



研究生教材

工程电磁场数值分析

盛剑霓 编著

西安交通大学出版社

研究生教材

工程电磁场数值分析

盛剑霓等 编著

西安交通大学出版社

内 容 简 介

本书系统地介绍了几种常用的数值计算方法，既着眼于实用性又注意到理论的严密性。

全书共分 4 篇 13 章。第一章专门介绍方法的共性，便于读者了解概貌，建立必要的基本概念和正确的思维方法。书中系统地讨论了用场域元法、边界元法和等效源法解静电场、恒定场、低频涡流场和高频场的有关问题；介绍了组合法及耦合场的计算；还较详细地介绍了优化方法解线性 and 非线性代数方程组。此外，对前处理技术也作了较多的介绍。

为了帮助读者复习、巩固和提高，在各章末尾配备了思考题和习题。

本书可作为高等工科院校有关专业高年级大学生和研究生的教材，也可供从事电磁场方面科学研究的教师和科技工作者参考。

(陕)新登字007号

工程电磁场数值分析

盛剑霓等 编著

责任编辑 赵丽平

*

西安交通大学出版社出版

(邮政编码: 710049)

西安高特国际电子电脑有限公司排版

西安交通大学出版社印刷厂印装

陕西省新华书店经售

*

开本 850×1168 1/32 印张 18.375 字数: 459 千字

1991年11月第1版 1991年11月第1次印刷

印数: 1—1500

ISBN7-5605-0387-X/TM·19 定价: 5.85 元

研究生教材总序

研究生教育是我国高等教育的最高层次,是为国家培养高层次人才的人才。他们必须在本门学科中掌握坚实的基础理论和系统的专门知识,以及从事科学研究工作或担负专门技术工作的能力。这些要求具体体现在研究生的学位课程和学位论文中。

认真建设好研究生学位课程是研究生培养中的重要环节。为此,我们组织出版这套研究生教材,以满足当前研究生教学,主要是公共课和一批新型的学位课程的教学需要。教材作者都是多年从事研究生教学工作,有着丰富教学和科学研究经验的教师。

这套教材首先着眼于研究生未来工作和高技术发展的需要,充分反映国内外的最新学术动态,使研究生学习之后,能迅速接近当代科技发展的前沿,以适应“四化”建设的要求;其次,也注意到研究生公共课和学位课程应有它最稳定、最基本的内容,这是研究生掌握坚实的基础理论和系统的专门知识所必要的。因此,在研究生教材中仍应强调突出重点,突出基本原理和基本内容,以保持学位课程的相对稳定性和系统性,内容有足够的深度,而且对本门课程有较大的覆盖面。

这套研究生教材虽然从选题、大纲、组织编写到编辑出版,都经过了认真的调查论证和细致的定稿工作,但毕竟是第一次编辑这样高层次的教材系列,水平和经验都感不足,缺点与错误在所难免。希望通过反复的教学实践,广泛听取校内外专家学者和使用者的意见,使其不断改进和完善。

西安交通大学研究生院

西安交通大学出版社

1986年12月

前 言

电磁场既是一门古老的学科又是很多新兴学科的生长点。它与工农业生产、科学研究以至日常生活都有着十分广泛的联系。但由于电磁场问题的复杂性,虽经广大科技工作者的长期努力,很多问题仍然得不到定量分析,可是随着生产的日益发展,客观上对定量分析却提出了很高要求。随着电子计算机内存的不断扩大,计算速度的不断提高,电磁场数值计算得到了十分迅速的发展。

1984年作者编著“电磁场数值分析”一书,系统地总结了电磁场数值计算方面的成果,获得了广大科技工作者的好评,并获得了较好的社会效益。从该书出版到现在已有6年了,在此期间电磁场数值分析和计算同样获得了很大发展,不仅能求解的问题更为广泛,计算精度也有了很大提高,新方法和新技术层出不穷,有必要再作一次阶段性的总结,并满足目前用书的需要。在这种背景下,结合作者多年来的科研成果和多年从事研究生教学的经验,编著了这本“工程电磁场数值分析”一书。

编写本书的目的,除了从工程应用的观点出发,在不失数学严密性的前提下,阐明各种常用数值计算方法的基本原理及其使用要点,并提供有关计算公式、示例及部分程序以外,还注意介绍解决问题的技巧性,并尽可能把它们提高到理论高度进行分析,企图帮助读者便于应用和掌握内在规律,起到举一反三的作用。

全书第一章叙述各种数值方法的共性问题,便于读者了解概貌,建立起必要的基本概念和正确的思维方法。然后将全书分成四篇。第一篇介绍场域元法及其剖分;第二篇介绍边界元法和等效源法。在第一和第二篇中涉及的应用限于静态场、恒定场和低频涡流

场。由于低频领域中应用的一些处理技术可以推广应用到高频领域中；相反，高频领域中的一些处理技术也可推广应用于低频领域中，所以本书专门辟第三篇介绍数值方法在电磁波边值问题中的应用，可说这是一次尝试。第四篇介绍组合法及耦合场的计算。本书还较详细地介绍了优化方法解线性和非线性代数方程组的问题。限于篇幅，耦合场的计算介绍得很少，瞬态场也未进行介绍，并限于介绍“节点单元”没有介绍“边界单元”，有不少内容尚待今后补充。

根据本书的重点、要点和进一步的内容，在每章末尾配备了一套思考题，或思考题和习题，以便帮助读者复习、巩固和提高。

本书各章编著者分工如下：第1、2、7、8、9、10、13章盛剑霓；第3、13章陆忠亮；第4、5、6、13章钱秀英；第11、12、13章肖衍明。全书由盛剑霓组织兼任主编，并请钱秀英协助编辑。

近年来，国内在老一辈专家教授的指导下，成长了一大批年青科技工作者。硕士生和博士生起了骨干作用，作出了很多成绩。本书中有很多内容来源于这一批生力军的工作。同样，本书也采用了很多国内外专家教授的研究成果。在此，致以衷心的感谢。

本书在出版过程中，得到了西安交大研究生院、西安交大出版社的大力支持；也得到了兄弟院校、研究所和工厂企业有关同志们的关心和鼓励。在此，一并致以深切的谢意。

本书作者特别要感谢倪光正同志，他在本书的编写过程中，始终给予很大的关心和支持，并提出了宝贵意见。

限于水平，书中一定有不少欠妥或错误之处，敬请广大读者、朋友们批评指正。

编著者

1990年3月于西安交通大学

目 录

第 1 章 工程电磁场数值分析的基本问题

1.1	概述	(1)
1.2	电磁场数学模型的微分形式	(2)
1.2.1	电磁场方程组	(2)
1.2.2	静电场中的定解问题	(3)
1.2.3	恒定磁场中的定解问题	(5)
1.3	电磁场数学模型的积分形式	(6)
1.3.1	静电场中的边界积分方程	(6)
1.3.2	不同介质分界面上的边界积分方程	(7)
1.4	加权余数法(矩量法)	(8)
1.4.1	连续域的高散	(8)
1.4.2	连续函数的展开	(9)
1.4.3	加权余数法	(10)
1.5	基函数的基本类型	(11)
1.5.1	整域基	(11)
1.5.2	分域基	(12)
1.6	权函数的基本类型	(17)
1.6.1	点匹配法	(17)
1.6.2	子域匹配法	(18)
1.6.3	迦辽金法	(18)
1.6.4	最小二乘解	(19)
1.6.5	各种方法之间的内在联系	(19)
1.7	误差分类	(20)
1.7.1	舍入误差	(20)
1.7.2	离散误差	(21)
	思考题	(22)

参考文献	(22)
------------	------

第 1 篇 场域元法

第 2 章 有限元法的基本原理和实施

2.1 概述	(25)
2.2 泛函及变分问题	(26)
2.2.1 变分问题的产生及其分类	(27)
2.2.2 尤拉方程	(27)
2.3 与定解问题等价的变分问题	(28)
2.3.1 等价的泛函极值问题	(28)
2.3.2 自然边界条件和强加边界条件	(30)
2.3.3 非齐次边值问题的变分问题	(33)
2.3.4 分层介质中电场的变分问题	(37)
2.4 变分问题中数值解的基本解题步骤	(39)
2.5 二维拉普拉斯场的有限元方程	(42)
2.5.1 单元系数阵的计算	(44)
2.5.2 总系数阵的形成及其特性	(45)
2.5.3 有限元方程组	(48)
2.6 二维泊松场的有限元方程	(49)
2.6.1 计算电荷密度 ρ' 的影响	(50)
2.6.2 计算由非齐次边界条件产生的影响	(51)
2.6.3 二维恒定磁场中的有限元方程	(53)
2.7 轴对称场中的有限元方程	(55)
2.7.1 轴对称电场的有限元方程	(55)
2.7.2 轴对称磁场的有限元方程	(57)
2.8 求解有限元方程组的若干问题	(61)
2.8.1 存储技术	(61)
2.8.2 第一类边界条件的处理	(61)

2.8.3	解线性方程组的方法分类	(63)
2.9	直接法	(64)
2.9.1	高斯消去法	(64)
2.9.2	平方根法、乔列斯基分解	(65)
2.10	预处理共轭梯度法	(66)
2.10.1	优化方法概述	(66)
2.10.2	最速下降法	(68)
2.10.3	共轭梯度法(简称CG法)	(69)
2.10.4	不完全分解的共轭梯度法 (简称ICCG法)	(71)
2.10.5	新的预处理共轭梯度法	(74)
2.11	迦辽金有限元法	(77)
2.12	示例	(80)
	思考题和习题	(84)
	参考文献	(85)
第3章 等参元、亚参元和超参元有限元法		
3.1	概述	(87)
3.2	自然坐标系	(88)
3.2.1	整体坐标系 面积坐标系	(88)
3.2.2	局部坐标系 自然坐标系	(90)
3.2.3	整体坐标系和局部坐标系之间的 转换关系	(92)
3.2.4	四边形单元中的自然坐标系	(94)
3.2.5	三维场中的自然坐标系及其转换	(94)
3.3	三角形单元中形状函数的构成	(98)
3.3.1	插值多项式的确定	(100)
3.3.2	构造三角元中形状函数的计算公式	(103)
3.4	四边形单元中形状函数的构成	(105)
3.5	三维单元中形状函数的构成	(107)

3.6	坐标变换	(109)
3.6.1	整体坐标系和自然坐标系之间的 变换式	(109)
3.6.2	平面单元经坐标变换后,分界面仍 保持连续	(110)
3.6.3	立体单元经坐标变换后,分界面仍 保持连续	(111)
3.6.4	高次元形状函数对单元几何形状的 影响	(113)
3.7	等参元、亚参元和超参元	(114)
3.8	等参元有限元方程	(114)
3.8.1	二维等参元有限元方程	(114)
3.8.2	三维等参元有限元方程	(119)
3.9	亚参元有限元方程	(120)
3.10	高斯积分法	(122)
3.10.1	一维高斯积分公式	(123)
3.10.2	二维高斯积分公式	(123)
3.10.3	三维高斯积分公式	(127)
3.11	示例	(129)
	思考题和习题	(130)
	参考文献	(131)

第4章 非线性磁场中的有限元法

4.1	概述	(132)
4.2	基本方程及定解条件	(133)
4.2.1	基本方程	(133)
4.2.2	边值问题	(134)
4.3	非线性边值问题的等价变分问题	(135)
4.3.1	单一介质内二维非线性边值问题的等价 变分问题	(135)

4.3.2	多媒质内二维非线性边值问题的等价变分问题	(139)
4.4	非线性磁场的有限元方程	(141)
4.4.1	轴对称场	(141)
4.4.2	二维场	(145)
4.4.3	三维场	(146)
4.5	非线性媒质的数值逼近方法	(149)
4.5.1	多项式插值	(150)
4.5.2	样条插值法	(152)
4.5.3	最小二乘拟合	(154)
4.6	非线性方程组的求解	(158)
4.6.1	线性化迭代法	(159)
4.6.2	牛顿-拉夫逊法	(160)
4.6.3	改进型的牛顿-拉夫逊法	(163)
4.6.4	牛顿-拉夫逊法与最速下降法的 组合求解法	(165)
4.6.5	对称逐次超松弛共轭梯度法	(166)
4.7	示例	(168)
	思考题和习题	(169)
	参考文献	(172)
第5章 有限元法解稳态涡流场		
5.1	概述	(173)
5.2	$\mathbf{A}-\varphi$ 法解涡流场(全域解)	(175)
5.2.1	导电区域内的基本方程	(175)
5.2.2	非导电区域内的基本方程	(179)
5.2.3	边值问题	(180)
5.3	分域解的处理方法	(182)
5.3.1	$\mathbf{A}-\varphi$ 解答的唯一性	(182)
5.3.2	约束条件	(186)

5.3.3	分域解的边值问题	(187)
5.4	等价变分问题与有限元方程	(188)
5.4.1	二维场的等价变分问题与有限元方程	(188)
5.4.2	轴对称场的等价变分问题与有 限元方程	(194)
5.4.3	三维场的等价变分问题与有限元方程 ...	(196)
5.5	\dot{T} - $\dot{\Omega}$ 法解涡流场(全域解)	(199)
5.5.1	导电区域内的基本方程	(199)
5.5.2	非导电区域内的基本方程	(201)
5.5.3	\dot{T} - $\dot{\Omega}$ 的分界面条件	(202)
5.5.4	边值问题	(204)
5.6	\dot{T} - $\dot{\Omega}$ 的分域解法	(205)
5.6.1	边值问题	(205)
5.6.2	约束条件	(206)
5.7	\dot{A} - $\dot{\phi}$ 法与 \dot{T} - $\dot{\Omega}$ 法的比较	(207)
5.8	\dot{T} - $\dot{\Omega}$ 法的等价变分问题及其有限元方程	(207)
5.9	涡流线方程	(210)
5.10	示例	(211)
5.11	磁化曲线的等效处理	(213)
	思考题和习题	(216)
	参考文献	(217)
第6章 有限元素法的前处理技术		
6.1	概述	(219)
6.2	平面域内常用的自动剖分法	(221)
6.2.1	直线内插法	(221)
6.2.2	射线内插法	(223)
6.2.3	拓扑节点生成法	(226)

6.2.4	映射法	(229)
6.2.5	三角元逐次细分	(233)
6.2.6	局部区域的加密法	(235)
6.2.7	任意多边形域自动剖分	(238)
6.3	节点标号优化技术	(242)
6.4	非零元素存贮技术	(246)
6.4.1	一般非零元素存贮法	(247)
6.4.2	非零元素散列存贮法	(248)
6.5	三维空间的自动剖分	(252)
	思考题和习题	(259)
	参考文献	(259)

第 2 篇 边界元法和等效源法

第 7 章 边界元法的基本原理及实施

7.1	概述	(263)
7.2	叠加原理,间接边界积分方程	(264)
7.2.1	单层源的表达式	(264)
7.2.2	双层源的表达式	(265)
7.3	等效原理,直接边界积分方程	(267)
7.3.1	场源对场源区域外部产生的效应	(267)
7.3.2	场源对场源所在区域内部产生的效应	(269)
7.3.3	等效原理,直接边界积分方程	(270)
7.3.4	从互易观点推导积分方程	(270)
7.4	分域媒质分界面上的边界积分方程	(271)
7.4.1	电场中介质分界面上的边界积分方程	(271)
7.4.2	磁场中媒质分界面上的边界积分方程	

.....	(273)
7.5 间接边界积分方程的离散-间接	
边界元方程	(276)
7.5.1 非对角线元素的计算	(277)
7.5.2 对角线元素的计算	(277)
7.5.3 平行平面电极的电场计算	(278)
7.6 直接边界积分方程的离散-直接	
边界元方程	(280)
7.6.1 边界元方程-常数元	(280)
7.6.2 边界元方程-一次元	(283)
7.6.3 小结	(287)
7.7 有限元剖分的等参元边界元方程	(287)
7.7.1 三角形等参元方程计算	(289)
7.7.2 四边形等参元方程计算	(290)
7.8 三维高精度环带状插值单元	(291)
7.8.1 环带状插值单元的计算公式	(291)
7.8.2 坐标系的建立及坐标系之间的转换	(294)
7.9 边界元法计算分域媒质中的场	(296)
7.9.1 按全域处理	(296)
7.9.2 按分域处理 双标量位法	(298)
7.10 边界元方程的求解方法	(301)
7.10.1 选择计算方法的重要性	(301)
7.10.2 超定方程的解	(302)
7.10.3 估计“病态阵”的参考判据	(304)
7.10.4 分裂解	(305)
7.10.5 计算结果校核	(308)
7.11 示例	(308)
7.12 误差估计及提高计算精度的措施	(311)
7.12.1 现有的误差估计	(311)

7.12.2 提高计算精度的几个方面	(312)
思考题和习题	(316)
参考文献	(317)
第8章 等效源法的基本原理和实施	
8.1 等效源法的理论基础	(319)
8.2 模拟电荷法	(320)
8.2.1 模拟电荷方程	(320)
8.2.2 模拟电荷和匹配点的确定	(321)
8.3 镜象法在模拟电荷法中的应用	(325)
8.4 模拟电荷法解具有浮动电极系统中的静电场	(327)
8.5 模拟电荷法解孤立带电系统中的电场	(329)
8.6 模拟电荷法解分域均匀介质中的电场	(331)
8.7 模拟电荷的基本类型及其计算公式	(334)
8.7.1 无限长线电荷的计算公式	(334)
8.7.2 点电荷的计算公式	(335)
8.7.3 有限长线电荷和半无限长线电荷的 计算公式	(336)
8.7.4 环形线电荷的计算公式	(337)
8.7.5 连续分布的模拟电荷	(341)
8.8 模拟电流法	(341)
8.8.1 设铁磁物质的导磁率为无限大时的 处理方法	(342)
8.8.2 设铁磁物质的导磁率为有限值时的 处理方法	(343)
8.9 相量形式的模拟电流法	(345)
8.9.1 两线输电系统	(346)
8.9.2 约束条件分析	(347)
8.9.3 三相系统中的模拟电流法	(348)
8.10 等效源方程的求解及分裂解法	(350)

8.11 示例	(352)
8.11.1 模拟电荷的类型选择	(353)
思考题和习题	(354)
参考文献	(355)
第9章 边界元法、等效源法解非线性恒定磁场	
9.1 概述	(357)
9.2 基于标量磁位的非线性问题的处理	(358)
9.2.1 非线性积分方程及其离散	(358)
9.2.2 欠松弛迭代格式	(360)
9.2.3 场域中非线性项的计算	(362)
9.3 基于矢量磁位的非线性问题的处理	(363)
9.4 二维场中分层媒质中非线性问题的处理	(364)
9.4.1 处理方法分析	(364)
9.4.2 迭代格式	(366)
9.4.3 示例	(367)
9.5 轴对称场中分层媒质中非线性问题的处理	(369)
9.5.1 轴对称场的基本解	(369)
9.5.2 迭代格式	(372)
思考题和习题	(373)
参考文献	(374)
第10章 用边界元法和等效源法解涡流场	
10.1 概述	(375)
10.2 用矢量磁位计算二维涡流场	(376)
10.2.1 二维涡流场的边界积分方程	(376)
10.2.2 二维涡流场中亥姆霍兹方程的基本解	(377)
10.2.3 二维涡流场方程的离散	(379)
10.2.4 涡流区激磁电流为总电流时的处理	(383)
10.2.5 用等效源计算涡流场	(384)
10.3 用矢量电位计算二维涡流场	(385)

10.3.1	二维涡流场方程及其离散	(385)
10.3.2	示例	(389)
10.4	用矢量磁位计算三维涡流场	(389)
10.5	用等效源计算三维涡流场	(391)
10.5.1	磁场边值问题和电场边值问题的分解	(391)
10.5.2	等效源的表达式	(394)
10.5.3	示例	(398)
10.6	用阻抗边界条件等效涡流区的计算	(400)
10.6.1	等效边界阻抗的概念及其应用	(400)
10.6.2	边界积分方程的离散	(401)
10.6.3	计算结果	(402)
	思考题和习题	(403)
	参考文献	(404)

第3篇 数值方法在电磁波问题中的应用

第11章 矩量法在电磁散射和波导问题中的应用

11.1	矩量法解电磁散射问题	(409)
11.1.1	散射问题的积分方程	(409)
11.1.2	积分方程的矩量法解	(418)
11.1.3	微-积分方程的矩量法解	(431)
11.1.4	矩量法解线形散射体问题	(438)
11.1.5	矩量法解三维电磁散射问题	(454)
11.2	矩量法解波导不连续性问题	(466)
11.2.1	直接边界积分方程的矩量法	(466)
11.2.2	波导不连续性问题的矩阵方程	(468)
11.2.3	示例	(469)
	思考题和习题	(470)
	参考文献	(472)