国防特色教材 · 船舶与海洋工程

船舶与海洋工程结构疲劳可靠性分析

CHUANBO YU HAIYANG GONGCHENG JIEGOU PILAO KEKAOXING FENXI

胡毓仁 李典庆 陈伯真 主编

HEUP 哈尔滨工程大学出版社
Harbin Engineering University Press
北京航空航天大学出版社 北京理工大学出版社
哈尔滨工业大学出版社 西北工业大学出版社

国防特色教材·船舶与海洋工程

船舶与海洋工程结构疲劳可靠性分析

主编 胡毓仁 李典庆 陈伯真

哈尔滨工程大学出版社
北京航空航天大学出版社 北京理工大学出版社
哈尔滨工业大学出版社 西北工业大学出版社

内容简介

本书以船舶与海洋工程结构疲劳可靠性分析方法及应用为主题，首先简要介绍了结构可靠性的基本理论，从概率和数理统计的角度系统地阐述了船舶及海洋工程结构所受的疲劳载荷和强度的概率模型，以及结构构件和结构系统疲劳寿命的可靠性预测问题。系统总结了疲劳可靠性分析中概率计算的两种重要手段：标准正态分布函数的计算方法和蒙特卡洛模拟方法。探讨了船舶及海洋工程结构进行检测和维修后的可靠性更新问题，并对结构疲劳方面存在的模糊的不确定性因素及利用模糊集合理论进行处理的方法也作了阐述。

本书适用于船舶及海洋工程、土木建筑、水利水电、航空航天、机械、桥梁、化工等领域的工程技术人员和科研人员使用，也可作为高等院校和科研院所相关专业本科生、研究生的教材或教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

船舶与海洋工程结构疲劳可靠性分析/胡毓仁，李典庆，陈伯真主编. —哈尔滨：哈尔滨工程大学出版社，2010.1

ISBN 978-7-81133-616-0

Ⅰ.①船… Ⅱ.①胡… ②李… ③陈… Ⅲ.①船舶工程-疲劳-结构可靠性-分析 ②海洋工程-疲劳-结构可靠性-分析 Ⅳ.①U661.4 ②P75

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第218694号

船舶与海洋工程结构疲劳可靠性分析

胡毓仁 李典庆 陈伯真 主编

责任编辑 薛 力

*

哈尔滨工程大学出版社

哈尔滨市南岗区东大直街124号(150001) 发行部电话:0451-82519328 传真:0451-82519699

http://press.hrbeu.edu.cn E-mail:heupress@hrbeu.edu.cn

哈尔滨工业大学印刷厂印刷 各地书店经销

*

开本:787×960 1/16 印张:20.5 字数:424千字

2010年3月第1版 2010年3月第1次印刷 印数:1000册

ISBN 978-7-81133-616-0 定价:52.00元

序　言

本书的主要目的是要在船舶及海洋工程结构的疲劳设计与分析中引入先进的结构可靠性理论,为结构在疲劳方面的安全性评估提供更加科学合理的手段和方法。同时,通过对基本原理和方法的系统叙述,使船舶及海洋工程结构疲劳可靠性分析成为船舶及海洋工程学科中的一个系统的学科分支。

本书出版前曾于1993年6月在上海交通大学开始油印使用。1996年根据教学实践中的反馈意见以及国家自然科学基金资助项目的研究成果,对教材作了全面增删修订后由人民交通出版社出版。至今已在十多届硕士和博士研究生课程中使用,教学效果良好。被选为上海交通大学"九五"重点教材,1997年获上海交通大学优秀教材"一等奖"。

本书初版至今已有十多年,这些年来,结构疲劳可靠性分析仍然是船舶与海洋工程领域一个活跃的研究方向,并且这方面的理论和方法正逐步地在船舶与海洋工程设计和建造的实践中得到重视和应用。本专业的研究生有必要深入系统地掌握疲劳可靠性分析的知识,以适应形势发展的需要。另外,这些年来在船舶与海洋工程结构疲劳可靠性分析方面又取得了一些新的进展和成果,有必要把这些新成果编入教材以及时反映最新的研究进展。经过十多年的使用,本书初版已基本告罄,书店已无法买到,学校也仅有少量留存,已屡屡出现索书而不得的情况。因此,这次本书修订后列入国防科工局"十一五"国防特色专业教材建设计划,由哈尔滨工程大学出版社出版修订版。

本书修订版新增或修订的章节有第8章、第9章、第10章、2.6节、3.2节、4.5节、7.5节、7.6节。参考文献也进行了适当补充以反映国内外最新的研究进展。本书修订版由上海交通大学胡毓仁教授、武汉大学李典庆教授和上海交通大学陈伯真教授合著。

水平所限,书中出现不当之处,敬请读者批评指正。

编　者

2009年10月16日

目　　录

第1章 绪 论

在浩渺的海洋中，波浪翻腾起伏。船舶在海上航行，各种类型的海洋工程结构（如海洋石油钻井和生产平台）在海上作业，都要受到波浪的作用。不断变化着的波浪载荷使得工程结构内部产生了不断变化的应力。若一艘船或一座海洋平台的服务期为20 ~25年，那么，结构因波浪作用引起的交变应力的循环次数可达约10^8次之多，这将造成结构的疲劳损伤。因此，疲劳破坏一直被认为是船舶及海洋工程结构的一种主要的破坏形式。自钢质海船诞生至今，因结构中疲劳裂纹的生成、扩展，最后导致船舶破坏的事例屡有报道。美国海岸警卫队船舶结构委员会（Ship Structure Committee，US Coast Guard）曾组织力量对6种不同类型的77艘民用船舶及9艘军舰中60多万个结构细部进行了调查研究和统计分析，结果表明有约九分之一的破坏与疲劳有关。历史上海洋平台的几次重大事故，如1965年日本为美国建造的Sedco型半潜式平台在交货途中破损沉没，造成13人死亡，以及1980年Alexander Keyland号半潜式平台在北海翻沉，使一百余人葬身海底，调查分析的结果表明，结构的疲劳是造成事故的重要原因之一。由此可见，在设计中保证结构有足够的疲劳强度对船舶及海洋工程结构的安全性是十分重要的。世界各主要造船及海洋资源开发国家都在船舶及海洋工程结构的设计建造和检验入级规范中对疲劳强度作出了规定和要求。

长期以来，在船舶及海洋工程领域，对结构的疲劳现象已进行了大量的研究，并在此基础上建立了可供实际应用的疲劳设计与分析方法。通常，结构的疲劳损伤和疲劳寿命采用Miner线性累积损伤理论和$S-N$曲线来计算。近年来，更为先进的断裂力学方法也越来越受到重视，并逐步得到了应用。目前，这两种方法已成为船舶及海洋工程结构疲劳设计与分析的两种相互补充的基本方法。但是，这两种方法以往都是在确定性的意义上使用的，也就是说，在分析过程中，有关的参数都认为有确定的数值。而事实上，船舶及海洋工程结构的疲劳是一个受到大量因素影响的极其复杂的现象，大多数的影响因素从本质上说是随机的。例如，海洋中的波浪无规则地运动，由此引起结构内的交变应力就是一个随机过程。又例如，由于材料性能的分散性以及在对材料性能进行测试的过程中存在许多不确定的因素，因此结构对疲劳的抗力（疲劳强度）也是随机的。此外，为了计算结构内的应力，需要采用一定的基本假设和简化模型，这使得计算结果与结构内的真实应力之间存在系统的和随机的误差。在疲劳累积损伤或裂纹扩展计算方面也有类似的误差存在。这一类误差又称为模型的不确定性。用确定性的方法不可能对上述各种不确定因素的影响作出客观的反映。一艘船或一座海洋平台，用确定性方法进行疲劳分析时，若将有关参数都取均值，那么计算所得的疲劳寿命可能是规定的设计寿命的数倍甚至数十倍。从表面上看，可以认为是充分安全的。但是，若考虑到各参数的不确定性，在同样的条件下，疲劳寿命大于设计寿命的概率却可能很低，实际上并不能满足安全性的

要求。采用确定性方法时，为了保证结构的安全，一般还要引入由经验确定的安全系数，但这样得到的结果又往往过于保守，从而在经济上需付出昂贵的代价。目前，在船舶及海洋工程结构的疲劳设计与分析中已对确定性的方法作了一定的改进，如用概率 $S-N$ 曲线（$P-S-N$ 曲线）来代表结构的疲劳强度等。但是这样的改进只是局部的，为从根本上解决问题，有必要进一步寻找更加合理的方法。

随着对客观事物规律性认识的不断深入，在结构工程领域，传统的确定性的观念逐渐发生了变化。20 世纪 40～50 年代开始有学者尝试在结构安全分析中引进概率的思想。1947 年，美国的 Freudenthal 发表了著名的论文《结构的安全性》(*The Safety of Structures*)。同期，前苏联的 Ржаницын 在这一方面也进行了卓有成效的研究工作。到 20 世纪 60 年代，人们越来越多地从概率和统计的角度来研究结构的安全性问题，一门新的学科——结构可靠性理论(Theory of Structural Reliability)随之发展起来。在结构可靠性理论中，各种影响结构安全的不确定因素都用随机变量或随机过程来描述；在充分考虑这些不确定因素的基础上，一个结构安全与否，用该结构在规定服务期内不发生破坏的概率来度量，这一概率就称为结构的可靠度。很显然，对于受到大量不确定因素影响的船舶及海洋工程结构的疲劳问题，用结构可靠性理论来加以研究是非常适当的，这就是船舶及海洋工程结构的疲劳可靠性分析。用疲劳可靠性分析的方法，可以对结构在疲劳方面的安全性作出比用确定性方法更加合理的评估。

船舶及海洋工程结构疲劳可靠性分析所研究的内容，大致上可以分成以下 6 个部分：

(1) 建立疲劳载荷的概率模型；

(2) 建立疲劳强度的概率模型；

(3) 疲劳寿命的可靠性预测；

(4) 检测及维修后的可靠性更新；

(5) 结构系统的疲劳可靠性分析；

(6) 结构的模糊疲劳可靠性分析。

在这 6 部分内容中，对疲劳载荷和疲劳强度的随机性质和统计规律的研究历史比较长一些，而疲劳寿命的可靠性预测及结构系统的疲劳可靠性分析直到十多年前才开始受到关注。20 世纪 70 年代末，美国海岸警卫队船舶结构委员会和美国石油学会(API)分别资助了由 Munse 和 Wirsching 主持的关于船舶及海洋工程结构疲劳可靠性分析的研究项目。此后，在 20 世纪 80 年代，美国船级社(ABS)进行了关于张力腿平台疲劳可靠性分析的研究。其他国家，如英国、挪威、日本等也开展了这方面的研究工作。近年来，随着老龄船舶的增多，检测及维修后的可靠性更新成为一个热门的研究课题。人们还发现，不确定因素按其性质可以分成两大类，除了随机的(random)不确定因素外，还有一些不确定因素具有模糊(fuzzy)的性质。在船舶及海洋工程结构的疲劳可靠性分析中计及模糊不确定因素的影响成为一个新的研究课题。以上这些研究工作的成果，大多发表在有关机构的研究报告、学术刊物和学术会议论文集中。本书作者亦曾承担国家自然科学基金资助的研究项目“结构与结构系统的疲劳可靠性分析方

法及其应用研究”,取得了一定的成果。本书拟将这些分散的资料汇集起来,并在整理分析的基础上,按一般学科体系的编排形式进行叙述和讨论,以使船舶及海洋工程结构疲劳可靠性分析成为船舶及海洋工程中一个系统的学科分支。

在叙述船舶及海洋工程结构疲劳可靠性分析的基本内容之前,本书首先在第2章中概括地介绍结构可靠性理论的基本知识,目的是为后续各章奠定基础。在第2章中介绍的一阶二次矩(First – Order Second – Moment)方法,是在工程实际中得到广泛应用的一种计算结构可靠度的近似方法,在本书中将主要采用这一方法。本书第3章讨论疲劳载荷的概率模型,主要介绍随机疲劳载荷的计数方法,以及由海洋波浪作用引起的结构内应力范围的长期分布模型。此外,在这一章中还介绍有关海洋波浪统计特性的基本知识,以及根据波浪的资料来获得交变应力过程统计特性的方法。本书第4章讨论疲劳强度的概率模型,介绍了疲劳试验数据的统计分析方法,以及结构在给定应力范围下疲劳寿命的分布规律,在此基础上叙述在统计的意义上建立反映结构疲劳强度特性的 $S-N$ 曲线的方法,并介绍目前在船舶及海洋工程中常用的一些设计 $S-N$ 曲线及其统计数据。本书第5章和第6章讨论疲劳寿命的可靠性预测。在第5章中介绍用 Miner 线性累积损伤理论和 $S-N$ 曲线计算结构的疲劳损伤和疲劳寿命的方法。在第6章中则介绍用断裂力学的原理计算结构中疲劳裂纹的扩展,并由此得到结构疲劳寿命的方法。在这两章中,还对计算中涉及到的各个不确定因素的处理进行了讨论。本书第7章讨论结构系统的疲劳可靠性分析,在阐明一般结构系统可靠性分析的基本知识的基础上,主要针对海洋平台结构介绍结构系统疲劳可靠性分析方面已有的一些研究成果。本书第8章和第9章介绍了疲劳可靠性分析中概率计算的两种重要手段,即标准正态函数的计算方法和蒙特卡罗方法。本书第10章讨论船舶进行检测和维修后的可靠性更新问题,主要讨论无损检测方法及其不确定性、检测及维修事件的数学描述、检测及维修后更新的失效概率计算、基本随机变量分布的更新以及检测及维修后的决策等问题。本书第11章讨论结构的模糊疲劳可靠性分析,在概括地说明了模糊集合的基本知识和模糊概率的概念后,给出结构疲劳失效的模糊定义及模糊可靠度的计算方法。此外还介绍了模糊优化方法在结构模糊疲劳可靠性分析中的应用。

本书中除了系统地介绍结构疲劳可靠性分析的基本原理和方法外,还收集了一些可供在船舶及海洋工程结构疲劳可靠性分析中实际使用的统计数据资料,如应力范围长期分布模型中一些分布参数的取值范围、常用的波浪谱、一般焊接节点和焊接管节点的设计 $S-N$ 曲线及其统计数据、材料断裂力学性能的统计数据,以及与模型不确定性有关的一些统计资料等。但是应当看到,船舶及海洋工程结构疲劳可靠性分析中所需掌握的有关统计数据资料目前还很缺乏,这已经成为阻碍疲劳可靠性分析在工程实际中推广应用的一个重要原因。积累和掌握必要的统计数据资料应当引起足够的重视。

第 2 章　结构可靠性理论的基本知识

2.1　引　言

船舶及海洋工程结构疲劳可靠性分析的理论基础是结构可靠性理论,因此在论述疲劳可靠性分析的具体内容之前,本章将首先对结构可靠性理论的基本知识作一简略的介绍。

目前,在结构工程领域,人们越来越认识到,只有运用概率和统计的方法,才能正确地处理结构设计和分析中存在的大量不确定因素,从而对结构的安全性作出科学的评估。近三十年来,结构可靠性理论得到了迅速的发展。它以概率论和统计学为数学工具,形成了一个相当完整的理论体系,它还发展了许多便于在工程实际中应用的计算方法,为结构安全性评估提供了强有力的手段。

由于结构可靠性理论包含有丰富的内容,用有限的篇幅不可能作详尽的介绍,本章中仅根据后续各章的需要选择了必要的内容。如需要更深入全面地了解结构可靠性理论,可参阅有关的专门书籍。此外,我们还假定读者已掌握了概率论(包括随机过程理论)和统计学的有关基本知识,故本章中对此也不予详述。

在本章中,随机变量一般用大写字母表示,该随机变量的取值则用相应的小写字母。例如,结构的强度是一个随机变量,用 R 表示,R 的取值则用 r 表示。

2.2　基本概念

2.2.1　不确定性

长期以来,在结构工程领域占统治地位的是确定性的思想方法。在结构设计与分析中,结构所受的载荷、结构的尺度、材料的性能等有关因素,都被认为有确定的数值。结构受载后的响应,如应力、变形等,则根据这些确定值用一定的方法计算得到。结构的安全性是用一个根据经验确定的安全系数来加以保证的。例如,某一结构构件计算所得的工作应力为 σ,材料的屈服极限为 σ_y,安全系数为 n,令许用应力为

$$[\sigma] = \frac{\sigma_y}{n} \tag{2.1}$$

为保证结构安全,必须满足

$$\sigma \leqslant [\sigma] \tag{2.2}$$

这就是所谓的“许用应力法”，是一种典型的确定性方法。

然而，随着对客观事物本质认识的不断深化，人们越来越了解到，世上一切事物都是变化的，不存在绝对的确定性。在结构工程领域，结构设计和分析所涉及的因素也大多具有不确定性，应该从概率和统计的角度来处理。此外，结构的安全性也是相对的，绝对的安全性是不可能得到的。过高的安全性要求，从经济角度考虑，代价过于昂贵，也不是我们所希望的。基于这些新的认识，就产生了结构可靠性理论。结构可靠性理论从本质上说就是研究如何合理地处理结构工程设计、分析和决策过程中的不确定因素，并从概率的意义上来处理结构的安全性和适用性问题。

所谓合理地处理不确定因素，具体地说，就是要正确地识别它们的来源，并把它们数量化，从而可以研究它们对结构安全性的影响。一般来说，结构工程中的不确定因素从本质上可以分为两大类，即随机的不确定性和模糊的不确定性。随机的不确定性主要是由于环境载荷、材料等本身的性质及我们对物理现象认识和描述的不充分所引起的。模糊的不确定性则存在于对事物的某些状态、现象、参数及其相互关系的定义中。这里我们仅讨论随机的不确定性，模糊的不确定性将在第 11 章中详细讨论。

随机的不确定性又可分成两类，一是物理的不确定性(Physical Uncertainty)，一是认识的不确定性(Cognitive Uncertainty)。

1. 物理不确定性

在结构设计与分析中涉及的许多物理量都具有分散的性质，这一类不确定性称为“物理的不确定性”。物理不确定性是物理量本身所固有的，它可以用质量控制等手段来减小，但不可能完全消除。这类不确定性可用概率分布来描述，使它们数量化。例如，钢材的屈服极限 σ_y 可以认为是一个正态分布的随机变量。又例如，在一个相对较短的时间内(短期海况)，海洋波浪可以认为是一个平稳正态的随机过程，等等。

2. 认识的不确定性

由于种种限制，人们对物理现象不能十分准确地了解或描述，如测量的不准确、统计的不充分、模型的不精确等。这一类不确定性称为“认识的不确定性”。认识的不确定性与人们对事物了解的程度有关，是“信息敏感”(information sensitive) 的，它可随所掌握的信息的完备程度而改变。认识的不确定性通常又可分成统计的不确定性(statistical uncertainty) 和模型的不确定性(model uncertainty)。

(1) 统计不确定性

为了建立某一物理量的概率模型，首先要在观测分析样本数据的基础上选择适当的概率分布形式，然后根据样本数据用统计的方法确定这一分布中各个参数的值。在实际中，由于种种原因的限制，样本数据往往很有限，用数量有限的不同组样本数据得到的分布参数可能是不相同的。因此，分布参数本身又应看作是随机变量。与物理不确定性不同，统计不确定性不是物理量本身固有的，而纯粹是因为所需要的统计数据不足而引起的。

(2) 模型不确定性

在结构设计和分析中,需要利用一定的计算模型把欲求的响应(如应力、变形等)与已知的输入量(如载荷、结构尺度、材料性能等)联系起来。这些模型有的是建立在某一力学理论基础上的,有的则是经验或半经验的。但无论在何种情况下,由于采用的基本假设(简化)及其他许多在模型中未能充分计及的因素的影响,计算结果与实际之间总会有误差。模型不确定性在很多情况下对结果的可靠性有较大的影响,需要引起重视。

2.2.2 极限状态

在工程实际中,结构受载后的响应必须满足一定的要求,例如安全性的要求、适用性的要求,或其他一些衡准。结构的极限状态(limit state)定义为若超过此状态,结构就不能满足某一特定的要求。举一简单的例子,某一结构构件受载后的工作应力为σ,材料的屈服极限为σ_y,当σ大于σ_y时结构发生破坏,因此σ达到σ_y就是极限状态。

结构的极限状态主要有两类。一类是承载能力极限状态,它与结构的安全性要求有关,例如屈服、失稳、疲劳、断裂等引起的结构破坏的状态。另一类是正常使用极限状态,它与结构的适用性要求有关,例如过度的变形、过度的振动等导致结构不能正常使用的状态。

结构超过极限状态称为“失效”(failure),因此极限状态又常称为“失效模式”(failure mode)。对于船舶及海洋工程结构的疲劳可靠性分析而言,研究的极限状态主要是结构的疲劳破坏状态。

2.2.3 失效概率和可靠度

结构可靠性分析的任务就是要计算在规定时间内结构超过极限状态的概率,这一概率称为“失效概率”(failure probability)。另一方面,又可把在规定时间内结构不达到极限状态的概率定义为结构的“可靠度”(reliability)。若用p_f表示失效概率,用p_r表示可靠度,那么显然有

$$p_r = 1 - p_f \tag{2.3}$$

现在来考虑一种最简单的情况。设结构中的工作应力为S,相应的强度为R,S和R都是随机变量。当$R > S$时,结构是安全的;当$R = S$时,结构达到极限状态;当$R < S$时,结构发生破坏。根据定义,结构的失效概率为

$$p_f = P(R < S) \tag{2.4}$$

可靠度则为

$$p_r = P(R \geqslant S) \tag{2.5}$$

设工作应力和强度的联合概率密度函数为$f_{R,S}(r,s)$,失效概率可用下式计算

$$p_f = \iint_{r<s} f_{R,S}(r,s)\,\mathrm{d}r\mathrm{d}s \tag{2.6}$$

当 R 和 S 是相互独立的随机变量时,有

$$f_{R,S}(r,s) = f_R(r)f_S(s) \tag{2.7}$$

式中,$f_R(r)$ 和 $f_S(s)$ 分别为 R 和 S' 的概率密度函数,这时失效概率为(图 2.1)

$$P_f = \iint_{r<s} f_R(r)f_S(s)\,\mathrm{d}r\mathrm{d}s = \int_{-\infty}^{+\infty}\left[\int_{-\infty}^{S} f_R(r)\,\mathrm{d}r\right]f_S(s)\,\mathrm{d}s = \int_{-\infty}^{+\infty} F_R(s)f_S(s)\,\mathrm{d}s \tag{2.8}$$

式中,$F_R(r)$ 为 R 的概率分布函数,即

$$F_R(r) = \int_{-\infty}^{r} f_R(r)\,\mathrm{d}r \tag{2.9}$$

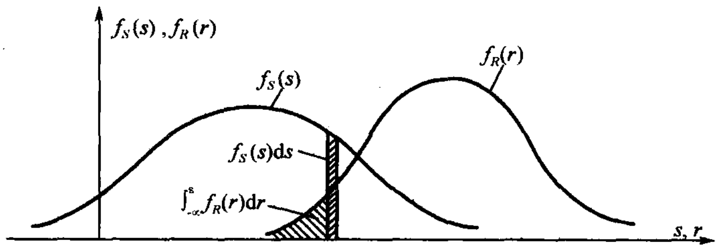

图 2.1

此外,交换(2.8) 式中的积分次序,失效概率的计算式还可写成

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty}\left[\int_{r}^{+\infty} f_S(s)\,\mathrm{d}s\right]f_R(r)\,\mathrm{d}r = \int_{-\infty}^{+\infty}\left[1 - \int_{-\infty}^{r} f_S(s)\,\mathrm{d}s\right]f_R(r)\,\mathrm{d}r = \int_{-\infty}^{+\infty}\left[1 - F_S(r)\right]f_R(r)\,\mathrm{d}r \tag{2.10}$$

式中,$F_S(s)$ 为 S 的概率分布函数,即

$$F_S(s) = \int_{-\infty}^{S} f_S(s)\,\mathrm{d}s \tag{2.11}$$

类似地,对于结构的可靠度,有

$$p_r = \iint_{r\geqslant s} f_{R,S}(r,s)\,\mathrm{d}r\mathrm{d}s \tag{2.12}$$

当 R 和 S 相互独立时则有

$$p_r = \iint_{r\geqslant s} f_R(r)f_S(s)\,\mathrm{d}r\mathrm{d}s = \int_{-\infty}^{+\infty}\left[1 - F_R(s)\right]f_S(s)\,\mathrm{d}s = \int_{-\infty}^{+\infty} F_S(r)f_R(r)\,\mathrm{d}r \tag{2.13}$$

2.2.4　可靠性指标

在上节所述最简单的情况下,若工作应力 S 和强度 R 是相互独立的随机变量,那么结构的

失效概率可由(2.8) 式或(2.10) 式计算。然而,只有当 S 和 R 具有某几种特定概率分布时,根据这些公式计算的失效概率才有解析表达式。下面来讨论其中最典型的一种情况,即 S 和 R 为相互独立的正态分布随机变量的情况。

当 S 和 R 为相互独立的正态分布随机变量时,它们的概率密度函数分别为

$$f_S(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_S}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{S-\mu_S}{\sigma_S}\right)^2\right] \tag{2.14}$$

$$f_R(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_R}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{R-\mu_R}{\sigma_R}\right)^2\right] \tag{2.15}$$

式中,μ_S 和 σ_S 分别为 S 的均值和标准差,μ_R 和 σ_R 分别为 R 的均值和标准差。

现定义一个新的随机变量 Z,令

$$Z = R - S \tag{2.16}$$

由于 Z 是 S 和 R 的线性函数,由概率论可知它也是一个正态分布的随机变量,它的概率密度函数为

$$f_Z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_Z}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{Z-\mu_Z}{\sigma_Z}\right)^2\right] \tag{2.17}$$

式中,μ_Z 为 Z 的均值,σ_Z 为 Z 的标准差,它们分别为

$$\mu_Z = \mu_R - \mu_S \tag{2.18}$$

$$\sigma_Z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \tag{2.19}$$

显然,当 $Z > 0$ 时,$R > S$,结构是安全的;当 $Z = 0$ 时,$R = S$,结构达到极限状态;当 $Z < 0$ 时,$R < S$,结构发生破坏。因此,结构的失效概率可写成

$$p_f = P(R < S) = P(Z < 0) = \int_{-\infty}^{0} f_Z(z)\mathrm{d}z = F_Z(0) \tag{2.20}$$

式中,$F_Z(z)$ 为 Z 的概率分布函数,即

$$F_Z(z) = \int_{-\infty}^{z} f_Z(z)\mathrm{d}z = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_Z}\int_{-\infty}^{z}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{Z-\mu_Z}{\sigma_Z}\right)^2\right]\mathrm{d}z \tag{2.21}$$

再将变量 Z 标准正态化,令

$$Y = \frac{Z-\mu_Z}{\sigma_Z} \tag{2.22}$$

于是有

$$F_Z(z) = \Phi(y) \tag{2.23}$$

式中,Φ 为标准正态分布函数,即

$$\Phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{y}\exp\left(-\frac{y^2}{2}\right)\mathrm{d}y \tag{2.24}$$

这样,(2.20) 式可以写成

$$P_f = F_Z(0) = \Phi\left(-\frac{\mu_Z}{\sigma_Z}\right) = \Phi(-\beta) \tag{2.25}$$

式中

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \tag{2.26}$$

β 称为结构的“可靠性指标”(reliability index)。

结构的可靠度也可用可靠性指标来表示。由于标准正态分布函数是对称的,所以有

$$\Phi(-\beta) = \int_{-\infty}^{-\beta} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right)\mathrm{d}y = \int_{\beta}^{+\infty} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right)\mathrm{d}y = 1 - \int_{-\infty}^{\beta} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right)\mathrm{d}y = 1 - \Phi(\beta) \tag{2.27}$$

于是,结构的可靠度为

$$P_r = 1 - P_f = 1 - \Phi(-\beta) = \Phi(\beta) \tag{2.28}$$

从(2.25)式和(2.28)式可见,可靠性指标β与失效概率p_f或可靠度p_r之间有着一一对应的关系,因此常用它来作为结构可靠性的度量。

(2.26)式将可靠性指标β、强度R及工作应力S三者联系起来,有时将它称为“联结方程”或“耦合方程”。当R和S为相互独立的正态分布随机变量时,根据联结方程即可计算出可靠性指标β,然后从标准正态分布表就可以查得失效概率 p_f 或可靠度 p_r。除了标准正态分布表,在本书第 8 章中还介绍了一些标准正态分布函数的计算方法。

以上讨论也适用于R和S是相关的正态分布随机变量的情况,这时(2.19)式中Z的标准差应改成

$$\sigma_Z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2 - 2\mathrm{cov}(R,S)} \tag{2.29}$$

式中,$\mathrm{cov}(R,S)$ 为 R 和 S 的协方差。

下面举一个利用联结方程计算的例子。

例 2－1　设一海洋结构可简化成垂直悬臂梁与海底刚性连接(图 2.2)。在连接处由波浪载荷引起的应力 σ 服从正态分布,其均值和标准差分别为μ_σ =250 MPa 和σ_σ = 62.5 MPa;材料的屈服极限σ_y亦服从正态分布,其均值和标准差分别为 μ_{σ_y} = 435 MPa 和σ_{σ_y} = 27.0 MPa。现考虑该结构在与海底连接处发生屈服破坏的极限状态,并认为连接处的应力与材料的屈服极限相互独立,试计算失效概率。

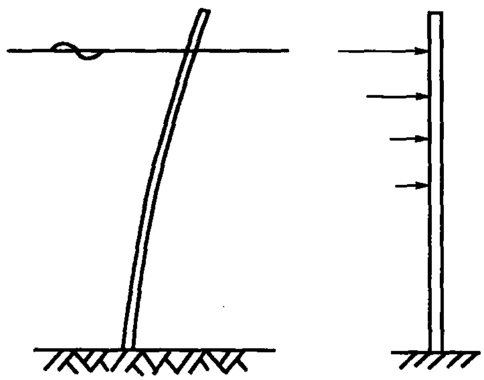

图 2.2

解　由于连接处的应力和材料的屈服极限均服从正态分布且相互独立,故可用联结方程计算可

靠性指标。将已知数据代入(2.26)式得

$$\beta = \frac{435 - 250}{\sqrt{27.0^2 + 62.5^2}} = 2.72$$

查标准正态分布表得失效概率为

$$p_f = \Phi(-2.72) = 0.003\,264$$

可靠度为

$$p_r = 1 - p_f = 1 - 0.003\,264 = 0.996\,736$$

2.3 结构可靠性问题的数学定义

2.3.1 安全裕量和极限状态函数

在上节导出联结方程的过程中曾引入一个随机变量 Z(见(2.16)式),它是强度与工作应力的差值,因此可以看成是结构安全裕度的一种度量。当 $Z>0$ 时,结构具有正的安全裕度,因此是安全的;当 $Z=0$ 时,结构的安全裕度为零,因此达到极限状态;当 $Z<0$ 时,结构的安全裕度成为负值,因此就发生破坏。Z 称为结构的“安全裕量”(safety margin),对于大部分实际结构,强度和工作应力往往是由其他许多随机的基本物理量组成的,或者说,是一系列基本随机变量的函数。例如,工作应力可能是载荷、结构尺度等基本随机变量的函数;强度可能是材料性能、结构尺度等基本随机变量的函数。然而不管情况如何复杂,我们总能够写出相应的安全裕量 Z。在一般情况下,Z 也是一系列基本随机变量的函数,即

$$Z = G(X_1, X_2, \cdots, X_n) = G(\boldsymbol{X}) \tag{2.30}$$

式中,$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为基本随机变量,$\boldsymbol{X} = [X_1, X_2, \cdots, X_n]^{\mathrm{T}}$ 为由基本随机变量构成的 n 维随机矢量。

在(2.30)式中,G 表示安全裕量与基本随机变量之间的函数关系,称为“极限状态函数”(limit state function),它可以是线性的,也可以是非线性的。这里要注意极限状态函数与安全裕量是两个不同的概念。安全裕量 Z 是一个随机变量,极限状态函数 G 则只是一种函数形式,它并不一定是随机的。只有当 G 的自变量是随机变量时,它才是一个随机函数。

例 2－2 设有一细长圆柱受轴力 P 作用,该柱的承载能力可用下式表示:

$$P_{\mathrm{C}} = \frac{\pi^3 E D^4}{64 L^2} \tag{2.31}$$

式中,D 和 L 分别为柱的直径和长度,E 为材料的弹性模量,D, L, E 和 P 均为随机变量,试写出该柱的安全裕量 Z。

解 当柱的承载能力 P_{C} 大于作用在柱上的轴力 P 时,结构是安全的;当 P_{C} 等于 P 时,结