

2005

GCT入学资格考试 专项突破

数学分册

全国GCT入学资格考试专项突破编审委员会 编著



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



GCT 入学资格考试专项突破

数 学 分 册

全国 GCT 入学资格考试专项突破编审委员会 编著



机械工业出版社

GCT 入学资格考试专项突破《数学分册》由全国 GCT 入学资格考试专项突破编审委员会倾力打造,严格按照 2005 年 GCT 考试大纲编写。全书共分两大部分,第一部分对 GCT 数学考试进行了详细的分析,分析了试题特点,提出了备考方略。第二部分是专项训练与自测。专项训练与自测部分对考试所涉及的各种题型辅之以大量经典的试题,精辟阐明解题思路,全面展现题型特点,以提高考生的综合应试能力。

本书适用于参加 GCT 入学资格考试的考生。

图书在版编目(CIP)数据

GCT 入学资格考试专项突破. 数学分册/全国 GCT 入学资格考试专项突破编审委员会编著. —北京:机械工业出版社, 2005.7

ISBN 7-111-16953-0

I. G... II. 全... III. 高等数学—研究生—入学考试—自学参考资料 IV. G643

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 079319 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑:边 萌 孟玉琴 责任编辑:边 萌

责任印制:石 冉

三河市宏达印刷有限公司印刷·新华书店北京发行所发行

2005 年 8 月第 1 版第 1 次印刷

787mm×1092mm/16·14 印张·345 千字

定价:30.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

本社购书热线电话(010)68326294

封面无防伪标均为盗版

前 言

2004 年,国务院学位办对考试大纲进行了修订,发布了《硕士专业学位研究生入学资格考试指南(2004 年版)》,适用范围除工程硕士外,还增加了农业推广和兽医专业硕士。GCT 考试作为国务院学位办新实行的一种考试,考试名称虽然在原来的基础上相应去掉了“工程”二字,但其考试对象主要还是工程硕士考生。

自 1997 年国务院学位委员会正式通过设置工程硕士专业学位以来,到 2003 年,全国已有 168 个工程硕士培养单位,涉及 36 个工程领域,年招生总数 3 万多人,在校生已达 8 万多人,累计授予工程硕士学位数万人。近年来,每年考生超过 5 万人,2003 年的实际参加考试的人数已超过了 6 万人。目前招生规模仍以每年 50% 的速度递增,工程硕士研究生教育初具规模。

GCT 入学资格考试试卷由四部分构成:语言表达能力测试、数学基础能力测试、逻辑推理能力测试和外语运用能力测试。GCT 入学资格考试中的数学基础能力的试题以数学基础知识为背景,重点考察考生所具有的基本数学素养、对基本数学概念的理解,考查考生逻辑思维能力、数学运算能力、空间想象能力、以及分析解决问题的能力。

为了满足广大 GCT 考生的迫切需要,我们根据自己多年的数学考试辅导经验,紧密结合最新考试大纲,精心编写了这本 GCT 入学资格考试专项突破《数学分册》,本书主要有以下特点:

一、严格按照最新考试大纲精神,系统、全面、深入。

本书以最新考试大纲精神为依据,全面、系统、深入地介绍了 GCT 入学资格考试各种数学考试题型,并辅之以大量经典的试题及详细解析,全面提升考生的综合应试能力。

二、精辟阐明解题思路,全面展现题型特点

许多考生缺乏实际临场经验,本书将精辟阐明解题思路,全面展现题型特点。建议考生不要一开始就先看答案,一定要自己先做,认真的思考,如果不会做,要知道自己哪里还没有弄懂,哪些知识点还没有掌握,然后再看答案与解析,这样才会自己的记忆里留下较深的印象,下次碰到类似的问题就迎刃而解了。

三、注重模拟实战训练,极具操作性

本书作为辅导教材,十分重视考生或读者的自我测试与自我提高,书中作者精心编选的分类练习与试题,可供读者进行实战模拟,轻松做到考前心中有数。

由于时间有限,纰漏之处还请读者斧正。

编 者

目 录

前言

第一部分 GCT 入学资格考试数学考试分析

一、基本考情分析	1	三、备考与应试策略	7
二、数学应试技巧分析	1		

第二部分 专项训练与自测

第一编 算术	9	专项训练与自测	66
第一章 算术	9	专项训练与自测答案	69
专项训练与自测	9	第九章 三角学的基础知识	74
专项训练与自测答案	13	专项训练与自测	74
第二编 初等代数	21	专项训练与自测答案	77
第二章 数和代数式	21	第十章 平面解析几何	83
专项训练与自测	21	专项训练与自测	83
专项训练与自测答案	23	专项训练与自测答案	87
第三章 集合、映射和函数	28	第四编 一元函数微积分	96
专项训练与自测	28	第十一章 极限与连续	96
专项训练与自测答案	30	专项训练与自测	96
第四章 代数方程和简单的超越方程	36	专项训练与自测答案	100
专项训练与自测	36	第十二章 一元函数微分学	108
专项训练与自测答案	38	专项训练与自测	108
第五章 不等式	41	专项训练与自测答案	113
专项训练与自测	41	第十三章 一元函数积分学	125
专项训练与自测答案	44	专项训练与自测	125
第六章 数列、数学归纳法	50	专项训练与自测答案	130
专项训练与自测	50	第五编 线性代数	143
专项训练与自测答案	53	第十四章 行列式	143
第七章 排列、组合、二项式定理	59	专项训练与自测	143
和古典概率	59	专项训练与自测答案	148
专项训练与自测	59	第十五章 矩阵	156
专项训练与自测答案	61	专项训练与自测	156
第三编 几何与三角学	66	专项训练与自测答案	162
第八章 常见几何图形	66	第十六章 向量	174
		专项训练与自测	174

专项训练与自测答案	178
第十七章 线性方程组	189
专项训练与自测	189
专项训练与自测答案	196

第十八章 矩阵的特征值和特征	
向量	206
专项训练与自测	206
专项训练与自测答案	210

第一部分 GCT 入学资格考试

数学考试分析



一、基本考情分析

GCT 入学资格考试数学部分的考试旨在考查考生对数学基础知识的掌握以及分析问题和解决问题的能力。数学考试试题以数学基础知识为背景，重点考查考生所具有的基本数学素养、对基本数学概念的理解，考查考生逻辑思维能力、数学运算能力、空间想象能力以及分析解决问题的能力。数学试题由五部分内容组成：算术、初等代数、几何与三角学、一元函数微积分、线性代数。考试题目共 25 个，考试时间 45 分钟。

GCT 入学考试数学部分有如下的特点：

第一，内容繁杂，综合性强。考试内容囊括算术、初等代数、几何与三角学、一元函数微积分以及线性代数的基础知识，考试战线很长，包括小学、初中、高中以及大学的数学知识。

第二，考试时间很紧张。要在 45 分钟内解决 25 道题，平均每道试题的分配时间不到 2 分钟。

二、数学应试技巧分析

著名数学家、教育家 G. 波利亚 (G. Polya) 说：“解题是智力的特殊成就，而智力乃是人类的天赋。因此，解题可以被认为是人类最富有特征性的活动。”本书给 GCT 入学资格考生提供了锻炼自己解题能力和测验自己数学水平的机会。在看本书试题时，应该先自己动手做题，然后将自己所得的结果与本书的答案加以比较，看自己哪些做对了、哪些做错了，为什么会做错。建议考生把本书的全部试题做 2~3 遍，直到对所有的题目一见到就能够熟练、正确地解答出来。

数学考试要在 45 分钟内完成，时间是很紧张的。考生如果能在牢固掌握基础知识的基础上，掌握一定的解题技巧，必将大大提高解题速度。下面就一些比较典型的题型，介绍几种解题方法和技巧。当然，这些解题方法并非具有通用性，考生应该具体情况具体分析。

1. 结合图形解题，一目了然

【例 1】要使方程 $3x^2 + (m-5)x + m^2 - m - 2 = 0$ 的两个实根分别满足 $0 < x_1 < 1$ 和 $1 < x_2 < 2$ ，实数 m 的取值范围是 ()。

A. $-2 < m < -1$ B. $-4 < m < -1$ C. $-4 < m < -2$ D. $-3 < m < 1$

【技巧分析】这里主要考查二次函数（方程）的性质。如果用一元二次方程根与系数的关系解题，比较繁琐，我们不妨结合图形解题。

解: 如图 1-1 所示, 设

$$f(x) = 3x^2 + (m-5)x + m^2 - m - 2$$

则 $f(x)$ 开口向上, 与 x 轴交于 $(x_1, 0)$ 和 $(x_2, 0)$

两点, 有不等式组 $\begin{cases} f(0) > 0 \\ f(1) < 0 \end{cases}$ 从而有 $m^2 - m - 2 > 0; m^2 - 4 < 0;$
 $\begin{cases} f(2) > 0 \end{cases}$

$$m^2 + m > 0$$

答案: A.

【例 2】设 $\varphi(x)$ 是 x 到离 x 最近的整数的距离, 求

$$\int_0^{100} \varphi(x) dx.$$

【技巧分析】此题至少有两种解法。直接用积分的方法也能算出答案, 但是比较繁琐, 如果借助于图形, 答案就一目了然了。其实所求积分就是如图 1-2 所示的 100 个三角形面积之和。

解法 1: 如图 1-2 所示,

$$\int_0^{100} \varphi(x) dx = 100 \times 0.25 = 25.$$

解法 2:

$$\varphi(x) = \begin{cases} x-i, & i \leq x < i+0.5 \\ i+1-x, & i+0.5 \leq x < i+1 \end{cases}$$

$$\int_0^{100} \varphi(x) dx = \sum_{i=0}^{99} \int_i^{i+1} \varphi(x) dx = \sum_{i=0}^{99} \left[\int_i^{i+0.5} (x-i) dx + \int_{i+0.5}^{i+1} (i+1-x) dx \right] = 25.$$

2. 典型的比例问题, 借助比例系数求解

【例 3】设 $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} : \frac{1}{z} = 4:5:6$, 则使 $x+y+z=74$ 成立的 y 值是 ()。

A. 24

B. 36

C. $\frac{74}{3}$

D. $\frac{37}{2}$

【技巧分析】这是很典型的比例问题, 一般的题是两个数值之间的比例问题, 这里是三个数值之间的比例问题, 按照 $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}, \frac{1}{z}$ 各自的比例直接计算此题, 不如借助于比例系数计算来得快。

解: 令 $\frac{1}{x} = \frac{1}{y} = \frac{1}{z} = k$

有 $\begin{cases} x = \frac{1}{4k} \\ y = \frac{1}{5k} \\ z = \frac{1}{6k} \end{cases}$

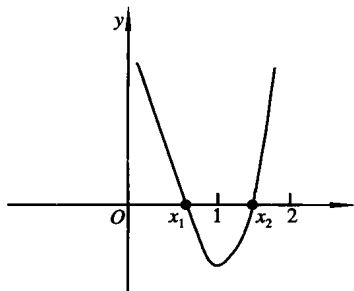


图 1-1

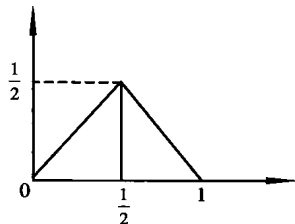


图 1-2

根据题意有 $\frac{1}{4k} + \frac{1}{5k} + \frac{1}{6k} = 74$, 解得 $k = \frac{1}{120}$

所以 $y = \frac{1}{5k} = 24$

答案: A。

3. 直观判断常数项

在判断 n 值给定的情况下, 二项展开式是否存在常数项的问题时, 用直接判断法比代入条件验证结论要简便得多, 下面结合例题进行分析。

【例 4】当 () 时, $\left(\sqrt[4]{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$ 有常数项。

A. $n=1$

B. $n=2$

C. $n=4$

D. $n=7$

【技巧分析】二项展开式中, 位于分母的指数为 $\frac{1}{3}$, 位于分子的指数是 $\frac{1}{4}$, 它们的比值为 $\frac{3}{4}$, $3+4=7$, 只有当 $n=7$ 的整数倍时, 展开式才存在常数项。

答案: D。

4. 等价变形, 运用转换法

【例 5】设实数 x, y 符合等式 $x^2 - 4xy + 4y^2 + \sqrt{3}x + \sqrt{3}y - 6 = 0$, 则 $x+y$ 的最大值为 ()。

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

C. $2\sqrt{3}$

D. $3\sqrt{2}$

E. $3\sqrt{3}$

【技巧分析】把 $x+y$ 视作一个整体来解题, 有些麻烦, 问题比较复杂。但是如果能将原等式进行等价变换, 则会“柳暗花明”。

解: 对原式作等价变形, 有

$$\sqrt{3}(x+y) = 6 - (x-2y)^2$$

$$\text{可得 } (x+y) = \frac{6}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}} (x-2y)^2$$

$$\text{由 } (x-2y)^2 \geq 0$$

$$\text{又得 } \frac{1}{\sqrt{3}} (x-2y)^2 \geq 0$$

$$\text{所以 } x+y \leq \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

答案: C。

5. 运用待定系数法求解

【例 6】已知 $x^4 - 6x^3 + ax^2 + bx + 4$ 是一个二次三项式的完全平方式, 则 a, b 的值分别为 ()。

A. $a=13, b=-12$ 或者 $a=5, b=12$

B. $a=6, b=1$

C. $a=-6, b=4$

D. $a=13, b=-12$

E. A、B、C、D 均不正确

【技巧分析】此类题采用待定系数法就比较简单，直接根据未知的系数来推算答案是比较麻烦的。

解：设原式 $= (x^2 + Ax + B)^2$ 有

$$x^4 - 6x^3 + ax^2 + bx + 4 = x^4 + 2Ax^3 + (A^2 + 2B)x^2 + 2ABx + B^2$$

$$\begin{cases} 2A = -6 \\ A^2 + 2B = a \\ 2AB = b \\ B^2 = 4 \end{cases} \quad \text{解得 } A = -3, B = \pm 2$$

当 $B = -2$ 时，有 $a = 5, b = 12$ ； $B = 2$ 时，有 $a = 13, b = -12$ 。

答案：A。

6. 求不等式解集：“根排序法”

【例 7】不等式 $\frac{x^2 - 4x + 3}{x + 5} \leq 0$ 的解集是 ()。

A. $(-\infty, -5) \cup [1, 3]$

B. $(-\infty, -5) \cup (1, 3)$

C. $(-5, 3)$

D. $(-\infty, 8)$

E. A、B、C、D 均不正确

【技巧分析】直接对不等式求解显然很麻烦，我们用“根排序法”会很轻松。

解：对原不等式作同解变形

$$\begin{cases} (x-1)(x-3)(x+5) \leq 0 \\ x \neq -5 \end{cases}$$

令 $(x-1)(x-3)(x+5) = 0$ ，有 $x_1 = -5, x_2 = 1, x_3 = 3$ 将 x_1, x_2, x_3 从左到右依大小进行排序，得

$$\begin{array}{cccc} -5 & +1 & +3 & \\ - & + & - & + \end{array}$$

由上面的排序可得到答案：不等式的解集是

$$(-\infty, -5) \cup [1, 3]$$

答案：A。

7. “特值代入法”，准确而又高效的技巧

【例 8】 $C_n^1 + 3C_n^2 + 3^2C_n^3 + \cdots + 3^{n-1}C_n^n$ 的值为 ()。

A. $\frac{1}{3}(4^n - 1)$

B. 4^n

C. 3×4^n

D. $\frac{4^n}{3} - 1$

【技巧分析】本题可用较为老实的方法计算出答案，但是，在考场上用“特值代入法”，准确而又高效，可以节省大量的时间。请看下面两种解法，很明显，解法 2 是考生所愿意采纳的方法。

解法 1：原式 $= \frac{1}{3}(3C_n^1 + 3^2C_n^2 + 3^3C_n^3 + \cdots + 3^nC_n^n)$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{3} [3^0(C_n^0 + 3C_n^1 + 3^2C_n^2 + \cdots + 3^n C_n^n) - 3^0 C_n^0] \\
 &= \frac{1}{3} [(1+3)^n - 1] = \frac{1}{3} (4^n - 1)
 \end{aligned}$$

答案：A。

解法 2：用 $n=1$ 代入，正如 A 选项，故为正确答案。如果不放心，用 $n=2$ 代入，也立即可知，只有 A 选项符合。

【例 9】若 $x=a^2-bc$, $y=b^2-ac$, $z=c^2-ab$, a 、 b 、 c 是不完全相等的任意实数，则 x 、 y 、 z ()。

A. 至少有一个大于 0

B. 都大于 0

C. 至少有一个小于 0

D. 都不小于 0

【技巧分析】像这种考题，按照规矩的方法，花一些时间可以求出答案。大家可以比较下面两种解题方法，当然解法 1 也比较简单，但考生在紧张的状态下不一定想得到，所以用解法 2 是快速而又保险的做法。

$$\text{解法 1: } x+y+z=a^2+b^2+c^2-ac-bc-ab=\frac{1}{2}[(a-b)^2+(b-c)^2+(a-c)^2]$$

因为 a 、 b 、 c 不全相等，所以有

$$x+y+z=\frac{1}{2}[(a-b)^2+(b-c)^2+(a-c)^2]>0$$

x 、 y 、 z 中至少有一个大于 0。

答案：A。

解法 2：不妨令 $a=0$, $b=1$, $c=2$ ，很快排除 B、D。再令 $a=1$, $b=0$, $c=-1$ 又排除 C。只有 A 选项正确。

【例 10】设 $A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，则 $A^n=(\quad)$ 。

A. $2^n A$

B. $2^{n-1} A$

C. $2^{n-2} A$

D. 0

【技巧分析】老实地算，仔细一点能算正确，否则容易出错，下面的解法 2 是省时又正确，很简便。在考场上，考生若善于灵活运用这种“特值代入法”，定会大有裨益。

$$\text{解法 1: } A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A^2=\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}=2A$$

$A^3=2A^2=2^2 A$, $\cdots$, $A^n=2^{n-1} A$ 所以归纳推理出一般规律，故 B 选项正确。

解法 2：不妨设 $n=1$ ，很快排除 A、C、D，直接选择 B，5 秒钟内得出答案。

答案：B。

【例 11】设 $A=\begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ，则 $A^n=(\quad)$ 。

$$\text{A. } \begin{bmatrix} 3^n & 2n3^n & 3n3^n \\ 0 & 3^n & 2n3^n \\ 0 & 0 & 3n \end{bmatrix}$$

$$\text{B. } \begin{bmatrix} 3^n & 2n3^{n-1} & 3n3^{n-1} \\ 0 & 3^n & 2n3^{n-1} \\ 0 & 0 & 3n \end{bmatrix}$$

$$\text{C. } \begin{bmatrix} 3^n & 2n3^{n-1} & 3^n n + 4n(n-1)3^{n-2} \\ 0 & 3^n & 4n3^{n-1} \\ 0 & 0 & 3n \end{bmatrix}$$

$$\text{D. } \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

【技巧分析】像这类题，在考场上就不要按部就班地计算了，要知道，找到 A^n 的规律，至少要花上 5 分钟，还不能保证正确率，用“特值代入法”，简洁、准确、高效。

解：令 $n=1$ ，代入 A、B、C 选项，立即可以排除 A、B，D 不用代入，直接排除，10 秒钟内可得出答案，所以“特值代入法”在特定的情况下是相当有用的。

答案：C。

8. 直接加减法：判断向量的线性相关性

【例 12】设 a_1, a_2, a_3 线性无关，则（ ）也线性无关。

A. $a_1+a_2, a_2+a_3, a_3-a_1$

B. $a_1+a_2, a_2+a_3, a_1+2a_2+a_3$

C. $a_1+2a_2, 2a_2+3a_3, 3a_3+a_1$

D. $a_1+a_2+a_3, 2a_1+a_2+3a_3, 3a_1+2a_2+4a_3$

【技巧分析】可以通过计算矩阵行列式的值来判定向量组的线性相关性，但有的情况下，对其向量直接采用加减法很快可判定其向量组的相关性。

解法 1：A: $a_1+a_2-(a_2+a_3)+(a_3-a_1)=0$

相当于 $k_1(a_1+a_2)+k_2(a_2+a_3)+k_3(a_3-a_1)=0$

其中 $k_1=1, k_2=-1, k_3=1$

所以 A 选项立即排除。

B: $a_1+a_2+a_2+a_3-(a_1+2a_2+a_3)=0$ ，排除 B 选项。

D: $a_1+a_2+a_3+2a_1+a_2+3a_3-(3a_1+2a_2+4a_3)=0$ ，排除 D 选项。

答案：C。

解法 2：A 组 3 个向量对 a_1, a_2, a_3 的表示矩阵的行列式为 $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$

所以 A 组向量线性相关。

B 组: $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$

C 组: $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 3 \end{vmatrix} = 12 \neq 0$

D 组: $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 0$

只有 C 组向量线性无关。

答案：C。

通过上面的例题我们可以发现，数学解题是有一定技巧的。我们并不是在寻求某种秘笈，而是通过实际操作演练来发现一些实用而快捷的方法和解题规律，灵活掌握一些实效性强的解题套路，这必将大大提高解题速度。技巧可以化复杂为简易，从而提高解题的准确率。考生可以在平时的练习中积累一些快速简捷的解题套路和技巧，在保证思路正确、不违背原则的情况下，“善出奇兵”、“出奇制胜”。

三、备考与应试策略

数学考试在 GCT 入学考试中具有举足轻重的地位，不可小觑，考生应该严阵以对。如何制定高效的复习计划呢？以下几点值得考生借鉴：

1. 明确考试对知识点的不同层次的要求

要准确把握哪些知识是要求了解的，哪些知识是要求理解的，哪些知识是要求掌握的，哪些知识是要求灵活运用的，对这四个层次进行概括性的归纳，进而明确复习的重点。

2. 回归基础，落实“三基”

“三基”即基本概念、基本原理和基本方法。对于数学部分的复习，考生应该以“三基”为主线，首先掌握基本概念，熟悉考点知识，抓住重点。

考生首先应该系统地掌握大纲规定的基础知识，对大纲规定的内容进行梳理，形成知识网络；其次在接触一定量的题型之后，头脑中留下的不是纷繁的题目，而是清晰、鲜明、深刻的基础知识和基本技能，以及基本的数学思想和方法。不论是数学理论的建立，还是进行数学运算和逻辑推理，无一不是以明确而又清晰的概念为基础。数学基础知识是进一步提高解题速度的基础。GCT 数学考试历来重视对“三基”的考查，如果基本方法没有掌握，定理和公式不熟悉，速度就上不来，这样势必影响综合题的解答。

3. 注重知识点之间的有机衔接

考生要重视概念的复习，从不同的角度准确地把握住概念的内涵，注意相关概念的联系与区别。否则，解题时思维上就会出现疑惑与混乱，方法上也会出现种种谬误。从下面一道例题我们可以窥见一斑。

【例 13】 设 $f(x)$ 是连续函数， $F(x)$ 是 $f(x)$ 的原函数，则（ ）。

- A. 当 $f(x)$ 是奇函数时， $F(x)$ 必是偶函数
- B. 当 $f(x)$ 是偶函数时， $F(x)$ 必是奇函数
- C. 当 $f(x)$ 是周期函数时， $F(x)$ 必是周期函数
- D. 当 $f(x)$ 是单调增函数时， $F(x)$ 必是单调增函数
- E. A、B、C、D 均不正确。

要解决上面这道题，需要许多相关的数学基础知识。考生必须掌握原函数的概念、不定积分与原函数之间的关系、不同的原函数之间的关系、定积分的换元积分公式、变上限定积分的解法与原函数的存在定理等。一道题目往往涉及许多相关的知识，所以考试的综合性很强，并非考查单一知识点，而是考查考生对知识的综合运用能力。

4. 学会应用、培养能力、掌握技巧

复习时进行一定量的习题训练是非常必要的，它是提高考试成绩的重要手段，但也不

要搞题海战术，更重要的是吃透大纲规定的基本考点，学会综合应用，提高分析问题和解决问题的能力。解题时既要考虑解题的通性通法，又要分析它的特殊性，寻求最佳解决方法，提高解题能力和对新题型的适应能力。

5. 归纳总结再思考

归纳总结再思考是至关重要的学习方法。在解题的基础上认真总结，及时归纳，这样既能梳理所学的知识、掌握解题的方法和规律，又能培养探索和创新的能力。如果只是一味地做题，把做题的多少作为复习效果与努力程度的一个标准，而不注重及时的总结，那么所收到的实际复习成效是值得怀疑的。如果不注重及时的总结和分析，对疑难问题不进行认真的分析和清理，那么下次碰到类似或者相同的问题还是束手无策。我国著名数学家苏步青教授说：“学习数学，要多做习题，边做边思考，先知其然，然后弄清其所以然。”

6. 养成良好的心理素质，全面提升综合应试能力

复习备考的过程，基础扎实的考生可以节省时间跳过基础知识的复习，基础薄弱的考生则应在基本概念、理论、方法上花大力气，紧扣大纲，全面系统地复习基本考点。数学学科本身具有很强的概念性、技巧性，因而对任一个难点或疑点，考生不能满足于一遍两遍就解决问题，必须反复琢磨推敲，不断归纳、提炼，以形成自己的一套经验、观点。参考书、辅导班等从本质上讲皆属于外因，个人的认知程度、水平才是内因，考生要始终坚持立足于自身，不能依赖甚至把宝押在某本资料或某个辅导班上。

关于临场应试经验或技巧，笔者认为最重要的是心理素质要过硬。经过长期准备之后，考生的大体水平已不会在短时间有大的变动，能否考出好成绩，甚至超水平发挥，基本上取决于临场发挥。考前最后阶段，一方面考生要学会心理状态调节，一方面在实战模拟中培养考场应变能力。题目有难有易，会做的一定要拿分，不会的尽量多答出一些可以拿分的环节，争取结果最优，千万不可患得患失，影响大局。在实战模拟的每一套模拟题解答中，学会估计真正应试中自己会遇到哪些困难，思想准备充分了，才能临阵不乱。实际考试中，预料不到的困难也时有发生。这大体上分为两种情况，一种是非技术性因素，即与知识水平、考题难易无关的因素，比如答题时看错题目或漏答题目，考试用具出现差错等，这些虽属于低级失误，却可能造成不堪设想的后果，考生应在考前充分考虑周到，坚决杜绝。另一种就是纯技术性因素了，如遇见无从下手的题目或似曾相识但也不知所措的题目，此时考生惟一要做的是平心静气，积极思考应对方法，切不可自乱阵脚。事实上，考试意图中已包含了考查考生应付困难的能力，而不仅考查考生的知识水平。总而言之，知识水平高，应付困难能力高者必然会脱颖而出。

以上复习方法和建议供考生们参考，在数学复习考试的问题上没有捷径可走，更无秘诀可寻。记住：真正的秘诀只有一条——“ $X+Y+Z=S$ ”， X 表示时间， Y 表示汗水， Z 表示方法， S 表示成功。祝你成功！

第二部分 专项训练与自测

2

第一编 算 术

第一章 算 术

专项训练与自测

1. 已知 $0 < x < 1$, 那么在 $x, \frac{1}{x}, \sqrt{x}, x^2$ 中, 最大的数是 ().
A. x B. $\frac{1}{x}$ C. $\sqrt{x}$ D. x^2
2. 若 $(\sqrt{3}-a)^2$ 与 $|b-1|$ 互为相反数, 则 $\frac{2}{a-b}$ 的值为 ().
A. $\sqrt{3}+1$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{3}-1$ D. 0
3. 计算 $-9+5 \times (-6) - (-4)^2 \div (-8)$ 的值为 ().
A. 28 B. 37 C. -37 D. -28
4. 甲、乙两个工人要生产同样规格、同样数量的零件, 甲每小时可做 12 个, 乙每小时可做 10 个, 两个人同时开始生产, 甲比乙提早 2.5 小时完成任务, 当甲完成任务时, 乙做了 () 个零件?
A. 125 B. 112 C. 120 D. 128
5. 在圆形水池边栽杨树, 把树栽在距岸边均为 5m 的圆周上, 每隔 4m 栽 1 棵, 共栽 157 棵, 求圆形水池的周长约是多少?
A. 598.8m B. 596.6m C. 594.4m D. 592.2m
6. 一公司向银行贷款 34 万元, 欲按 $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}:\frac{1}{9}$ 的份额分配给下属甲、乙、丙三个车间进行技术改造, 求甲车间应得的款数为 () 万元。
A. 18 B. 20 C. 21 D. 22
7. 某班同学在一次测验中, 平均成绩为 75 分, 其中男同学比女同学多 80%, 而女同学平均成绩比男同学高 20%, 那么女同学的平均成绩为 () 分。

- A. 90 B. 88 C. 92 D. 84

8. 设 $\frac{1}{x}:\frac{1}{y}:\frac{1}{z}=4:5:6$, 求使 $x+y+z=74$ 成立的 y 值为 ()。

- A. 24 B. 22 C. 20 D. 18

9. 某校今年的毕业生中, 本科生和硕士生人数之比为 5:2, 据 5 月份统计, 本科生有 70%, 硕士生有 90% 已经落实了工作单位, 此时, 尚未落实工作单位的本科生和硕士生人数之比是 ()。

- A. 35:18 B. 15:2 C. 8:3 D. 10:3

10. 某厂生产的一批产品经质量检验, 一等品与二等品的比是 5:3, 二等品与三等品的比是 4:1, 则该批产品的合格率 (合格品包括一等品和二等品) 为 ()。

- A. 90% B. 91.4% C. 92.3% D. 93.1%

11. 车间共有 40 人, 某次技术操作考核的平均成绩为 80 分, 其中男工平均成绩为 83 分, 女工平均成绩为 78 分, 该车间有女工 ()。

- A. 16 人 B. 18 人 C. 20 人 D. 24 人

12. 某商品单价上调 15% 后, 再降为原价, 则降价率为 ()。

- A. 15% B. 14% C. 13% D. 12%

13. 数轴上点 A 的坐标为 -2, 动点 B 在数轴上运动, 且 B 点与 A 点间的距离不超过 5, 则 B 点坐标 x 的值应适合 ()。

- A. $x \leq 3$ B. $x \geq -7$ C. $|x-2| \leq 5$ D. $|x+2| \leq 5$

14. 已知 a 、 b 、 c 是三个正整数, 且 $a > b > c$, 若 a 、 b 、 c 的算术平均值为 $\frac{14}{3}$, 几何平均值是 4, 且 b 、 c 之积恰为 a , 则 a 、 b 、 c 的值依次为 ()。

- A. 8, 4, 2 B. 6, 5, 3 C. 12, 6, 2 D. 4, 2, 8

15. 某商品的销售量相对于进货量的百分比与销售价格成反比例, 已知销售单价为 8 元时, 可售出进货量的 80%, 又销售价格与进货价格成正比例, 已知进货价格为 5 元时, 销售价格为 8 元, 在以上的比例系数不变的情况下, 当进货价格为 6 元时, 可售出进货量的百分比为 ()。

- A. 78% B. 76% C. 74% D. 67%

16. 一艘轮船发生漏水事故, 堵塞漏洞后开始抽水, 现有 1、2、3 号三台抽水机, 已知单独用一台抽水机抽完积水的话, 1 号用 4h, 2 号用 3h, 3 号用 2h, 现在先用 1 号和 2 号抽水 30min, 然后关闭 1 号而开启 3 号, 则抽完积水还需 () min。

- A. 51 B. 55 C. 59 D. 60

17. 用电锯把一根长 2m 的钢材锯成 5 段, 需要 24min, 照这样计算, 如果把同样长的钢材锯成 7 段, 需要用 () min。

- A. 26 B. 28 C. 34 D. 36

18. 要从含盐 16% (质量分数) 的 40kg 盐水中蒸去水分, 制出含盐 20% (质量分数) 的盐水, 应当蒸去 () kg 的水分?

- A. 8 B. 10 C. 11 D. 12

19. 设 $a > 0$, $c > b > 0$, 则 ()。

- A. $\frac{a+b}{2a+b} > \frac{a+c}{2a+c}$ B. $\frac{a+b}{2a+b} = \frac{a+c}{2a+c}$
 C. $\frac{a+b}{2a+b} < \frac{a+c}{2a+c}$ D. $\frac{a+b}{2a+b}$ 与 $\frac{a+c}{2a+c}$ 的大小无法判定

20. 某人做一件工作, $\frac{1}{2}$ 小时完成了全部工作量的 $\frac{3}{8}$, 做完这件工作还需要 () 小时。

- A. $\frac{3}{16}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{5}{6}$

21. 一本书 225 页, 某人第 1 天看了全书的 $\frac{1}{9}$, 第 2 天看了剩下的 $\frac{1}{2}$, 第 3 天应该从第 () 页开始看。

- A. 100 B. 101 C. 125 D. 126

22. 某人的藏书中, 文学类占 $\frac{1}{3}$, 科技类占 $\frac{1}{5}$, 已知其文学类和科技类图书共有 960 本, 这个人的图书共有 () 本。

- A. $960 \times \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right)$ B. $960 \div \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right)$
 C. $960 \times \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right)$ D. $960 \div \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right)$

23. 某车间生产一批机器, 原计划每天生产 32 台, 10 天可以完成任务。实际提前 2 天完成了任务, 平均每天增产了 ()。

- A. 20% B. 25% C. 30% D. 35%

24. 把 $\frac{2}{5}$ 的分子加上 4, 要使分数大小不变, 分母应变为 ()。

- A. 5 B. 9 C. 10 D. 15

25. 已知 $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$, 那么 $\frac{3x+2y}{3x-2y}$ 的值是 ()。

- A. 19 B. -19 C. 6 D. -6

26. 装一台机器需要甲、乙、丙三种部件各一件, 现库中存有这三种部件共 270 件, 分别用了甲、乙、丙库存件数的 $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$ 装配若干台机器, 那么原来库存甲种部件数是 ()。

- A. 80 B. 90 C. 100 D. 110

27. 快慢两列火车长度分别为 160m 和 120m, 它们相同行驶在平行轨道上, 若坐在慢车上的人见整列快车行驶过的时间是 4s, 那么坐在快车上的人见整列慢车驶过的时间是 ()。

- A. 3s B. 4s C. 5s D. 6s

28. 两个相似三角形 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 中, 对应高之比为 5:3, 若 $S_{\triangle ABC} = 2a+27$, 且 $S_{\triangle A'B'C'} = a-4$, 则正数 a 的值是 ()。

- A. 24 B. 36 C. 49 D. 54