

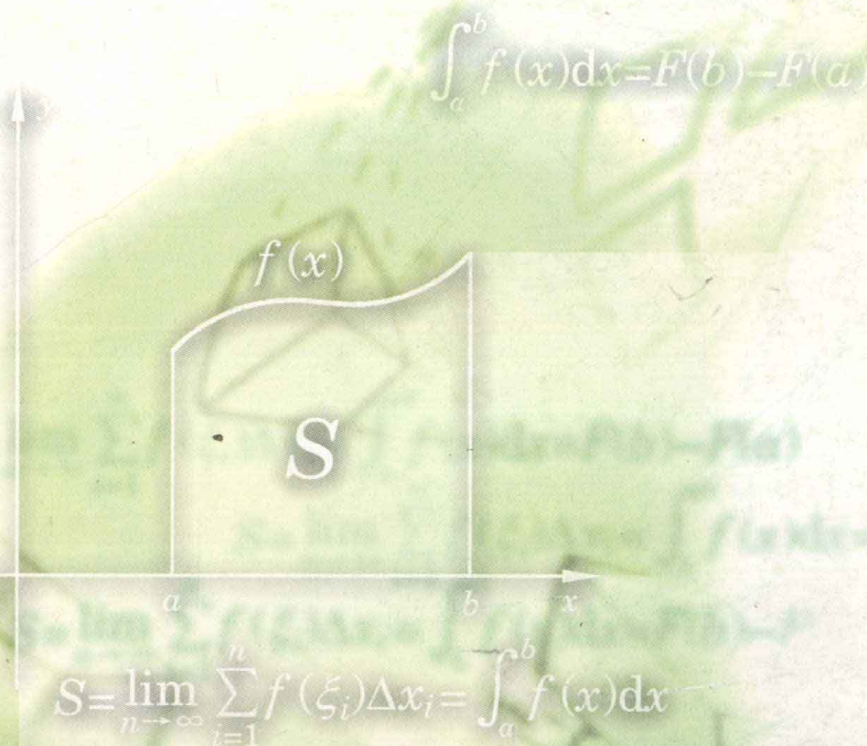
小学教育专业教材

高等数学

GAODENG SHUXUE

◎ 李叶明 主编

文科版



GUANGXI NORMAL UNIVERSITY PRESS

广西师范大学出版社

小学教育专业教材

高等数学

GAODENG SHUXUE

◎ 李叶明 主编

文科版

广西师范大学出版社

· 桂林 ·

图书在版编目(CIP)数据

高等数学：文科版 / 李叶明主编. —2 版. —桂林：
广西师范大学出版社，2002.8 (2005.9 重印)
小学教育专业教材
ISBN 7-5633-3340-1

I. 高… II. 李… III. 高等数学—高等学校：师
范学校—教材 IV. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 065555 号

广西师范大学出版社出版发行

(广西桂林市育才路 15 号 邮政编码：541004)
(网址：http://www.bbtpress.com)

出版人：肖启明

全国新华书店经销

广西师范大学印刷厂印刷

(广西桂林市临桂县金山路 168 号 邮政编码：541100)

开本：890 mm × 1 240 mm 1/32

印张：14.625 字数：388 千字

2002 年 8 月第 2 版 2005 年 9 月第 2 次印刷

印数：9 201~12 200 册 定价：18.60 元

如发现印装质量问题，影响阅读，请与印刷厂联系调换。

再版说明

ZAIBAN SHUOMING

由广西壮族自治区教育厅组织区内专家自行开发的广西小学教育专业(专科)教材,按照“广西小学教育专业(专科)教材开发总体设计”的部署,于2001年秋季完成了四大类共计19门课程教材的编写出版,

这19门课程教材分别是:

通识课教材:《应用哲学方法论》、《科学技术与社会》、《中国文化概论》、《大学语文》;

文科方向专修课教材:《中国文学》、《中国古代文学作品选》、《外国文学作品选析》、《古代汉语》、《文学理论基础》、《名著选读》、《高等数学》;

理科方向专修课教材:《高等数学》、《初等数论》、《数学方法论》、《大学化学》;

教育科学课程教材:《教育原理》、《教育科学研究方法》、《课程与教学》、《发展心理学》.

这19门课程教材编写出版以后,在我区17所开办小教大专班的中师学校投入使用,至今整整使用了一年.其间,在广西小学教育专业建设专家指导委员会及广西小教大专课题组的领导和组织下,由钟海青教授带队到部分学校对这套教材的编写质量和使用状况进行了专题

调查研究,广泛征求师生们的意见,形成了进一步修订并完善教材的思路.在此基础上,召开了小教大专专家指导委员会全体成员和教材主编专题会议,认真研究教材修订和再版的问题.会上,调查组向各位主编通报了师生们对各科教材的使用意见,并提出了修订教材的基本思路.各位主编针对教材使用的信息进行了热烈的讨论,明确了各自修订教材的思路和任务,表示要在吸纳师生意见的基础上进一步解放思想,开拓创新,结合我区小教大专的实际,开发出更能满足广大师生需要,具有广西特色的专用教材.经过半年多的努力,根据“总体设计,分步实施,改革完善,推广应用”的教材建设总目标,教材的修订版终于问世了.这一次教材修订不仅是主编和作者的智慧的再挖掘,而且是各承担小教大专教育的中师学校的广大师生共同参与、努力的结果.对此,我们表示衷心的感谢!

本次修订在加强教材使用对象的针对性(如我区小教大专教育及教育对象的现实基础、我区民族地区的文化特点等)、学生学习的实践性和“与时俱进”的时代性等方面作出了较大的努力.此外,经过修订,教材的科学性和可读性也明显提高.尽管如此,由于我们的科学认识水平和编写能力有限,本套教材仍然会有许多不足之处.我们真诚地希望广大教师和学生在使用该套教材的过程中继续向我们提出宝贵的意见,也希望有关专家不吝赐教.

广西小学教育专业教材编写委员会
2002年7月

绪 论^①

微积分是高等数学最重要的部分,它是研究事物运动和变化规律的数学方法.微积分创立于继欧几里得几何学之后,是数学中最伟大的创造,也是人类文化宝库中的精品.

恩格斯指出:“如果说,在中世纪的黑夜之后,科学以意想不到的力量一下子重新兴起,并且以神奇的速度发展起来,那么,我们要再次把这个奇迹归功于生产.”

14 世纪至 16 世纪,欧洲进入文艺复兴时期.从 16 世纪起,资本主义生产力比较快地提高,促进新技术的使用,引发工业革命.资本主义初期,在实践和理论中,提出了大量数学问题,主要集中在以下四个方面:

1. 航海和战争促进了天文学的发展.由天文学和生产实践中提出自由落体、抛射体的运动,摆的振动,行星的运行规律以及月球运动规律等问题,都要求出变速运动的瞬时速度和加速度,反之由加速度求出速度和距离的函数.

2. 确定运动物体在其轨道上任一点处的运动方向.为了提高望远镜的质量,就需要研究光线通过透镜的通道,从而提出求曲线的切线问题.

3. 求函数的最大、最小值.

① 注:绪论提到的一些史料,主要摘自参考文献 1、2、3.

4. 求曲线的长度、曲线所围的面积、曲面围成的体积、物体的重心等的一般方法.

恩格斯说:“如果说……技术在很大程度上依赖于科学状况,那么,科学状况在更大的程度上依赖于技术的状况和需要,社会一旦有技术上的需要,则这种需要就会比十所大学更能把科学推向前进.”

16 世纪至 17 世纪中叶,在欧洲相继出现一批有成就、有代表性的科学家,如开普勒、伽利略、卡当、笛卡儿、费尔马等. 他们的研究,使数学的思想和方法得到了发展与成熟. 特别地,在 1637 年笛卡儿发表了《几何学》,创立了解析几何,对微积分的创建起到了直接的推动作用. 正如恩格斯所说:“数学中的转折点是笛卡儿变数. 有了变数,运动进入了数学;有了变数,辩证法进入了数学;有了变数,微分和积分也就立刻成为必要的了,而他们也就立刻产生,并且是由牛顿和莱布尼茨大体上完成的……”

牛顿在研究变速运动的物理模型中,创立了微积分. 莱布尼茨则从几何研究创立了微积分.

微积分发展的初期,已经夺得两项重大胜利.

第一项是 1687 年,牛顿发表《自然哲学的数学原理》,用微积分阐述了他的力学体系,解释了天体运动的规律. 1840 年,英国的亚当斯和法国的勒维烈同时使用数学方法,发现了海王星. 亚当斯等天文学家,观察到天王星的运行有“失常”(所谓失常,就是偏离了使用天体运动规律算出的运行轨道)现象,于是猜想天王星的附近还有一颗不知道的行星 x ,他们先假设 x 的运行轨道是圆,结果与观测结果出入很大. 再设想 x 的运行轨道为椭圆,经计算,误差缩小. 经过多次反复修改假设,逐步逼近观测结果. 他们把结果寄给柏林天文台,信中写道:“请把望远镜对准黄道上经度为 326 度的地方,你会看到一颗九等小星.”天文台果然发现了这颗小行星——海王星.

第二项是 19 世纪中叶,麦克斯韦把当时所知的电磁现象,通过数学处理,总结为著名的麦克斯韦微分方程,从而在数学理论上推断出电

磁波的存在,促使物理学家在实验室寻找它.隔了20多年,赫兹终于找到了电磁波.再过13年,马可尼利用电磁波实现了无线电通讯的梦想.

通过对科学技术史的分析,不难看出,数学是一切科学技术的先导和基础.例如,没有微积分,就没有现代通讯的一切,即没有无线电,没有电报,没有收音机、电视,没有雷达,等等.又例如1946年,计算机的诞生是以1847年所创立的布尔代数为理论基础的.可以这么说,没有现代数学科学,现在的一切文明和科学技术都是不可能的.1800年左右,法兰西天才军事家拿破仑一世,凭借他的经验和直觉,曾提出“国富民强要依靠数学的发达”的著名论点.拿破仑在青少年时代就很喜爱几何学,受教于大数学家拉普拉斯.他由此意识到数学对物质生产技术的促进和人类精神素质的提高,都有十分重要的作用.

克莱因曾指出:“一个时代的总体特征,在很大程度上与这个时代的数学活动密切相关.”这是因为,数学不仅是一切科学技术的工具和基础,而且数学教育的水平还决定了人们文化素质的高低.

据说古代柏拉图(公元前427—公元前369)曾在他的哲学学校门口张榜声明,不懂几何学的人,不要进入他的哲学学校.这并不是因为他的学校里所学的课程,非要用到几何知识不可,他只是着眼于提高学生的文化素质.据悉,英国大学里的律师专业,开设了许多数学课程.这不是因为英国律师所学的法律课程都要以高深的数学为基础,而是因为通过严格的数学训练,律师可以养成一种坚定不移,而又客观公正的品格,使之形成一种严格而精确的思维习惯.这对他们的事业取得成功大有裨益.

美国著名的西点军校,被誉为西方名将的摇篮.建校将近200年来,军校规定学员必须学习许多高深的数学课.这也是因为只有经过严格的数学训练,才能使学员们在军事行动中,把那种特殊的活力与灵活的快速性互相结合起来,才能使学员具有把握军事行动的能力和适应性,从而为他们驰骋疆场打下坚实的基础.

“坚定不移,客观公正,严格而精确的思维习惯,特殊的活力,灵活

的快速性、适应性以及较高水平的文化素质,等等”这些品质,对未来的小学教师,显然也是十分必要的.因此在高等学校的小学教育文科专业中开设高等数学课程是十分必要的.

日本数学家、数学教育家米山国藏曾指出:“学生进入社会后,几乎没有机会应用他们所学到的数学知识,因而这种作为知识的数学,通常在学生出校门后不到一两年就忘掉了,然而不管人们从事什么业务工作,那种铭刻于头脑中的数学精神和数学思想方法,却长期地在他们的生活和工作中发挥着重要的作用.”因此对数学的教育和学习,应放弃那种纯粹实用主义的观点,应注意文化素质的培养.

基于以上的看法,我们在编写的《高等数学》时注意到:

1. 小学教师学习高等数学,最重要的目的是提高文化素质,学习其中的数学精神和数学思维方法.本书在讲清数学基本知识的同时,注意数学思维方法的训练,使用各种数学猜想法去探索定理的内容、证法,使学生从中学会思考问题的方法.

2. 为了提高学生学习兴趣,也为了扩展学生的知识面,本书配备九篇“阅读与欣赏”,有些是诗,有些是数学史,有些则是数学实际的或有趣的应用,让学生在知识学习的同时,欣赏数学美,提高学习数学的信心和兴趣.

美国数学家、数学史专家 M. 克莱因指出:“课本中的字斟句酌的叙述,未能表现出创造过程中的斗争、挫折,以及在建立一个可观的结构之前,数学家所经历的艰苦漫长的道路.而学生一旦认识到这一点,他将不仅获得真知灼见,还将获得顽强地追求他所攻问题的勇气,并且不会因为他自己的工作并非完美无缺而感到颓丧.实在说,叙述数学家如何跌跤,如何在迷雾中摸索前进,并且如何零零碎碎地得到他们的成果,应能使搞研究工作的任一新手鼓起勇气.”

我们在“阅读与欣赏”中,写了一些数学史,例如“四、极限概念形成简史”.极限从 1655 年沃利斯正式提出初形,到现代的“ ϵ - δ ”定义的确立(1856 年由魏尔斯特拉斯定义),经历了整整 200 多年(1655 年之前

各种极限思想的萌芽和积累不在内). 极限是最“难产”的一个数学概念,因而也比较难理解. 为了降低难度,这本书只采用直观的极限定义. 对有些定理,只用猜想方法,猜出它的内容,而略去证明.

本书的第一章到第六章介绍了一元微积分的主要内容.

小学数学的范围主要是整数和分数. 我们认为未来的小学教师对整数知识有所了解,对他们今后的教学工作是大有裨益的,因此安排了第七章数论初步.

概率和数理统计是与现实世界联系最为密切、应用最广泛的数学学科之一. 它的理论和方法已被广泛地应用于自然科学、技术科学、社会科学的各个领域. 教师在教育和教学研究中也离不开概率统计知识. 书的第八章将介绍概率统计的最基本的知识和方法,以及一些简单的应用.

如果限于教学时数,可以将第七、八章作为选学内容.

李叶明
2001.3.20

阅读与欣赏	1
一、数学	1
二、微积分方法,运动和静止	7

第一章 函数

1.1 函数的概念	9
一、函数的定义	9
二、区间	10
三、求函数的定义域	12
练习 1.1	16
1.2 函数的几种特性	18
一、函数的奇偶性	18
二、函数的单调性	20
三、函数的有界性	22
四、函数的周期性	22
练习 1.2	23
1.3 反函数与复合函数	25
一、反函数	25
二、复合函数	27
练习 1.3	28
1.4 初等函数	29
一、基本初等函数及图象	29
二、初等函数	33

练习 1.4	37
1.5 函数分析方法	38
一、函数方法的实际应用	38
二、列函数式	40
练习 1.5	41
小结	42
第一章习题	43
阅读与欣赏	45
三、函数概念的形成和发展	45

第二章 极限和连续

2.1 数列极限	49
练习 2.1	53
2.2 数列极限的四则运算	54
练习 2.2	58
2.3 函数极限	60
一、函数极限	60
二、函数极限的四则运算法则	61
三、函数的左极限和右极限	65
练习 2.3	67
2.4 函数的连续性	69
一、函数连续的概念	69
二、在闭区间上连续函数的性质	72
三、初等函数的连续性	75
练习 2.4	80
2.5 两个重要极限	82

练习 2.5	86
2.6 无穷小和无穷大	87
练习 2.6	90
小结	91
第二章习题	93
阅读与欣赏	97
四、极限概念形成简史	97

第三章 导数和微分

3.1 导数的概念	101
一、瞬时速度问题(模型一)	101
二、曲线的切线斜率问题(模型二)	102
三、导数的定义	103
四、导数的物理意义和几何意义	107
五、函数的可导性与连续性的关系	108
练习 3.1	110
3.2 导数的计算	111
一、一些基本初等函数的导数	111
二、求导法则和导数公式表	113
练习 3.2	124
3.3 隐函数的导数	127
练习 3.3	129
3.4 高阶导数	130
练习 3.4	132
3.5 微分及其应用	133
一、微分的定义和计算方法	133

二、微分的几何意义	136
三、利用微分作近似计算	137
练习 3.5	140
小结	141
第三章习题	142

第四章 导数的应用

4.1 微分中值定理	146
一、问题的提出	146
二、观察图形提出猜想	147
三、观察图形得到证明思路	148
四、微分中值定理的证明	149
练习 4.1	151
4.2 不定式的极限	152
一、 $\frac{0}{0}$ 型不定式	153
二、 $\frac{\infty}{\infty}$ 型不定式	155
三、其他类型的不定式	156
练习 4.2	159
4.3 利用导数研究函数的性态	160
一、函数的增减性	160
二、曲线的凹向	162
三、函数的极大值与极小值	163
四、函数的最大值与最小值	166
五、作函数图象	170
练习 4.3	173
小结	175

第四章习题	176
-------------	-----

第五章 不定积分

5.1 原函数和不定积分	179
一、原函数	179
二、不定积分	181
练习 5.1	183
5.2 基本积分公式	184
练习 5.2	184
5.3 不定积分的运算法则	187
练习 5.3	190
5.4 换元积分法	191
一、第一换元积分法	191
二、第二换元积分法	195
练习 5.4	198
5.5 分部积分法	201
练习 5.5	205
小结	207
第五章习题	208

第六章 定积分及其应用

6.1 定积分的概念	211
一、定积分的定义	211
二、定积分的性质	219
练习 6.1	221
6.2 微积分基本公式	223

练习 6.2	226
阅读与欣赏	228
五、牛顿—莱布尼茨公式的另一种证法——兼谈数学猜想方法	228
6.3 定积分的换元积分法与分部积分法	234
一、换元积分法	234
二、分部积分法	238
练习 6.3	240
6.4 定积分的应用	242
一、微元法	242
二、求平面曲线的弧长	243
三、求平面图形的面积	245
四、旋转体的体积	248
五、定积分在物理上的应用	251
练习 6.4	255
小结	258
第六章习题	260
阅读与欣赏	266
六、三个宇宙速度的计算	266

第七章 数论初步

7.1 整数的整除性	270
一、整数的整除性	270
二、最大公约数与最小公倍数	278
三、质数与合数	286
练习 7.1	290

阅读与欣赏	292
七、哥德巴赫猜想	292
7.2 不定方程	295
一、二元一次不定方程	295
二、一次不定方程组	299
三、多元一次不定方程	301
四、某些特殊的高次不定方程	304
五、商高不定方程	307
练习 7.2	311
阅读与欣赏	313
八、费尔马大定理	313
7.3 同余	314
一、同余的概念和性质	314
二、剩余类及完全剩余系	318
三、简化剩余系和欧勒函数	320
四、一次同余方程	323
五、一次同余方程组	327
练习 7.3	335
小结	337
第七章习题	337

第八章 概率统计初步

阅读与欣赏	341
九、概率统计方法	341
8.1 事件与概率	351
一、随机试验与随机事件	351
二、概率	354