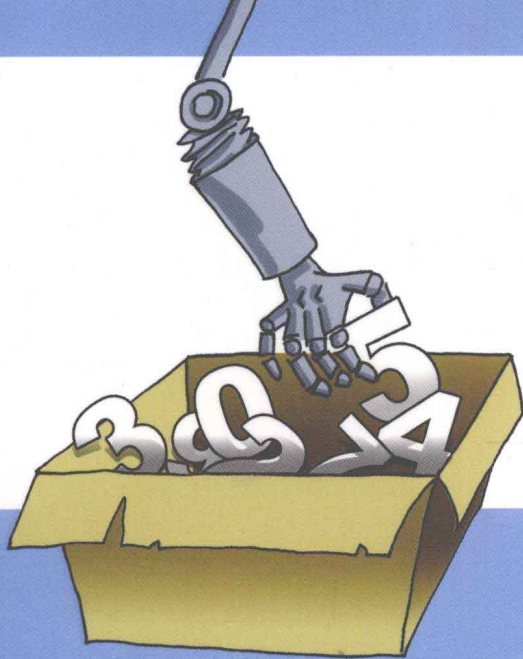


统 | 计 | 通 | 俗 | 读 | 本 |



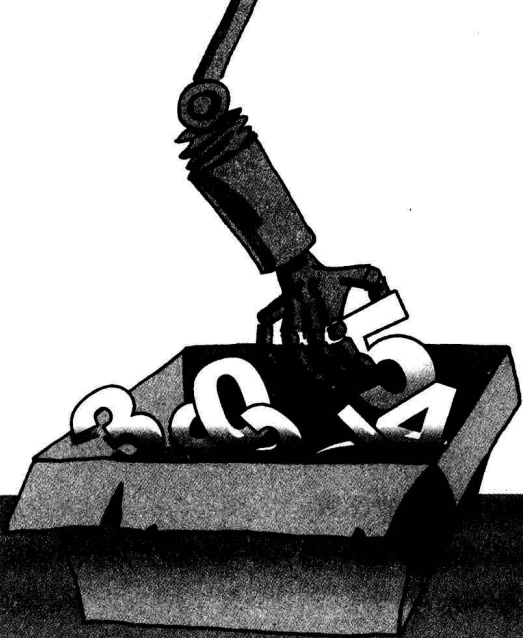
# 探访 随机世界

TAN FANG SUI JI SHI JIE

魏振军 著

 中国统计出版社  
China Statistics Press

统 | 计 | 通 | 俗 | 读 | 本 |



# 探访 随机世界

TAN FANG SUI JI SHI JIE

魏振军 著

 中国统计出版社  
China Statistics Press

## (京)新登字 041 号

### 图书在版编目(CIP)数据

统计通俗读本:探访随机世界/魏振军著. —北京:中国统计出版社,2010: 2

ISBN 978-7-5037-5863-8

I. ①统… II. ①魏… III. ①概率论—普及读物②数理统计—普及读物 IV. ①O21-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 210708 号

### 统计通俗读本:探访随机世界

---

作 者/魏振军

责任编辑/陈悟朝 张 赏

装帧设计/杨 超

出版发行/中国统计出版社

通信地址/北京市西城区月坛南街 57 号 邮政编码/100826

办公地址/北京市丰台区西三环南路甲 6 号

网 址/[www.stats.gov.cn/tjshujia](http://www.stats.gov.cn/tjshujia)

电 话/邮购(010)63376907 书店(010)68783172

印 刷/河北天普润印刷厂

经 销/新华书店

开 本/710×1000mm 1/18

字 数/240 千字

印 张/20.25

印 数/1—5000 册

版 别/2010 年 1 月第 1 版

版 次/2010 年 1 月第 1 次印刷

书 号/ISBN 978-7-5037-5863-8/O·72

定 价/38.00 元

---

中国统计版图书,版权所有。侵权必究。

中国统计版图书,如有印装错误,本社发行部负责调换。

## 作者的话

把统计知识以大众喜闻乐见的形式写出来,让普通读者能够比较容易地接受,是作者写这套读物的初衷。作者从1980年代开始探索对概率统计进行改革,不仅尝试以多种方式引进计算机教学,还编写了几套注重联系实际的教材。作者的这些工作在世纪之交即引起国家统计局的关注。2005年,中国统计出版社的领导和杨映霜编审等希望作者在原有工作基础上,编写一套统计通俗读本,以深入浅出、喜闻乐见的形式向大众普及统计知识。

写作这样两本书旷日四年之久,是作者始料不及的。最初,作者曾设想并起草过几种写作方式,但是均不尽如人意。现在读者拿到的通俗读本,作者曾反反复复修改多次,缺憾虽然存在,但作者是尽心尽力了。

《漫游数据王国》和《探访随机世界》是统计通俗读本相互衔接的姊妹篇。这两个系列不同于一般的教科书,它具有下述特色:

一、在内容上,对概念的介绍力求通俗易懂,较少推导证明,但也不是概率统计案例和素材的简单堆砌。全书采用讲故事、说案例的活泼方式,介绍概率统计的常用知识和方法,把作者对于概率统计的理解用通俗的语言说给读者。

二、写作中,作者注重联系实际,与人文素质教育紧密结合。书中的案例素材取材广泛,涉及古今中外,既有中国的历史典故、奇闻轶事,也有外国的一些历史事件,读者在阅读本书的同时,还能扩大

视野,增长知识。

三、在结构上,既坚持内容的连贯性,又注意各篇的相对独立性。一些内容的阅读可不拘泥于先后次序。

四、阅读本书不需要有太高的数学基础,具有初中以上文化水平的读者均可阅读学习。

在编写本书的同时,我们还制作了与本书内容基本相同的Flash系列故事片。故事片声像结合、图文并茂,只要借助个人计算机就可浏览。另外,在研究生和多名本科毕业学员的协助下,作者还研制了概率统计教学辅助软件,遴选其中的精华与通俗读本同时出版,它给学习者提供了一个参与概率统计试验,探索随机现象规律性的虚拟环境,对于理解读本相关内容大有裨益。

现阶段的中学数学课标中已把初等概率统计纳入其中,本书及教学片光盘涵盖了中学教材中的相关知识点,有兴趣的教师和学生可以把本书和Flash系列故事片作为教学和学习的参考资料。

在写作本书的过程中,中国统计出版社的许多同志给予过积极配合;概率统计学界的前辈严士健、茆诗松、赵人杰教授一直关注着作者的工作。特别是,步入耄耋之年的严士健教授认真审阅全书,欣然动笔作序,还亲自参加审稿会;成书之时,中国人民大学的吴喜之教授身在国外,他仍接受中国统计出版社的委托对书稿仔细审查,并提出了中肯的改进意见;全国人大财经委副主任贺铿、中央财经大学邱东教授、中国科学院冯士雍研究员、中国人民大学袁卫教授、中国传媒大学柯惠新教授、天津财经大学肖红叶教授、北京师范大学李勇教授等或者亲自与会或者写出函审意见,正是有了如此众多专家的指导,作品才能达到目前的水准。国家统计局的领导对书稿的写作很重视,徐一帆、谢鸿光副局长亲自出席审稿会,对作者的工作给予热情鼓励。国家统计局直属机关的王吉利、文兼武、毛有丰、夏荣坡、韩际平、孙慧等一些同志用不同方式给予过帮助;作者本校解放军信息工程大学领导和机关给予过关怀;郑州市幼儿师范学校的王希克老师、解放军信息工程大学毕业学员时光曾协助配

音。值此通俗读本和 Flash 系列故事片光盘出版发行之际,作者谨对以上人员的支持和帮助表示诚挚谢意!

作者能全身心写书和制作课件与家人的支持不无关系,我的爱人在安排好生活的同时多方搜集查找资料,使作品增大信息量和趣味性;我的女儿利用节假日和工作之余认真审阅全书,对涉及到的公式、数据进行了仔细推导验算。正是有他们的积极协助与配合,才使全系列作品在祖国六十华诞问世。

在写作这套读本的过程中,作者参考了大量的国内外书籍,并把主要的参考书籍在书后列出。特别需要申明的是:这套读物是网络时代的产物,书中引述的案例和动画片使用的图片有一些参考了互联网上的相关资源,其中有的资源在原始网站就查不到作者,无法一一注明出处。由此如果影响哪位学者的权益,还请原作者谅解。

因为是第一次编写普及读物,我们的写作方法未必得当,在内容取舍方面也未必合适。特别是,作者 30 年来主要是讲授数理统计学,涉猎社会统计学较晚,虽然作者在撰写这些内容时十分谨慎,仍不免会有错误之处。另外,即便是概率论和数理统计学中的有关内容也会有不当之处,恳请批评指正。

作者

2009 年 10 月 于郑州

# 序 言

2009年的端午节,中国统计出版社的两位编辑给我送来一套书稿,它是解放军信息工程大学魏振军教授编写的《统计通俗读本:漫游数据王国》。编辑同志告诉我,作者同时出版的另一本为《统计通俗读本:探访随机世界》。

对于本书的作者,我比较了解。魏振军教授涉足概率统计领域整整30年,她为概率统计教学改革做了不少工作。早在20年前,国内教学的计算机辅助教学软件尚属初创的时候,她就开发出概率统计辅助教学软件。1991年4月,我和一些同行专家为她研制的概率统计辅助教学软件和录像片开过评审会,其中的模拟试验和演示让人耳目一新。与会专家一致认为:为了概率统计向广大群众推广普及,觉得有必要尽早向社会推出这类软件,而且它对大学学生学习、理解概率统计也大有好处(当时中学还没有开设概率统计的计划)。这位同志,认准并且一直坚持这条教学改革路子,听说世纪之交她们还制作了概率统计网络课程,其中包括用Java语言编制的能在网络上运行的《概率统计虚拟实验室》。应该说,在概率统计老教师中她是少有的“多面手”,成果较多。

这次魏振军教授和出版社要求我为《统计通俗读本》的出版写几句话。我认为她有了多年的素材积累,以她扎实的学术和计算机技术功底,丰富的教学经验,加上现代互联网条件,有条件写出一套好的配有概率统计课件的通俗读物。由于种种原因,我对书稿只能

大致浏览一番,但也有颇多感受,不揣冒昧,谈几点个人意见:

这是一套经过作者精心选材和处理的通俗读本。作者选出统计最基本的概念和方法;围绕这些概念和知识,遴选社会、经济以及日常生活和工作经常遇到的实际课题;对每一课题,提出需要回答的具体问题,这些问题有的是中外以往遇到的有名或者有趣的具体问题,或者是日常遇到的问题;然后从问题的实际背景出发,经过分析,引导到统计的相应概念和方法,给出答案。这样,可以帮助读者正确理解提出问题、解决问题的过程,大大增强了内容的直观性、趣味性和贴近生活。书中还通过历史上一些虽运用统计方法但得到不正确结论的著名例子,希望读者理解正确运用方法和理论的重要性。

更可喜的是,随这套读本的出版,还出版了相应的课件。课件可以帮助读者具体地看到数据分析方法的操作(例如抽样)过程,更直观地理解许多结论(例如区间估计)的确切含义。如果读者在阅读课本的同时,阅读课件,我想对统计会有更深入(也许有时甚至是出乎意料!)的理解。

改革开放 30 年,我国的经济和社会生活发生了重大变化。一方面已经成为一个经济大国,另一方面,面临着从来没有的巨大挑战。我们国家、民族要走在当今科学、技术空前发达的信息时代的前列,必须在科学、技术和人文、社会科学方面创新,掌握科学的发展方向并创造各个方面的核心技术;提高全民族的科学文化素质。一个不容忽视的事实是,生活在 21 世纪的人们一定会与数据朝夕相处,从数据中提取信息,作出决策,因此,向广大群众普及推广统计思想和基本知识,提高他们的统计素养是必不可少的一环。在此时刻,出版发行这一套统计通俗读物(含多媒体资料),作者和出版社无疑是做了件很有意义的事情。它能帮助最广大群众了解统计的作用和初步运用解决具体实际问题;同时由于我国的基础教育已将初等统计与概率知识列为学习内容,它也可以作为中学老师的教学参考和学生的课外读物。不过,我也热切希望全社会了解:统计概率在科学的发展方面有它广大和更深入的作用,因此,在普及的



同时,加强现代统计在各个社会经济、管理、科学、技术和生产部门的推广应用同样是十分重要的任务。

借本套读本出版之机,谈了一些个人意见,供读者参考。同时预祝本书的成功。

严士健

2009. 7. 1

### 严士健教授简介

严士健,北京师范大学数学科学学院教授,我国首批博士生导师。从1982年起,先后担任北京师范大学数学系(数学科学学院前身)主任、数学与数学教学研究所所长、中国概率统计学会理事长和中国数学会副理事长兼教育工作委员会主任,国务院学位委员会第一、二、三届数学评议组成员,国家教委(现教育部)普通高校理科数学及力学教学指导委员会副主任。20世纪90年代起,开始研究我国的数学教学,在他主持的天元基金数学教育项目中,支持指导了一系列教学改革活动,1998年以来他先后担任教育部《全日制义务教育数学课程标准》顾问,《普通高中数学课程标准》研制组长。

# 目 录

## 预备知识——排列组合

- 从结绳计数说起——两个基本计数原理····· ( 1 )
- 续《花为媒》····· ( 6 )
- 老司机的忧虑····· ( 11 )
- 从田忌赛马看孙臆妙算····· ( 14 )
- 组阁奇闻····· ( 17 )
- 照相馆里算排列····· ( 22 )
- 涂色问题——美术中的数学····· ( 26 )
- 巧用组合····· ( 30 )
- 古老而神奇的“幻方”····· ( 34 )
- 揭密“股神”····· ( 39 )
- 从歧路亡羊谈起····· ( 43 )

## 探访随机世界

- 走进随机世界····· ( 48 )
- 样本空间与事件····· ( 55 )
- 事件的概率····· ( 61 )
- 生死一瞬间····· ( 65 )
- 狄青用计建奇功····· ( 68 )
- 黄鼠狼“给鸡拜年”····· ( 71 )
- 骰子的“功绩”····· ( 75 )

频率和概率 .....	( 82 )
“小信”连着大学问 .....	( 89 )
分球入箱问题 .....	( 93 )
德梅尔的“困惑” .....	( 98 )
从会面问题说几何概率 .....	(102)
一次奇特的试验——投针 .....	(107)
“概率”尽在游乐中 .....	(111)
主观概率 .....	(114)
概率论有公理 .....	(120)
守株待兔与小概率 .....	(123)
“事件和”的概率 .....	(126)
事件的独立性 .....	(133)
文坛巨匠的数学发现 .....	(137)
机会游戏中的“一杆秤” .....	(143)
“凶险的”来电显示 .....	(148)
玩扑克算概率 .....	(154)
“阉儿”最为公允 .....	(159)
“山羊还是汽车”——一个有趣的概率问题 .....	(164)
好心看守犯糊涂 .....	(170)
破解小小骗局 .....	(175)
诸葛亮与臭皮匠 .....	(179)
错抱婴儿 .....	(182)
起死回生 .....	(188)
“俗语”未必都科学 .....	(192)
疾病检测中的阴差阳错 .....	(195)
“非此即彼”中的学问 .....	(201)
概率理论研究的坚实一步 .....	(206)

概率分布 .....	(211)
数学期望 .....	(218)
随机变量的方差 .....	(223)
二项分布 .....	(228)
泊松分布 .....	(233)
几何分布 .....	(240)
事与愿违 .....	(246)
超几何分布与抽样检验 .....	(250)
正态分布 .....	(257)
碰运气游戏 .....	(266)
合理验血问题 .....	(270)
随机数与计算机模拟 .....	(274)
伯努利和大数定律 .....	(279)
均值的大数定律 .....	(282)
算法真巧妙 .....	(286)
概率直方图 .....	(290)
二项分布的正态近似 .....	(294)
正态分布与中心极限定理 .....	(299)
附录一 主要参考文献 .....	(305)
附录二 来自互联网的主要文献 .....	(307)

# 从结绳计数说起

## ——两个基本计数原理

**概要:**结绳计数是人类最早的数学,现代计数方法正是在原始的方法基础上演变而来。本篇以草原牧民计算牲畜数量为例,介绍两个基本计数原理并说明了两者的区别与联系。

人类社会经过漫长的进化历史,早在氏族公社后期,一个部落猎物有了剩余,先人们便把剩余的猎物分类饲养起来,以便日后食用。为了“统计”各类猎物数量,我们的祖先发明了结绳计数方法,并结合图形进行记



结绳计数

载。发展到今天,部分猎物的子孙演化为牲畜。在辽阔的大草原,勤劳的牧民们饲养着数以千万计的牲畜。某镇政府要把握本地牧业生产情况,采用的办法是让牧民们把各自的牲畜头数清点后分类上报,由统计员汇总。



下面是牧民们自报的数据:

张三:我家有马15匹、羊700

只、牛305头;

李四:我家有马10匹、羊612

只、牛180头。

.....

假定某镇有300户牧民,统计员统计全镇牲畜存栏数时,只

需要把各户的牛、马、羊的头数同类分别相加再汇总即可。

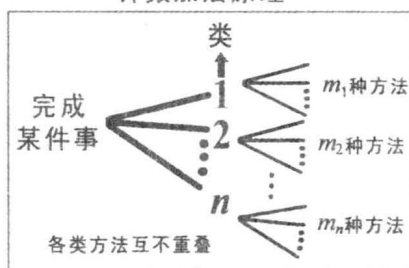
看似简单的牲畜头数计算,使用了计数中最基本的分类计数原理,也叫加法原理。一般表述为:

如果完成某件事有 $n$ 类办法,在第一类办法中有 $m_1$ 种不同的方法完成,在第二类办法中有 $m_2$ 种不同的方法完成,.....第 $n$ 类办法中有 $m_n$ 种不同的方法完成,而且各类方法互不重叠,那么完成这件事总共有 $m_1+m_2+\dots+m_n$ 种不同方法。

对于加法原理来说,各类方法互不重叠是很重要的。

例如:50个儿童参加一次游艺晚会,晚会低价供应蛋糕、冰淇淋,结果有15个儿童吃了蛋糕,20个儿童吃了冰淇淋。我们能说有35个儿童吃了蛋糕或冰淇淋吗?

计数加法原理



完成这件事总共有  
 $m_1+m_2+\dots+m_n$ 种不同的方法

这里,总数 35 是由分类相加 ( $15+20=35$ )得到的,如果每个儿童只吃一样,上面的说法就是正确的。但事实上儿童中有贪吃者,他两样都吃。比方说,有 5 个儿童既吃了蛋糕又吃了冰淇淋,上面的计算就是错误的,错就错在重复计算了 5 个贪吃者。这种情况下,正确的答案应该是:有  $15+20-5=30$  个儿童吃了蛋糕或冰淇淋。



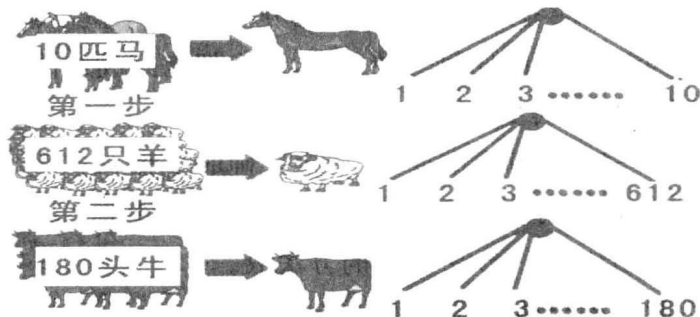
有贪吃者,两样都吃。

近些年来,草原的生态平衡越来越引起人们的关注,为防止过度放牧,牧民们都适当控制自家牲畜存栏数量。有一天,牧民李四拟从自家马、牛、羊中分别任意选取 1 头外卖,假定他共存栏 10 匹马、612 只羊和 180 头牛。问共有多少种选取方法?

这里,选取工作需要分三步完成:

第一步:选一匹马;第二步:选一只羊;第三步:选一头牛。这三步都完成,选取任务才算完成。

从 10 匹马中选一匹马,有 10 种选法;不论选到哪匹马,第二步选羊都有 612 种选法;而不论选到哪只羊,第三步选牛都有 180 种选法。所以,总共有  $10 \times 612 \times 180 = 1101600$  (种)不同的选法(见下图)。



这里,使用了计数中的分步计数原理,也叫乘法原理。我们将它表述为:

完成一件事,必须经过  $n$  个步骤,第一步有  $m_1$  种方法,第二步有  $m_2$  种方法,……,第  $n$  步有  $m_n$  种方法,那么完成这件事总共有  $m_1 \times m_2 \times \dots \times m_n$  种不同方法。

加法原理和乘法原理是两个重要的计数原理,也是解答所有计数问题的基础。

这两个原理回答的都是有关完成一件事情的不同方法总数的问题。它们的区别在于:

加法原理针对的是“分类”计数问题,即把完成一件事情的方法先分成互不重叠的几类,其中每一类还可以包含若干种不同方法,用其中的任何一种方法,一步就能完成这件事情。

乘法原理针对的是“分步”计数问题,即完成一件事需要分成几步,其中每一步又包含若干种不同方法,必须连续完成这几个步骤后才算完成这件事,每步中的任何一种方法都不能完成这件事。

在一些实际问题中,加法原理和乘法原理经常一起使用。

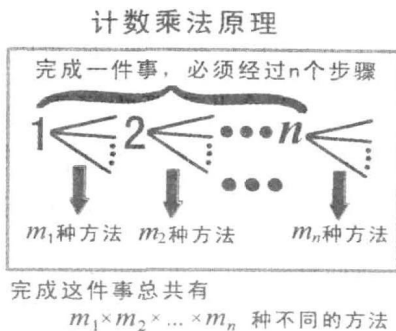
应用加法原理时要注意:

- (1) 理解完成一件事的要求,正确分类,注意不重不漏;
- (2) 各类方法中的任何一种方法,一步都能完成这件事。

应用乘法原理时要注意:

- (1) 理解完成一件事的要求,确定正确的步骤。
- (2) 各步相互衔接,依次完成后才算做完这件事。
- (3) 正确给出每一步中不同的方法数。

最后,我们提出两个问题请大家思考。





第一个问题：某餐厅菜肴丰盛，备有肉 4 种，鱼 3 种，素菜 5 种，有位就餐者从肉、鱼和素菜中各点一种，问他有多少种点菜的方法？

第二个问题：用红、黄、蓝、白、黑五种颜色涂在“田”字形的 4 个小方格内，每格涂一种颜色，相邻两格涂不同的颜色，如果颜色可以反复使用，共有多少种不同的涂色方法？