维。这种创造性思维不仅是为了发明或发现什么,还在于使人更好地适应竞争和发展的时代,更有创意地生活。

数学具有其他任何学科所不能替代的思维训练功能,这是因为数学思维具有自身的特点。①其他科学要依赖物质载体来进行抽象思维,并以具体对象的具体性质作为研究内容。而数学为了能够从纯粹的状态中研究事物的形式和关系,必须脱离事物的内容,把内容作为无关紧要的东西放在一边。这就使得数学抽象的程度远远超过其他学科。不仅如此,数学还有个逐级抽象的过程,它可以对其首次抽象的结果进行二次、三次乃至多次的再抽象。数学抽象的这种特点使它在培养人的抽象思维方面具有突出且独特的作用。②数学思维是一种逻辑建构的活动,它的理论是按照