

数学应用工程研究

化存才 陆启韶 任维 何树红 等 编著

郭柏灵 审校

数学应用工程研究

化存才 陆启韶 任 维 何树红 等 编著

郭柏灵 审校

本书获得以下项目联合资助

云南省中青年学术技术带头人计划项目 (2008PY059)

国家高技术发展研究计划 (863 课题, 2007AA02Z310)

国家自然科学基金项目 (10772158, 10861012)

教育部人文社会科学研究基金一般项目 (08JA790117)

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书以集成的方式综合介绍了偏微分方程相关问题的应用基础研究、教育与公共商品经济、统计与金融风险相关问题的应用研究、交通流模型的数值计算研究、生物神经元系统与兴奋节律的动力学研究进展等对相关数学基础理论、数学方法与数值模拟有着重要应用或者需求的一些特色内容,其中包括了编著者及其研究团队近十年来完成相关科研项目所形成的部分系统性或者代表性的成果。在附录中还介绍了国立西南联合大学理工科研情况和数学类研究生培养特色及其启示的内容。全书体现了数学与物理学、力学、生物学、教育和经济金融学等相关学科领域的交叉与融合,兼顾学术性、学科领域前沿性、科普性与实用性。

本书可供从事数学、物理、力学、生物、教育与经济金融等相关专业的研究人员、研究生和高年级本科生进行参考。

图书在版编目(CIP)数据

数学应用工程研究/化存才等编著. —北京:科学出版社, 2010

ISBN 978-7-03-029381-7

I ①数· II ①化· · III ①应用数学-文集 ②工程数学-文集

IV ①O29-53 ②TB11-53

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第211879号

责任编辑 王丽平 房 阳/责任校对 陈王凤

责任印制 钱玉芬/封面设计 鑫联必升

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码 100717

 <http://www.sciencep.com>

中国科学院印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

2010年11月第 一 版 开本 B5 (720×1000)

2010年11月第一次印刷 印张 18 1/4

印数 1—1500 字数 348 000

定价: 66.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

参 编 人 员

(按参编章节顺序)

杨 慧	杨千山	刘海鸿	韩俊林
胡 杨	贾宏恩	沙春宏	杨卓琴
古华光			

前 言

在 20 世纪末,一些有远见的科学家就预言“21 世纪将是非线性和复杂性科学的世纪,是生命科学的世纪”。时至今日,非线性动力系统及复杂性的数学理论和方法在中国取得了很多新的重要进展,有些研究成果获得了国家级的科学技术奖励.数学和力学研究与生命科学、信息科学、经济与金融等领域的交叉合作正在得到迅速加强,并且成为引领相关学科领域研究与发展的真实体现.

当今,自然科学的发展日新月异,各个学科分支不断产生新的生长点,呈现出越来越精细化的格局,而科技、经济与社会的进步又突现了许许多多新的实际问题,这对数学的科学研究提出了新的挑战,也为数学工作者关注和解决自然与社会现象中所大量出现的问题提供了十分有利的条件.因此,数学科研工作者在重视基础研究工作的同时,还应主动地去适应国家和地方经济社会发展的新需求,更多地去面向相关学科(跨学科)的前沿领域,走向国民经济建设的主战场.数学的科学研究要突破传统的学科领域,向着前人未开垦过的科学领域(即广义的工程科学领域)进军,去抢占学科发展的制高点,重视核心数学基础理论与方法的相互渗透,逐渐地形成各个学科分支的协同作战,或者学科大会战的合作机制.

为了促进数学应用工程学科建设,加强不同高校、不同学科领域之间的学术交流,推动数学与相关工程学科领域的结合,培育新团队,锤炼新队伍,从 2008 年 10 月开始,到 2009 年 9 月止,在美丽的春城昆明,在中国历史名校国立西南联合大学旧址,云南师范大学(前身为西南联大师范学院)数学学院、数学科学研究所,云南省数学会联合举办了“数学与工程”科学报告会,这是为庆祝云南师范大学七十华诞和纪念国立西南联合大学在昆明建校而举办的以数学作为主要基础的跨学科学术交流大会.应邀前来作学术讲演报告的有中国科学院院士、教学名师、国家自然科学基金获得者、国家自然科学基金重点项目主持人、国家杰出青年基金项目获得者、清华大学数学科学系“UTLab 团队”、陕西师范大学生命科学院“系统生物学实验室团队”,还有主办单位数学学科的部分领导、学术技术带头人、青年学者和“数学建模应用与实践团队”等.郭柏灵院士作了关于“发扬‘两弹一星’精神,促进我国高科技发展”的 2 小时专题报告,部分报告人还展示了他们在人才培养与培育创新团队等方面的特色研究工作和成功的经验.在“数学与工程”科学报告会中,有云南省内近十所高校的 1500 余人次共享和聆听了相关的科学报告.科学报告会现已总结成为主办单位多个项目协同工作的一种学术交流活动形式,还促成了

主办单位与来访单位的部分合作 (如本书的出版就是一个合作成果.)

为适应当今学科发展的新趋势,反映相关领域对于数学应用的综合化、集成化与需求,促进数学与相关学科领域的交叉融合,带动相关领域研究的进一步深化,并在中国数学界积极倡导和推进数学应用工程化的研究与实践 (即强调具有一定规模、优势和特色的数学横向应用研究与实践),我们邀请和组织了部分专家,与主办单位的“应用数学专业研究生导师团队”成员一起,结合他们各自的研究,注意兼顾“学术性、学科领域前沿性、科普性与实用性”的原则,将他们在偏微分方程的应用基础、教育与公共商品经济、统计与金融风险的数学横向应用研究、面向于实际交通流问题的动力学模型计算模拟、神经元系统与兴奋节律的动力学研究进展等方面的特色研究成果内容编著成书 (其中包括了撰稿人及其研究团队近十年来已取得的部分系统性或代表性的工作).在附录中还介绍了国立西南联合大学理工科研情况与数学类研究生培养特色及其启示的研究内容以供读者参阅.

全书的具体分工如下:前言部分由化存才撰写,第一篇由云南师范大学“应用数学专业研究生导师团队”集体撰写,第 1~4 章的撰稿人依次为化存才教授、杨慧副教授、杨千山教授、刘海鸿副教授,其中第 1 章的最后两节分别选编了 2009 届毕业研究生王明忠与 2008 届毕业研究生贾秀娟的部分研究内容;第二篇中的第 5~7 章均由化存才撰写;第三篇中的第 8 章由云南师范大学韩俊林博士撰写,第 9 章由云南大学数学与统计学院何树红教授撰写,第 10 章由化存才和 2010 届毕业研究生胡杨共同撰写;第四篇中的第 11、12 章由化存才、西安交通大学博士生贾宏恩和昆明理工大学沙春宏讲师共同撰写;第五篇中的第 13 章由北京航空航天大学陆启韶教授和杨卓琴副教授共同撰写;第 14 章由陕西师范大学任维教授和古华光副教授共同撰写;附录的撰写和全书的统稿工作均由化存才完成.

最后,我们要特别地感谢郭柏灵院士、云南师范大学数学学院院长郭震教授、云南省数学会理事长李继彬教授等对“数学与工程”科学报告会及本书的出版给予的热情支持;感谢云南省人才培养模式改革项目(数学)、云南省中青年学术技术带头人计划项目(2008PY059)、国家高技术发展研究计划(863 课题,2007AA02Z310)、国家自然科学基金项目(10772158, 10861012)、教育部人文社会科学研究基金一般项目(08JA790117)、教育部“数学与应用数学”特色专业点建设项目等对“数学与工程”科学报告会的联合资助.

限于我们的水平,书中定有不足之处,恳请读者提出宝贵意见.

编著者

2010 年 3 月 21 日

目 录

前言

第一篇 偏微分方程相关问题的应用基础研究

第 1 章 非线性波模型孤立波解的存在性与简化	3
1.1 非线性波问题研究概述	3
1.2 一类非线性反应扩散方程冲击波解的存在性	5
1.2.1 各种冲击波存在性的定性分析	6
1.2.2 各种冲击波的解析解表达式	7
1.3 分岔与非线性波模型孤立波解的存在性和简化	10
1.3.1 一个参数扰动 sine-Gordon 方程的孤立波	12
1.3.2 三-五次非线性 Schrödinger 方程的孤立波	17
1.4 一类非线性耦合 KdV 方程孤立波解的存在性	23
1.5 时变力扰动下 KdV 类方程孤立波的存在性	26
1.5.1 时变扰动力作用下变系数 KdV 方程的孤立波解	26
1.5.2 时变扰动力作用下一类非线性耦合 KdV 方程组的孤立波解	29
参考文献	31
第 2 章 非线性发展方程孤立波解的轨道稳定性	34
2.1 轨道稳定性理论	34
2.2 Benjamin-Ono 方程孤立波解的存在性和稳定性	36
2.2.1 孤立波解的存在性	36
2.2.2 主要结果	38
2.3 广义 Zakharov 方程组孤立波解的存在性和轨道稳定性	41
2.3.1 孤立波解的存在性	42
2.3.2 主要结果	43
2.3.3 定理 2.7 的证明	47
参考文献	53
第 3 章 Landau-Lifshitz 方程静态解的存在性和稳定性	55
3.1 引言	55

3.2 主要结果	57
3.3 定理 3.1 的证明	57
3.4 定理 3.2 的证明	60
参考文献	66
第 4 章 一类新的 Sturm-Liouville 特征值问题	68
4.1 特征值问题的研究历史和概况	68
4.2 科学依据和背景	70
4.3 新 Sturm-Liouville 问题的研究	71
4.4 推广及例子	73
参考文献	74
第二篇 教育与公共商品经济相关问题的应用研究	
第 5 章 高校招生规模相关问题的动力系统模型及政府调控	79
5.1 引言	79
5.2 高校毕业生就业率与招生规模的微分方程动力学模型	80
5.2.1 模型假设与符号说明	80
5.2.2 基本微分方程动力学模型的建立	81
5.2.3 动力学模型的求解及其应用	81
5.2.4 一个定量的微分方程动力学模型	82
5.2.5 动力学模型的改进及其应用	83
5.3 高校招生规模与教育经费的微分方程动力学模型	84
5.3.1 高校招生规模与教育经费的一维 Logistic 动力学模型	84
5.3.2 高校招生规模与政府生均投入的二维耦合动力学模型	84
5.3.3 高校招生规模与学费标准的二维耦合动力学模型	85
5.3.4 招生规模, 政府生均经费投入与学费标准的三维耦合动力学模型	85
5.3.5 招生规模, 政府生均经费投入与学费标准的三维耦合动力学模型的 改进	86
5.4 高校招生规模与教育质量的微分方程动力学模型	87
参考文献	89
第 6 章 公共商品定价问题的建模应用	91
6.1 公共商品经济问题研究概述	91
6.2 价格波动时商品动态价格的数学模型与价格的稳定性	92

6.2.1	在有价格波动时商品销售动态价格的数学模型	93
6.2.2	商品价格的稳定性与宏观调控分析	94
6.3	商品的浮动价格模型	95
6.3.1	商品价格上浮和保持的条件	95
6.3.2	商品的折扣定价	96
6.3.3	一个实例	98
6.4	凸需求函数模型与多种价格并存的优化模型	99
6.4.1	凸需求函数模型	99
6.4.2	凸需求函数下多种价格并存的优化模型	101
6.4.3	在纯净水销售中的应用	102
6.5	商品价格的凸需求分布模型与价格的可调度	103
6.6	商品价格的离散需求概率和需求风险模型	106
6.6.1	商品价格的离散需求概率分布和需求概率最大价格	106
6.6.2	价格的需求风险与五种特殊价格的需求风险比较	107
6.6.3	浮动(折扣)价格的需求概率和需求风险	109
6.6.4	在春运浮动价格中的应用	109
6.7	春运客票调价的微分方程动力学模型	111
6.7.1	商品价格的一维微分方程动力学模型	111
6.7.2	春运中客票调价的二维微分方程动力学模型	112
6.8	商品调价的微分方程动力学模型	113
6.8.1	在没有同类商品价格竞争时商品调价的动力学模型	113
6.8.2	在有同类商品价格竞争时商品调价的动力学模型	116
6.8.3	考虑消费者承受力时商品调价的三维动力学模型	116
6.8.4	调价模型应用于有同类商品价格波动时公共商品的政府调控	117
	参考文献	119
第 7 章	春运客流量的分段正态分布模型估计	121
7.1	引言	121
7.2	昆明火车站客流量估计的分两段正态分布模型	122
7.2.1	问题分析	122
7.2.2	模型假设与符号说明	122
7.2.3	模型的建立	123
7.2.4	模型的求解和客流量的估计	124

7.3 昆明火车站学生流估计的分三段正态分布模型	126
7.3.1 模型假设与符号说明	126
7.3.2 数据调查	127
7.3.3 模型的建立	128
7.3.4 模型的求解与学生流估计	129
7.3.5 模型的应用分析	129
7.4 结论和建议	130
参考文献	130

第三篇 统计与金融风险相关问题的应用研究

第 8 章 非线性再生散度随机效应模型的拟蒙特卡罗估计	133
8.1 非线性再生散度随机效应模型	133
8.2 蒙特卡罗积分与拟蒙特卡罗积分	135
8.2.1 蒙特卡罗积分	135
8.2.2 拟蒙特卡罗积分	135
8.2.3 Halton 序列	136
8.2.4 随机化的 Halton 序列	136
8.3 非线性再生散度随机效应模型的拟蒙特卡罗估计	137
参考文献	139
第 9 章 金融风险的度量方法与建模应用	142
9.1 带交易费用的证券组合投资的模糊多目标优化模型	142
9.1.1 证券组合概述	142
9.1.2 数学规划模型	143
9.1.3 模型求解	144
9.1.4 计算实例	147
9.2 基于变量双重检验的 Fisher 信用风险度量	148
9.2.1 信用风险管理模型概述	148
9.2.2 变量双重检验的选择方法	150
9.2.3 Fisher 信用风险度量模型	154
9.2.4 实证研究	155
9.2.5 模型评价	158
9.3 基于变量逐步选择的 Bayes 信用风险判别模型	159

9.3.1	引言	159
9.3.2	模型自变量的筛选	160
9.3.3	Bayes 判别函数的推导	163
9.3.4	实证研究	164
9.3.5	模型检验	166
9.3.6	模型评价	166
9.4	股指期货的风险度量方法研究	167
9.4.1	股指期货概述	167
9.4.2	传统风险度量模型对股指期货的适用性	167
9.4.3	极值理论下的 POT 模型	168
9.4.4	基于 POT 模型下的风险度量	169
9.4.5	关于门限 μ 的取值	170
9.4.6	GDP 分布中 ξ 与 β 的参数估计	170
9.4.7	实证研究	170
9.5	股指期货的套期保值比率与绩效研究	172
9.5.1	股指期货套期保值概述	172
9.5.2	建立模型	172
9.5.3	数据样本	174
9.5.4	实证分析	174
9.5.5	结论	177
	参考文献	177
第 10 章	常利率下大学生失业保险模型初探	179
10.1	引言	179
10.2	模型的建立	179
10.2.1	问题分析	179
10.2.2	模型的建立	180
10.2.3	调节系数的推算	180
10.2.4	破产概率计算	182
10.2.5	破产概率的估算	182
10.3	模型的求解	182
10.3.1	保费的收取与理赔	182
10.3.2	在已有数据下的调节系数和破产概率估算	183

10.4 模型结果分析	185
参考文献	185
第四篇 交通流动力学相关问题的建模与数值计算研究	
第 11 章 基于车辆跟驰模型的交通流动力学模型及数值计算	189
11.1 跟驰模型的回顾和改进	189
11.2 模型的建立	191
11.3 差分格式的构造	192
11.4 模型的数值模拟算例	193
11.5 结论	196
参考文献	196
第 12 章 含时空扰动交通流动力学模型及数值计算	198
12.1 交通流的基本概念与基本方程	198
12.2 城市交通流模型的综述与分析	200
12.3 含时空扰动城市交通流动力学模型及数值格式	204
12.4 模型的数值模拟算例与应用分析	208
12.5 交通流动力学研究展望	212
参考文献	213
第五篇 生物神经元系统与兴奋节律的动力学研究进展	
第 13 章 生物神经系统放电活动和网络行为的非线性动力学研究	217
13.1 生物神经元的基本知识	217
13.2 神经元电活动不同节律模式的变化过程及相应分岔分析	222
13.3 耦合神经元系统的网络动力学研究	225
13.3.1 神经元同步的基本概念和判别方法	226
13.3.2 耦合神经元系统的放电同步	227
13.3.3 耦合神经元网络系统的时空模式	229
13.4 研究展望	232
13.5 结论	233
参考文献	233
第 14 章 神经元兴奋节律的神经动力学研究	236
14.1 理解神经元的兴奋节律是生理学的一个基础性课题	236
14.2 基于神经元电化学振荡的确定性机制定义基本兴奋节律	238

14.2.1 神经元兴奋节律的自治机制·····	238
14.2.2 神经元兴奋节律的非自治机制·····	240
14.2.3 神经元兴奋节律的定义·····	240
14.3 基本兴奋节律不同模式间的转迁规律·····	243
14.3.1 动力学仿真发现了基本兴奋节律间的确定性转迁规律·····	243
14.3.2 探索基本兴奋节律的整体分岔结构的基础性意义·····	245
14.3.3 基本兴奋节律在二维参数空间上的整体分岔结构·····	246
14.4 基本兴奋节律在真实工作状态中的表现·····	248
14.4.1 基本兴奋节律在噪声环境中的表现·····	248
14.4.2 基本兴奋节律在工作状态中的表现·····	250
14.5 进一步研究的相关课题·····	254
参考文献·····	254
附录 A 国立西南联合大学理工科研特色及其启示·····	258
A.1 概述·····	258
A.2 坚持原有基础科学研究, 着重应用科学研究·····	258
A.3 注重实地科学调查, 师生表现突出·····	263
A.4 采取合作研究, 注重学科的横向联合·····	265
A.5 中外科教交流日趋活跃·····	265
A.6 对当今中国高校科研和办学理念的启示·····	266
参考文献·····	268
附录 B 国立西南联合大学数学类研究生培养特色·····	269
B.1 引言·····	269
B.2 研究生培养的组织机构·····	270
B.3 研究生的招生考试·····	271
B.4 研究生的创造能力培养·····	272
B.5 研究生培养的成效·····	274
B.6 对当今中国高校数学类专业研究生教育的启示与反思·····	275
参考文献·····	276

第一篇 偏微分方程相关问题的 应用基础研究

第1章 非线性波模型孤立波解的存在性与简化^①

非线性波模型是描述非线性波动现象的非线性偏微分方程(组),如描述浅水波的 KdV 方程、描述电磁波的 Maxwell 方程、描述流体流动的 Navier-Stokes 方程等. 非线性波动的表现形式是多样的,主要有规则的周期波、孤立波、多孤立子、回卷波、螺旋波、相似解,或者有理分式解、不规则的时空混沌波等. 不同学科领域的波动现象还具有不同的专业术语,如光学孤立子、化学波等. 受扰动的非线性波模型、耦合的非线性波模型、孤立子及其动力学、时空混沌动力学的研究都是目前非线性波模型研究的主流方向.

本章主要针对具有耗散、保守、耦合等类型的几种经典非线性波模型,介绍孤立波解存在性的定性分析、解析解的构造以及解析解的简化. 本章用到的数学方法主要有积分方法、动力系统的稳定性与分岔方法、插值方法、椭圆函数、Matlab 编程计算等.

1.1 非线性波问题研究概述

非线性波动是一个长久不衰的重要研究领域,它的理论、方法及其应用横跨物理学、光学、力学、化学、数学和通信等多个学科分支,著名的光的波粒二重性、湍流、超导、电磁波等都与其密切相关,很多问题(如光的波粒二重性、湍流等)至今还没有得到最后的解决.

1834 年,英国的造船工程师 Russell 偶然发现一个奇妙的现象^[1]:两匹马拉着船在运河中前进,当船突然停止时,有一个巨大的水峰离开船头快速前进,并且保持形状不变, Russell 称之为大波,即孤立波(solitary wave). Russell 还在实验室的水槽里通过按下一个方块证实了孤立波的存在性. 1895 年, Korteweg-de Vries 为解释一维的浅水波提出了著名的 KdV 方程. KdV 方程就有一个孤立波解. 孤立波的出现机理主要是非线性和色散平衡的结果. 1965 年,美国数学家 Kruskal 等首次提出了孤立子(soliton)的概念. 多个孤立子在相互作用和碰撞之后会保持其各自的形状不变. 多孤立子解可以用于表征孤立子间的相互作用,它是非线性波方程所特

^① 资助项目有中国博士后科学基金项目(第二十八批, 2000~2002)、云南省教育厅科研基金重点项目(03Z305A, 2003~2005)、教育部“春晖计划”启动项目(2003YN-23, 2003~2008)、云南省自然科学基金项目(2005A0026M, 2005~2008)、国家自然科学基金项目(10772158, 2008~2010)、云南省中青年学术技术带头人计划项目(2008PY059, 2008~2011).

有的. 作为孤立子的早期概念, 孤立波是指单孤立子.

孤立子的发现促成了孤立子动力学的产生、理论发展和技术应用. 孤立子的存在性、稳定性、孤立子的运动和时空混沌都是近 20 年来非线性波问题较为广泛的研究内容. 孤立子作为非线性波模型方程的一种特解, 其潜在的应用更是十分引人注目的. 例如, 短脉冲能在光纤中以孤立子的形式传播, 就使得孤立子可用于光纤通信, 这早已成为现实^[2]. 正是利用光学孤立子传输信号的光纤通信将人类社会引向了如今的互联网时代 (事实上, 华裔科学家、香港中文大学原校长高锟教授就因 1966 年在“有关光在纤维中的传输以用于光学通信方面”取得的突破性成就而荣获 2009 年度的诺贝尔物理学奖).

的确, 人们早已知道, 孤立波和冲击波作为非线性偏微分方程 (PDE) 的一种解的形式, 不仅存在于保守系统 (如描述浅水波的 KdV 方程^[1]) 中, 而且还存在于耗散的系统 (如描述化学反应扩散过程的 BZ 方程^[3] 等) 中. 孤立波的研究与动力系统的相关理论是密不可分的, 如在文献 [4]~[6] 中, 将 PDE 的孤立波与冲击波分别视为行波解所满足的常微分方程 (ODE) 的同宿轨道与异宿轨道, 从而研究保守系统以及一些耗散系统 (如 KdV-Burgers、Fisher 等) 是否具有孤立波以及由它们所诱导的复杂现象 (如湍流等). 在他们所作的研究中, 各种孤立波和冲击波解的分析与寻找都起到了十分重要的作用. 就孤立波的求解方法而言, 它与具体问题有关, 大致上可以归纳为两种: 一是通过对方程解的椭圆函数的解析表达式取极限形式得到, 二是通过构造特定解得到. 不过, 在文献 [4]~[6] 中都没有给出其结论的定性理论依据和解析解的唯一性. 另一方面, 因为同宿轨道与异宿轨道是连接 ODE 的不同双曲平衡点间的奇异 (闭) 轨线, 属于远离平衡态的大范围分析, 是动力系统由分岔走向混沌的桥梁, 所以孤立波是联系湍流研究的纽带. 事实上, 从孤立波入手, 可以通过定性或定量分析简单的 KdV-Burgers 方程, 解释像湍流这样的复杂流体动力学现象的某些特征^[6,7]. 可是, 由于 ODE 的双曲平衡点 (鞍点、焦点、结点) 是由局部线性化决定的, 而连接它们之间的奇轨线则是由非线性决定的, 故分析与求解一般 ODE 的同宿轨道与异宿轨道通常是很困难的, 甚至是不可能的. 对于平面动力系统, 定性理论中已有较为成熟的 Poincaré-Bendixson 定理^[8] 作为基础, 它定性地指出, 同宿环与异宿环是平面动力系统的非游荡集必取的三种形式之一 (另外两种是唯一的平衡点和闭轨). 不过, 因为它不能提供求解方法, 所以它实际上还是无法给出在分析一个具体问题时所需要的同宿轨道和异宿轨道的解析式. 显然, 这样的问题总是有待于不断地去深入研究.

关于孤立波解的求解方法, 在 20 世纪 90 年代以前, 大量的研究形成了诸如: 逆散射方法、Bäcklund 变换、双线性形式、Hirota 方法、Darboux 变换等直接的定量方法^[1]. 进入 20 世纪 90 年代以来, 中国学者先后提出了相当多的构造性方法, 其中比较典型的有齐次平衡方法^[9]、双曲函数展开法^[10]、椭圆函数展开法^[11] 等.