

中等专业学校试用教材

财经类专业通用

# 数 学

下册一分册

高等 教育 出 版 社

中等专业学校试用教材

财经类专业通用

# 数 学

下册一分册

高等教育出版社

## 内 容 提 要

本书为下册一分册，主要内容讲概率论基础与数理统计初步。供具有高中毕业程度的二年制财经中专作试用教材。

\* 中等专业学校试用教材

财经类专业通用

## 数 学

下册一分册

\*

高等教育出版社

新华书店上海发行所发行

上海群众印刷厂印装

\*

开本 787×1092 1/32 印张 4.25 字数 90,000

1982年3月第1版 1988年1月第7次印刷

印数 481,001—551,000

书号 13010·0737 定价 0.57 元

## 前　　言

《数学》下册一分册《概率论与数理统计初步》是在东北、华北协作区编写的《数学》教材基础上，根据一九八一年十月教育部制订的《中等专业学校财经类专业通用数学教学大纲(试行草案)》编写的。

《概率论与数理统计初步》共五章，关于内容安排及讲授安排作以下几点说明，仅供参考。

(一) 第一章概率论基本概念的内容，中学教材基本都有，本教材略有提高、加深。如果学生基础较好，则可抓住主要内容进行系统复习。第二章起是全新内容，应作重点讲授。

(二) 第二章随机变量最后一节，给出了“二元随机变量及其分布”(仅就离散型)，目的是给出随机变量相互独立等概念，为某些专业学习数理统计提供必要的准备知识。打上“※”号，说明有些专业可以不讲。未配习题。

(三) 第三章随机变量的数值特征，最后给出了矩的概念，未配习题。目的是为数理统计讲矩法估计准备知识，在课时紧的情况下可仅作简单介绍。

(四) “回归分析”是经济工作者经常使用的数学工具，由于课时所限，暂不能作为必讲内容，仅在本书最后作简单介绍，供选学之用。

本册教材由沈阳市财经学校主编，辽宁大学数学系郭第渐副教授，概率教研室主任刘良和担任主审。参加编写的有沈阳市财经学校吴素文、赵长骥、周作光同志，参加初稿编写的还有

山西财贸学校郭太昌同志，由于编者水平和经验有限，谬误之处一定很多，诚恳希望使用本教材的师生不吝赐教。

编 者

一九八二年二月

在编写《基础会计学》时，我参考了多种教材，但对教材中的一些观点持保留态度。如“资产=负债+所有者权益”这一等式，我就不完全同意。我认为，资产是企业所拥有的经济资源，负债是企业所欠的债务，所有者权益是企业的净资产，三者之间不能划等号。资产与负债、所有者权益是并列关系，它们共同构成企业的资金来源。

《基础会计学》的内容，除第一章外，第二章至第六章都是我根据自己的理解重新组织的。第一章（原系教材中没有此章，我加了一章）主要是讲会计的基本概念、会计对象、会计核算的一般原则、会计科目与账户、复式记账法、借贷记账法、会计凭证、会计账簿、会计报表等。第二章（原系教材中没有此章，我加了一章）主要是讲货币资金的核算，包括现金、银行存款、其他货币资金的核算。第三章（原系教材中没有此章，我加了一章）主要是讲应收账款的核算。第四章（原系教材中没有此章，我加了一章）主要是讲存货的核算。第五章（原系教材中没有此章，我加了一章）主要是讲固定资产的核算。第六章（原系教材中没有此章，我加了一章）主要是讲无形资产的核算。

第七章（原系教材中没有此章，我加了一章）主要是讲收入、费用、利润的核算。第八章（原系教材中没有此章，我加了一章）主要是讲成本的核算。第九章（原系教材中没有此章，我加了一章）主要是讲损益类科目的核算。

第十章（原系教材中没有此章，我加了一章）主要是讲资产负债表的核算。第十一章（原系教材中没有此章，我加了一章）主要是讲利润表的核算。第十二章（原系教材中没有此章，我加了一章）主要是讲现金流量表的核算。

在编写《基础会计学》时，我参考了多种教材，但对教材中的一些观点持保留态度。如“资产=负债+所有者权益”这一等式，我就不完全同意。我认为，资产是企业所拥有的经济资源，负债是企业所欠的债务，所有者权益是企业的净资产，三者之间不能划等号。资产与负债、所有者权益是并列关系，它们共同构成企业的资金来源。

# 目 录

## 前言

<b>第一章 概率论的基本概念</b>	1
§ 1 随机试验·随机事件	1
§ 2 概率	7
§ 3 古典概型	9
§ 4 条件概率·乘法公式	13
§ 5 全概率公式和贝叶斯公式	18
§ 6 独立试验序列概型	24
习题一	27
<b>第二章 随机变量及其分布</b>	30
§ 1 随机变量·分布函数	30
§ 2 离散型随机变量及其分布	33
§ 3 连续型随机变量及其分布	38
§ 4 随机变量的函数及其分布	46
※ § 5 二元随机变量及其分布	49
习题二	54
<b>第三章 随机变量的数字特征</b>	57
§ 1 数学期望	57
§ 2 方差	63
习题三	69
<b>第四章 大数定律与中心极限定理</b>	72
§ 1 切比雪夫不等式	72
§ 2 贝努力定理	74
※ § 3 中心极限定理	76
习题四	79
<b>第五章 数理统计初步</b>	81

§ 1 随机样本	81
§ 2 参数估计	90
§ 3 假设检验	98
※ § 4 回归分析	105
习题五	115
<b>附表(一)</b>	<b>118</b>
(二)	119
(三)	121
(四)	122
<b>习题答案</b>	<b>124</b>

第二章  
参数估计与假设检验

第三章  
回归分析

第四章  
统计推断的数理基础

第五章  
统计推断的数理基础

第六章  
统计推断的数理基础

第七章  
统计推断的数理基础

第八章  
统计推断的数理基础

第九章  
统计推断的数理基础

第十章  
统计推断的数理基础

第十一章  
统计推断的数理基础

第十二章  
统计推断的数理基础

第十三章  
统计推断的数理基础

第十四章  
统计推断的数理基础

第十五章  
统计推断的数理基础

第十六章  
统计推断的数理基础

第十七章  
统计推断的数理基础

第十八章  
统计推断的数理基础

第十九章  
统计推断的数理基础

第二十章  
统计推断的数理基础

第二十一章  
统计推断的数理基础

第二十二章  
统计推断的数理基础

第二十三章  
统计推断的数理基础

第二十四章  
统计推断的数理基础

第二十五章  
统计推断的数理基础

第二十六章  
统计推断的数理基础

第二十七章  
统计推断的数理基础

第二十八章  
统计推断的数理基础

第二十九章  
统计推断的数理基础

第三十章  
统计推断的数理基础

第三十一章  
统计推断的数理基础

第三十二章  
统计推断的数理基础

第三十三章  
统计推断的数理基础

第三十四章  
统计推断的数理基础

第三十五章  
统计推断的数理基础

第三十六章  
统计推断的数理基础

第三十七章  
统计推断的数理基础

第三十八章  
统计推断的数理基础

第三十九章  
统计推断的数理基础

第四十章  
统计推断的数理基础

第四十一章  
统计推断的数理基础

第四十二章  
统计推断的数理基础

第四十三章  
统计推断的数理基础

第四十四章  
统计推断的数理基础

第四十五章  
统计推断的数理基础

第四十六章  
统计推断的数理基础

第四十七章  
统计推断的数理基础

第四十八章  
统计推断的数理基础

第四十九章  
统计推断的数理基础

第五十章  
统计推断的数理基础

第五十一章  
统计推断的数理基础

第五十二章  
统计推断的数理基础

第五十三章  
统计推断的数理基础

第五十四章  
统计推断的数理基础

第五十五章  
统计推断的数理基础

第五十六章  
统计推断的数理基础

第五十七章  
统计推断的数理基础

第五十八章  
统计推断的数理基础

第五十九章  
统计推断的数理基础

第六十章  
统计推断的数理基础

第六十一章  
统计推断的数理基础

第六十二章  
统计推断的数理基础

第六十三章  
统计推断的数理基础

第六十四章  
统计推断的数理基础

第六十五章  
统计推断的数理基础

第六十六章  
统计推断的数理基础

第六十七章  
统计推断的数理基础

第六十八章  
统计推断的数理基础

第六十九章  
统计推断的数理基础

第七十章  
统计推断的数理基础

第七十一章  
统计推断的数理基础

第七十二章  
统计推断的数理基础

第七十三章  
统计推断的数理基础

第七十四章  
统计推断的数理基础

第七十五章  
统计推断的数理基础

第七十六章  
统计推断的数理基础

第七十七章  
统计推断的数理基础

第七十八章  
统计推断的数理基础

第七十九章  
统计推断的数理基础

第八十章  
统计推断的数理基础

第八十一章  
统计推断的数理基础

第八十二章  
统计推断的数理基础

第八十三章  
统计推断的数理基础

第八十四章  
统计推断的数理基础

第八十五章  
统计推断的数理基础

第八十六章  
统计推断的数理基础

第八十七章  
统计推断的数理基础

第八十八章  
统计推断的数理基础

第八十九章  
统计推断的数理基础

第九十章  
统计推断的数理基础

第九十一章  
统计推断的数理基础

第九十二章  
统计推断的数理基础

第九十三章  
统计推断的数理基础

第九十四章  
统计推断的数理基础

第九十五章  
统计推断的数理基础

第九十六章  
统计推断的数理基础

第九十七章  
统计推断的数理基础

第九十八章  
统计推断的数理基础

第九十九章  
统计推断的数理基础

第一百章  
统计推断的数理基础

# 第一章 概率论的基本概念

人们在观察自然界和社会现象时，会发现有些现象在一定条件下必然会发生，例如在标准大气压下，水温达到 $100^{\circ}\text{C}$ ，必有“水沸腾”现象发生；水温降到 $0^{\circ}\text{C}$ 以下，必有“结冰”现象发生，这些现象称为在相应条件下的必然事件。有些现象在一定条件下必然不发生，如气温在 $-20^{\circ}\text{C}$ 时“天下雨”现象；在水平的有摩擦的路面上，汽车无动力“开走了”现象都是不会发生的，这些现象称为在相应条件下的不可能事件。还有一些与上述现象在本质上不同的现象：在一定条件下，这些现象可能发生，也可能不发生，这种现象称为随机现象。例如，远距离射击较小的目标，可能击中，也可能击不中，每一次射击的结果是随机的。又如，在抽查某工厂生产的10件产品中有几件次品是随机的。这种现象在一次抽查中结果呈现不确定性，但在大量重复抽查中，又呈现出某种规律性，这种规律性称为统计规律性，概率论就是研究和揭示随机现象的统计规律性的一门数学学科。

## § 1 随机试验 随机事件

研究随机现象离不开试验或观察，如果某试验或观察满足以下三个条件：

- (1) 可以在相同条件下重复进行；
- (2) 每次试验的可能结果不止一个，并且事先能明确知道试验的所有可能结果；

(3) 一次试验前不能明确哪一个结果会出现.

则称为随机试验, 简称为试验.

为方便起见, 以下有时用字母  $E$  表示随机试验. 我们就是通过研究随机试验研究随机现象的.

**例 1** 掷一枚五分的硬币, 观察正面 (不妨设花朝上为正面), 反面出现的情况. 该试验满足(1)可以在相同条件下重复投掷; (2)每次试验的可能结果有两个, 并且事先能明确试验的所有可能结果是正面或反面出现; (3)投掷前不能明确哪一面出现, 因此该试验是随机试验.

**例 2** 某人向离地 100 米处的靶上射击, 观察击中的环数. 此事满足上述三个条件: (1)可以在相同条件下重复射击; (2)每次射击可能结果是 0 环, 1 环, 2 环, …, 10 环; (3)射击前不能明确知道击中多少环, 因此该试验是随机试验.

在随机试验  $E$  中, 每一个可能出现的最简单的结果  $w$ , 称为  $E$  的基本事件.

例 2 中, 一次射击可能击中的环数有十一个, 它们中的每一个都是基本事件.

随机试验  $E$  的全体基本事件组成的集合, 称为  $E$  的基本事件空间, 记为  $\Omega = \{w\}$ .

若  $E_1$  表示例 1 所述试验,  $w_1, w_2$  分别表示出现正面, 反面事件, 则  $E_1$  的基本事件空间  $\Omega = \{w_1, w_2\}$ .

若  $E_2$  表示例 2 所述试验, 用 0, 1, 2, …, 10 表示击中相应环数的各事件, 则  $E_2$  的基本事件空间  $\Omega = \{0, 1, 2, \dots, 10\}$ .

**例 3**  $E_3$  表示掷一颗骰子, 观察出现的点数, 试验结果可能出现 1 点, 2 点, …, 6 点, 如果用这些数字表示出现相应点数的各事件 (以下类似), 则  $\Omega = \{1, 2, \dots, 6\}$ .

**例4**  $E_4$  表示记录电话交换台在七点到八点的一小时内所接到呼唤的次数, 可能是  $0, 1, 2, \dots, n$  次, 则  $\Omega = \{0, 1, 2, \dots, n\}$ . 这里  $n$  是某一有限整数.

**例5**  $E_5$  表示观察北京十月份的平均气温  $T$ , 这里假设平均气温不会小于  $T_0$ , 不会大于  $T_1$ , 则基本事件空间为  $\Omega = \{T; T_0 \leq T \leq T_1\}$ , 简记为  $\Omega = \{T_0, T_1\}$ .

**例6**  $E_6$  表示向平面某块有色区域  $\Omega_0$  随意投球, 观察球落的位置, 以  $w(a, b)$  表示球落在横坐标为  $a$ , 纵坐标为  $b$  的一个试验结果, 则基本事件空间重合于区域  $\Omega_0$ , 即  $\Omega = \Omega_0$ .

基本事件空间  $\Omega$  中的子集, 称为  $E$  的一个随机事件, 简称事件, 常用  $A, B, C, \dots$  表示.

例如, 已知随机试验  $E_3$  的基本事件空间  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , 则

子集  $\{1, 3, 5\}$  是一事件, 记为  $A_1 = \{1, 3, 5\}$ ;

子集  $\{2, 4, 6\}$  是一事件, 记为  $A_2 = \{2, 4, 6\}$ ;

子集  $\{4, 5, 6\}$  是一事件, 记为  $A_3 = \{4, 5, 6\}$ ;

子集  $\{1, 2\}$  是一事件, 记为  $A_4 = \{1, 2\}$ ;

子集  $\{6\}$  是一事件, 记为  $A_5 = \{6\}$ .

通常只要  $A$  的一个基本事件发生, 就说事件  $A$  发生. 对于上面的事件  $A_2$ , 如果试验的结果是 2 点, 则说事件  $A_2$  发生; 对于事件  $A_4$ , 如果试验的结果是 1 点, 则说事件  $A_4$  发生. 为研究方便, 将必然事件也视为随机事件, 显然必然事件对应着基本事件空间  $\Omega$ ; 将不可能事件也视为随机事件, 它对应于  $\Omega$  中的空集  $\emptyset$ , 以后常用  $\Omega, \emptyset$  分别表示必然事件和不可能事件.

在某些问题的研究中, 我们通常不只讨论一个事件, 而是研究好些事件, 而且这些事件间又存在一定联系, 我们只有从事物

的联系中研究事物，才能掌握事物的本质。

例如，在一批含有正品、次品的产品中，任意抽取三个为试验  $E$ ，则下列都是试验  $E$  的事件：

$A_1$ : (至少有一个次品)；

$A_2$ : (恰好有一个次品)；

$A_3$ : (至少有两个次品)；

$A_4$ : (三个都是次品)；

$A_5$ : (至多一个次品)；

$A_6$ : (没有次品)；

$A_7$ : (至少有一个正品)。

可以看出，上述事件间有一定联系，如  $A_1$  发生，则  $A_6$  不会发生； $A_6$  发生则  $A_1$  就不会发生； $A_4$  与  $A_7$  不会同时发生；如果  $A_2$  发生，则  $A_1$  也必然发生；当且仅当  $A_2$  与  $A_3$  至少有一个发生时， $A_1$  发生；当且仅当  $A_1$  和  $A_5$  都发生时， $A_2$  发生等等。为把上述关系一般化，介绍事件间关系及其运算。

设试验  $E$  的基本事件空间为  $\Omega$ ； $A, B, C, A_k$  ( $k=1, 2, \dots$ ) 为试验  $E$  的事件。

### (一) 包含关系(特款)

如果事件  $A$  发生，必然导致事件  $B$  发生，称事件  $B$  包含事件

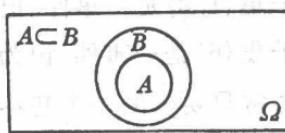


图 1-1

$A$ ，或事件  $A$  是事件  $B$  的特款，记为  $A \subset B$  (或  $B \supset A$ )，如图 1-1。

如上例中，事件 (至少有一个次品)  $A_1$  就包含事件 (恰好有一个次品)  $A_2$ ，即  $A_2 \subset A_1$ 。

如果事件  $B$  包含事件  $A$ ，同时事件  $A$  包含事件  $B$ ，即  $A \subset B$  和  $B \subset A$  同时成立，称事件  $A$  与事件  $B$  相等，记为  $A=B$ 。

### (二) 并

由两个事件 $A, B$ 至少发生其一，也就是说 $A$ 发生或者 $B$ 发生，或者 $A$ 与 $B$ 同时发生，这样所构成的事件 $C$ 称为 $A, B$ 二事件的并(和)，记为 $C=A \cup B$ ，如图 1-2。

上例中，事件 $A_1$ 就是 $A_2$ 与 $A_3$ 的并，即 $A_1=A_2 \cup A_3$ 。

一般地，事件 $A$ 等于事件 $A_k(k=1, 2, \dots)$ 至少有一发生的事件，则事件 $A$ 为 $A_k(k=1, 2, \dots)$ 的并，记为 $A=\bigcup_{k=1}^{\infty} A_k$ 。

当 $k$ 取有限个值 $k=1, 2, \dots, n$ 时得出事件的有限和，以 $A=\bigcup_{k=1}^n A_k$ 表之。

### (三) 交

由事件 $A$ 与事件 $B$ 同时发生所构成的事件称为事件 $A$ 与事件 $B$ 的交，记为 $A \cap B$ 或 $A \cdot B$ 或 $AB$ ，如图 1-3。

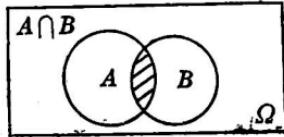


图 1-3

上例中，事件 $A_1$ 与事件 $A_5$ 的交便是 $A_2$ ，即 $A_2=A_1 \cap A_5$ 。

类似地，可以规定一系列事件 $A_k(k=1, 2, \dots)$ 的交，记为

$$\bigcap_{k=1}^{\infty} A_k.$$

### (四) 互不相容

如果事件 $A$ 发生，必然导致事件 $B$ 不发生，即 $A$ 与 $B$ 不能同时发生 $A \cap B=\emptyset$ ，称事件 $A$ 与 $B$ 是互不相容事件，记为 $A \cdot B=\emptyset$ ，如图 1-4。

上例中， $A_4$ 与 $A_7$ 便是互不相容事件。

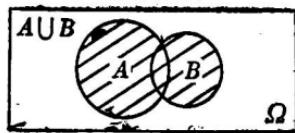


图 1-2

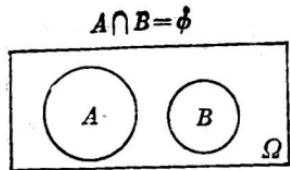


图 1-4

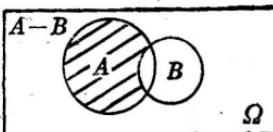


图 1-5

### (五) 差

事件  $A$  发生而事件  $B$  不发生所构成的事件，称为事件  $A$  与  $B$  之差，记为  $A-B$ ，如图 1-5。

上例中， $A_2$  便是  $A_1$  与  $A_3$  的差，即  $A_2 = A_1 - A_3$ 。

若事件  $A$  与  $B$  为互不相容事件，则  $A-B=A$ 。

### (六) 对立事件（逆事件）

事件  $\Omega - A$  称为事件  $A$  的对立事件或  $A$  的逆事件，记为  $\bar{A}$ ，即  $\bar{A} = \Omega - A$ ，如图 1-6。

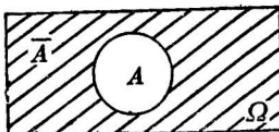


图 1-6

上例中， $A_6$  便是  $A_1$  的对立事件，即  $A_6 = \bar{A}_1$ 。

显然，若事件  $A$  与  $B$  互为对立事件，则  $A \cup B = \Omega$  且  $A \cap B = \emptyset$ 。

**例 7** 抽查某工厂十件产品，记录不合格品出现的情况，显然， $\Omega = \{0, 1, 2, \dots, 10\}$ 。

设  $A$ : (不合格品数小于 3)，即  $A = \{0, 1, 2\}$ ；

$B$ : (不合格品数小于 5)，即  $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ；

$C$ : (不合格品数为 4, 5, 6)，即  $C = \{4, 5, 6\}$ ；

$D$ : (不合格品数大于 4)，即  $D = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 。

则  $A \subset B$  或  $B \supset A$ ；

$$B \cup C = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\};$$

$$B \cap C = \{4\};$$

$$B-C=\{0, 1, 2, 3\}.$$

由  $A \cap C = \emptyset$ , 知  $A$  与  $C$  为互不相容事件.

由  $B = \Omega - D$ , 知  $B$  与  $D$  互为对立事件, 即  $B = \bar{D}$ .

由以上所说可以看出, 事件间的关系及运算与集合之间的关系及运算是类似的, 其运算法则也类似. 事件运算遵循以下法则:

结合律:  $\begin{cases} (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C), \\ (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C); \end{cases}$

交换律:  $\begin{cases} A \cup B = B \cup A, \\ A \cap B = B \cap A; \end{cases}$

分配律:  $\begin{cases} A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C), \\ A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C). \end{cases}$

德·摩根律:  $\begin{cases} \overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}, \\ (De \text{ Morgan}) \quad \overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}. \end{cases}$

这些法则都可以推广到有限个事件间的运算, 例如

$$\begin{aligned} & A \cap (B_1 \cup B_2 \cup B_3 \cup \dots \cup B_n) \\ &= (A \cap B_1) \cup (A \cap B_2) \cup \dots \cup (A \cap B_n). \end{aligned}$$

在进行事件运算时, 其优先顺序如下: 先逆, 再交, 后并或差.

## § 2 概 率

某一试验重复多次时会发现某些事件出现的可能性大些, 某些事件出现的可能性小些, 或各种可能性相等, 这种“事件出现的可能性的大小”是事件本身所固有的属性, 我们用一个数  $P\{A\}$  来作为事件  $A$  出现的可能性大小的定量表示, 则  $P\{A\}$  就

称为事件  $A$  的概率。

如何从数量上规定  $P\{A\}$  呢？先给出概率的统计定义，为此引进频率概念。

设随机事件  $A$  在  $n$  次试验中出现  $n_A$  次，则比值

$$f_n\{A\} = \frac{n_A}{n}$$

称为事件  $A$  在这  $n$  次试验中出现的频率。

若  $A$  是必然事件，则  $f_n\{A\}=1$ ；若  $A$  是不可能事件，则  $f_n\{A\}=0$ ，显然，对任何事件  $A$  有  $0 \leq f_n\{A\} \leq 1$ 。

频率是能反映事件出现可能性大小的一个量，当试验次数不多时，频率有明显的随机性，但是当试验次数增多时又逐渐呈现出稳定性，即在某一常数附近作微小摆动。

观察掷硬币的试验结果，设  $A$  表示出现正面的事件，有下表

实验序号	$n=5$		$n=50$		$n=500$	
	$n_A$	$f_n\{A\}$	$n_A$	$f_n\{A\}$	$n_A$	$f\{A\}$
1	2	0.4	22	0.44	251	0.502
2	3	0.6	25	0.50	249	0.498
3	1	0.2	21	0.42	256	0.512
4	5	1.0	25	0.50	253	0.506
5	1	0.2	24	0.48	251	0.502
6	2	0.4	21	0.42	246	0.492
7	4	0.8	18	0.36	244	0.488
8	2	0.4	24	0.48	258	0.516
9	3	0.6	27	0.54	262	0.524
10	3	0.6	31	0.62	247	0.494

从表中可以看出，当掷硬币次数较少时，事件  $A$  出现的频率是不稳定的，差异很大，随着掷硬币次数的增多，事件  $A$  出现的频率呈现出稳定性，总是在 0.5 左右摆动，而逐渐稳定于 0.5，这

样0.5这个数反映出事件A出现的可能性的大小。

**概率的统计定义：**在n次重复试验下，当n充分大时，事件A在这n次试验中出现的频率将稳定在某个常数附近，我们称此常数为事件A出现的概率，记作 $P\{A\}$ 。

上述掷硬币试验，出现正面事件A的概率可以认为 $P(A) = 0.5$ 。

事件的频率与概率是度量事件出现可能性大小的两个统计特征。频率是个试验值，具有随机性，可能取多个不同值，因此它只能近似地反映事件出现的可能性大小；概率是个理论值，它由事件的本质所决定，只能取唯一值，能精确地反映事件出现的可能性的大小。

但在实际中，用频率近似代替概率是一个实用有效的办法。我们经常碰到的合格率、废品率、出生率、升学率、死亡率、射击命中率等都是频率。这样求得的概率一般称为经验概率。

### § 3 古典概型

按概率的统计定义求概率往往是行不通的或者是很繁杂的，而在一些简单、特殊的随机试验下，概率可以用较简单的办法求得，下面讲其中一种情况。

某试验如果满足以下二个条件：

(1) 试验所有结果的个数是有限的，设基本事件空间为 $\Omega = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ ；

(2) 各结果的出现是等可能的，即 $w_k (k=1, 2, \dots, n)$ 是互不相容的等可能事件，则称其为古典概型。

**概率的古典概型定义：**在古典概型下，设基本事件空间由n

一个事件组成, 事件  $A$  是由  $m$  个基本事件组成, 则  $\frac{m}{n}$  为事件  $A$  出现的概率, 即  $P\{A\} = \frac{m}{n}$ .

可见在古典概型下, 无须进行大量的重复试验, 就可求得某事件出现的概率.

**例 1** 口试考场设有 50 张考签, 编号为  $1, 2, 3, \dots, 50$ . 一个学生任抽一张应试, 每张考签被抽到的可能性是相同的,  $\Omega = \{1, 2, \dots, 50\}$ . 则“抽到 10 号考签”这一事件  $A$  的概率  $P\{A\} = \frac{1}{50}$ ;

“抽到前 5 号考签”这一事件  $B$  的概率  $P\{B\} = \frac{5}{50} = \frac{1}{10}$ .

**例 2** 一批  $N$  件产品中有  $M$  件次品, 从这批产品中任取  $n$  件, 试求这  $n$  件产品中恰有  $m$  件次品的概率.

解: 设事件  $A$  表示“ $n$  件产品中恰有  $m$  件次品”

从  $N$  件产品中任取  $n$  件作为一基本事件, 则基本事件空间由  $C_N^n$  个基本事件组成.

从  $M$  件次品中任取  $m$  件, 再从  $N-M$  中任取  $n-m$  件组成  $A$  中的一个基本事件, 则  $A$  由  $C_M^m \cdot C_{N-M}^{n-m}$  个基本事件组成, 故

$$P\{A\} = \frac{C_M^m \cdot C_{N-M}^{n-m}}{C_N^n}$$

为了计算比较复杂的事件的概率以及进一步揭露概率的本质, 就古典概型说明以下定理.

**加法定理:** 两个互不相容事件  $A, B$  的和的概率等于事件  $A$