

 百科知识

几何及拓扑学

袖珍百科全书

XIUZHEN BAIKE QUANSHU

石门 冯洋 田晓菲 / 主编

远方出版社



几何及拓扑学

主编：石 门 冯 洋 田晓菲

远方出版社

责任编辑:戈 弋

封面设计:木 子

百科知识——袖珍百科全书 几何及拓扑学

主 编	石门 冯洋 田晓菲
出 版	远方出版社
社 址	呼和浩特市乌兰察布东路 666 号
邮 编	010010
发 行	新华书店
印 刷	北京朝教印刷厂
版 次	2005 年 1 月第 1 版
印 次	2005 年 1 月第 1 次印刷
开 本	850×1168 1/32
印 张	690
字 数	4980 千
印 数	1—5000 册
标准书号	ISBN 7-80723-007-X/G·4
本册定价	20.70 元

远方版图书,版权所有,侵权必究。

远方版图书,印装错误请与印刷厂退换。

前言

进入二十一世纪,世界在飞速发展,新科学、新技术、新经济……新知识层出不穷,好像用日新月异不能表述世界的发展。纳米技术、克隆技术……新名词、新技术让人感到目不暇接。飞速发展的世界在不断激发人们的学习兴趣,带动人们的求知欲望,培养人们的求知精神,人们越来越感知到知识的重要性和学习的重要性了。汲取新知识、新变化,人们一般有三种途径:报纸、电视和图书,但报纸、电视上的知识由于变化快、更新快,使人们不易掌握,而图书有着知识容量大、内容全、易于保存、便于查阅的特点,越来越受到人们的欢迎。

《袖珍百科全书》内容上涵盖了哲学、社会科学、政治、法律、经济、军事、中外文学艺术、中外历史发展、生命科学、生物工程、工农业技术等数百种科学门类,收录辞条达二十余万条。无论是苏格拉底、弗洛伊德、尼采……还是李白、杜甫、贾平凹,无论是鸦片战争、二次大战……还是纳米技术、克隆技术,古代

的、近代的、现代的、中国的、外国的全部囊括其中，全面反映了当今世界最新的科研文化成果。

该书在编写体例上采用新解释——针对国际国内形势变化很大，对大量政治、经济、科技等条目，作了新的解释；新规范——根据法律、行政、科技等方面近几年出现的新的规范行文；新数据——经济产值等各种数据指标均按照新资料予以更新；新体例——辞条编排按国家图书馆分类进行编排，与以往同类书籍相比，《袖珍百科全书》有如下四个特点：一、内容全、新：洋洋十六卷，涵盖了当今世界最新科研文化艺术成就；二、分类新：中国第一部按国家图书馆分类编制的全新百科全书；三、阅读查阅方便：按辞条形式编写，易查易读，国际大32开版本，携带更为方便；四、实用性强：编写内容贴近日常生活，是人们生活、工作中的好帮手。

总而言之，《袖珍百科全书》可称得上是中国第一部内容全，知识新，面向大众，面向未来的百科全书；中国第一部人人买得起，看得懂，对人们日常工作、生活、学习有较强指导作用的百科全书。可以说，有了一部《袖珍百科全书》就有了一套最完备的家庭图书馆。

——编者

目 录

解析几何	(1)
【几何学】	(1)
【平面】	(2)
【向量】	(3)
【直角坐标与极坐标】	(7)
【直线】	(8)
【椭圆、双曲线、抛物线】	(10)
【椭圆面、双曲面、抛物面】	(13)
【解析几何】	(15)
几何基础	(16)
【几何基础】	(16)
【希尔伯特公理体系】	(17)
【绝对几何、欧氏几何与罗氏几何】	(20)
【第五公设问题】	(23)
仿射几何	(24)
【仿射几何】	(24)
【单比】	(24)

几
何
及
拓
扑
学



袖珍百科全书

射影几何	(25)
【二阶曲线】	(25)
【中心射影与无穷远元素】	(26)
【巴斯加定理】	(27)
【对偶原则】	(27)
【交比与调和比】	(28)
【齐次坐标】	(29)
变换群与几何学	(30)
【射影几何】	(32)
【配极原则】	(33)
【笛沙格定理】	(33)
积分几何	(34)
【积分几何】	(34)
曲线与曲面的微分几何	(35)
【平面曲线】	(35)
【列维-基维它平移】	(36)
【曲线】	(38)
【曲线与曲面的微分几何学】	(41)
【曲面】	(41)
【曲面的基本公式及基本方程】	(42)
【曲面的第一基本形式】	(44)
【曲面的第二基本形式】	(46)
【曲率与挠率】	(47)
【曲率线】	(49)
【法曲率】	(49)



几
何
及
拓
扑
学

袖珍百科全书

【测地线】	(50)
【特殊曲面】	(51)
【高斯曲率】	(53)
【高斯-波内公式】	(54)
微分流形	(55)
【微分流形】	(55)
黎曼几何	(57)
【黎曼几何学】	(57)
拓扑学	(60)
一般拓扑学	(60)
【一般拓扑学】	(60)
【分离公理】	(62)
【连通空间】	(62)
【连续映射】	(63)
【拓扑空间】	(64)
【度量空间】	(65)
【紧致空间】	(66)
代数拓扑	(67)
【代数拓扑】	(67)
【同伦论】	(69)
【同调群】	(71)
【基本群】	(76)
微分拓扑	(77)
【微分拓扑】	(77)
概率论	(83)

几
何
及
拓
扑
学



袖珍百科全书

【 n 重伯努利试验】	(83)
【大数定律】	(83)
【中心极限定理】	(86)
【分位数】	(87)
【方差】	(88)
【母函数】	(89)
【协方差与相关系数】	(89)
【条件分布】	(90)
【条件期望】	(91)
【条件概率】	(92)
【事件的独立性】	(93)
【特征函数】	(94)
【常见概率分布】	(95)
【随机向量的联合分布与边缘分布】	(102)
【随机事件】	(104)
【随机变量】	(105)
【随机变量的函数的概率分布】	(106)
【随机变量的独立性】	(107)
【随机变量的概率分布】	(107)
【数学期望】	(109)
【概率】	(111)
【概率论】	(114)
【概率论中的收敛】	(116)
数理统计	(118)
【区间估计】	(118)



袖珍百科全书

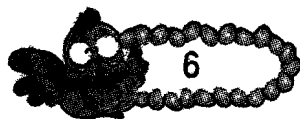
【方差分析】.....	(119)
【回归分析】.....	(121)
【多元统计分析】.....	(124)
【参数估计】.....	(127)
【试验设计】.....	(128)
【点估计】.....	(129)
【统计量】.....	(130)
【假设检验】.....	(132)
【数理统计】.....	(138)
数理逻辑.....	(142)
【公理集合论】.....	(142)
【哥德尔不完备性定理】.....	(143)
【递归论】.....	(144)
【数理逻辑】.....	(146)
【模型论】.....	(148)
随机过程.....	(150)
【布朗运动】.....	(150)
【平稳过程】.....	(151)
【泊松过程】.....	(152)
【随机过程】.....	(155)
【鞅】.....	(162)
新兴现代数学.....	(163)
运筹学.....	(163)
【网络流】.....	(163)
【运筹学】.....	(164)

几
何
及
拓
扑
学



袖珍百科全书

●	【图论】.....	(166)
●	模糊数学.....	(170)
●	【贴近度与择近原则】.....	(170)
●	【最大隶属原则与模式识别的直接方法】.....	(171)
●	【模糊关系与聚类分析】.....	(172)
●	【模糊变换与综合评判】.....	(173)
几	【模糊数学】.....	(174)
何	信息论.....	(176)
及	【代数编码】.....	(176)
拓	【信息论】.....	(177)
扑	【信息量】.....	(178)
学	【通讯系统】.....	(179)
	控制论.....	(179)
	【分布参数控制系统】.....	(179)
	【控制论】.....	(180)
	【最优控制理论】.....	(180)
	数学史及数学家.....	(181)
	【17 世纪数学】	(181)
	【18 世纪数学】	(183)
	【19 世纪数学】	(185)
	【九章算术】.....	(187)
	【九章算法比类大全】.....	(190)
	【几何原本】.....	(191)
	【中世纪数学】.....	(192)
	【中国古代数学】.....	(193)



袖珍百科全书

【中国数学史】.....	(195)
【巴克沙利手稿】.....	(198)
【巴拿赫】.....	(199)
【牛顿】.....	(200)
【王文素】.....	(202)
【王孝通】.....	(202)
【王恂】.....	(203)
【韦达】.....	(203)
【冯·诺伊曼】.....	(204)
【卡尔达诺】.....	(205)
【古巴比伦数学】.....	(206)
【古印度数学】.....	(208)
【古希腊数学】.....	(209)
【外国数学史】.....	(212)
【近代数学史】.....	(215)
【阿波罗尼奥斯】.....	(216)
【阿基米德】.....	(217)
【阿默斯纸草书】.....	(217)
【图灵】.....	(219)
【帕斯卡】.....	(220)
【庞加莱】.....	(221)
【拉格朗日】.....	(222)
【祖暅】.....	(223)
【祖冲之】.....	(223)
【费马】.....	(224)

几
何
及
拓
扑
学



袖珍百科全书

几 何 及 拓 扑 学

【赵友钦】.....	(225)
【赵爽】.....	(225)
【项名达】.....	(226)
【原本】.....	(227)
【哥德尔】.....	(228)
【埃及古代数学】.....	(229)
【埃尔朗】.....	(231)
【徐光启】.....	(232)
【秦九韶】.....	(233)
【秦汉数学】.....	(234)
【莫斯科纸草书】.....	(236)
【莱布尼茨】.....	(238)
【诺特】.....	(240)
【贾宪】.....	(240)
【钱宝琮】.....	(241)
【高斯】.....	(242)
【勒贝格】.....	(243)
【勒让德】.....	(244)
【婆什迦罗第二】.....	(245)
【婆罗摩笈多】.....	(245)
【康托尔】.....	(246)
【康托罗维奇】.....	(247)
【梅文鼎】.....	(248)
【梅氏历算全书辑要】.....	(248)
【梅珏成】.....	(249)

袖珍百科全书

【笛卡儿】.....	(250)
【隋唐数学】.....	(251)
【傅里叶】.....	(252)
【彭赛列】.....	(254)
【斐波纳契】.....	(254)
【畴人传】.....	(255)
【程大位】.....	(256)
【鲁宾逊】.....	(257)
【数书九章】.....	(257)
【数学史】.....	(258)
【蒙日】.....	(258)
【鲍耶】.....	(259)
【嘉当, E】	(260)
【嘉当, H】	(261)
【算学启蒙和四元玉鉴】.....	(261)
【算法统宗】.....	(263)
【算经十书】.....	(263)
【德扎格】.....	(266)
【黎曼】.....	(267)
【戴德金】.....	(268)
【魏尔斯特拉斯】.....	(268)
【魏晋南北朝数学】.....	(269)

几
何
及
拓
扑
学



解析几何

【几何学】

数学中最古老的一门分科,起源于古埃及尼罗河泛滥后为整修土地而产生的测量法。我国古代西周有勾股测量,即“勾三,股四,弦五”之说,后来几何学从埃及传到希腊,逐步发展成为一个比较严谨的推理几何。特别是欧几里得把当时得到的数学知识集其大成,编写出“原本”一书,对后世有很大的影响,欧几里得在“原本”中首先叙述一些定义,然后提出五个公设,其中以第五公设为最著名。至今我们把欧几里得在“原本”所述的几何学科为欧氏几何学。但是“原本”中的公理体系是不完善的,经过了许多数学家的长期努力在 19 世纪末,德国数学家希尔伯特才真正建立了严密的欧氏几何公理体系。在建立欧氏几何公理体系的长期过程中,19 世纪初罗巴切夫斯基和鲍约独立地创建了一种新几何学,它与欧氏几何的区别在于扬弃了欧氏的第五公设,这样创建的几何学科为双曲非欧几何学,后来黎曼又创建了椭圆非欧几何学。



袖珍百科全书

【平面】

与一个平面垂直的非零向量叫做此平面的法向量。通过定点 $P_0(x_0, y_0, z_0)$ 以 $\vec{N}=(A, B, C)$ 为法向量的平面方程为

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$$

这方程称为平面的点法式。

在空间直角坐标系中三元一次方程 $Ax+By+Cz+D=0$ 表示一个平面, 反之一个平面的方程是一个三元一次方程。

通过三个不共线的点 $P_i(x_i, y_i, z_i) (i=1, 2, 3)$ 的平面方程为

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix} = 0$$

设平面在 x, y, z 轴上的截距分别为 a, b, c 则此平面方程为

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

两个平面 π_1 与 π_2 相交时, 形成四个二面角, 即两对相对的二面角。两平面 π_1 与 π_2 的夹角是指相邻两个中的一个。它的大小用二面角的平面角来度量, 因此两平面之间夹角也可以用这两个平面的法向量之间夹角来度量。

设平面 π_i 的方程为 $A_i x + B_i y + C_i z + D_i = 0 (i=1, 2)$ 则它们的法向量为 $\vec{N}_i = (A_i, B_i, C_i)$, 故 π_1 与 π_2 之间的夹角

θ 为

$$\cos\theta = \frac{\vec{N}_1 \cdot \vec{N}_2}{|\vec{N}_1| |\vec{N}_2|} = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

【向量】

空间中的一个有向线段叫做向量或矢量。用 $\overrightarrow{AB}$ 来表示， A 表示向量的起点， B 表示向量的终点。有时也可用一个字母 $\vec{a}$ 来表示。因此向量有两个要素：(1)向量的长度，也叫做模，用 $|\overrightarrow{AB}|$ 或 $|\vec{a}|$ 来表示。如果确定了一个单位长度后，向量的模是一个非负实数。(2)向量的方向，向量 $\overrightarrow{AB}$ 的方向是指从起点 A 到终点 B 的方向。

如果两个向量的长度与方向均相同，则称这两个向量相等。如果把相等向量看作是起点在不同位置的同一向量，这样的向量称为自由向量。向量的自由性表现在向量 $\overrightarrow{AB}$ 的起点可以随着 $\overrightarrow{AB}$ 方向平行移动而改变。

在空间直角坐标系下任意一点 P 的位置可以用一个向量 $\overrightarrow{OP}$ 来表示。(O点是坐标原点)因此向量 $\overrightarrow{OP}$ 称为 P 点的位置向量，设 P 点的坐标为 (x, y, z) 则向量 $\overrightarrow{OP}$ 与 P 点可建立1—1对应。因此我们也可以把 (x, y, z) 作为向量 $\overrightarrow{OP}$ 的坐标，并记为： $\overrightarrow{OP} = (x, y, z)$ 。长度为零的向量称为零向量。

两个自由向量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 可以经过平移后使起点落在同一

