百科知识

现代数学

袖珍百科全书

XIUZHEN BAIKE QUANSHU

石门 冯洋 田晓菲 / 主编

远方出版社

[redacted]

现代数学

主编：石门　冯洋　田晓菲

远方出版社

责任编辑:戈　弋
封面设计:木　子

百科知识——袖珍百科全书

现代数学

主　　编	石门　冯洋　田晓菲
出　　版	远方出版社
社　　址	呼和浩特市乌兰察布东路 666 号
邮　　编	010010
发　　行	新华书店
印　　刷	北京朝教印刷厂
版　　次	2005 年 1 月第 1 版
印　　次	2005 年 1 月第 1 次印刷
开　　本	850×1168　1/32
印　　张	690
字　　数	4980 千
印　　数	1—5000 册
标准书号	ISBN 7—80723—007—X/G·4
本册定价	18.40 元

前言

进入二十一世纪，世界在飞速发展，新科学、新技术、新经济……新知识层出不穷，好像用日新月异不能表述世界的发展。纳米技术、克隆技术……新名词、新技术让人感到目不暇接。飞速发展的世界在不断激发人们的学习兴趣，带动人们的求知欲望，培养人们的求知精神，人们越来越感知到知识的重要性和学习的重要性了。汲取新知识、新变化，人们一般有三种途径：报纸、电视和图书，但报纸、电视上的知识由于变化快、更新快，使人们不易掌握，而图书有着知识容量大、内容全、易于保存、便于查阅的特点，越来越受到人们的欢迎。

《袖珍百科全书》内容上涵盖了哲学、社会科学、政治、法律、经济、军事、中外文学艺术、中外历史发展、生命科学、生物工程、工农业技术等数百种科学门类，收录辞条达二十余万条。无论是苏格拉底、弗罗伊德、尼采……还是李白、杜甫、贾平凹，无论是鸦片战争、二次大战……还是纳米技术、克隆技术，古代

的、近代的、现代的、中国的、外国的全部囊括其中，全面反映了当今世界最新的科研文化成果。

该书在编写体例上采用新解释——针对国际国内形势变化很大，对大量政治、经济、科技等条目，作了新的解释；新规范——根据法律、行政、科技等方面近几年出现的新的规范行文；新数据——经济产值等各种数据指标均按照新资料予以更新；新体例——辞条编排按国家图书馆分类进行编排，与以往同类书籍相比，《袖珍百科全书》有如下四个特点：一、内容全、新：洋洋十六卷，涵盖了当今世界最新科研文化艺术成就；二、分类新：中国第一部按国家图书馆分类编制的全新百科全书；三、阅读查阅方便：按辞条形式编写，易查易读，国际大 32 开版本，携带更为方便；四、实用性强：编写内容贴近日常生活，是人们生活、工作中的好帮手。

总而言之，《袖珍百科全书》可称得上是中国第一部内容全，知识新，面向大众，面向未来的百科全书；中国第一部人人买得起，看得懂，对人们日常工作、生活、学习有较强指导作用的百科全书。可以说，有了一部《袖珍百科全书》就有了一套最完备的家庭图书馆。

——编者

目 录

集合论

【关系】

数学的基本概念。由有序对$\langle x,y\rangle$组成的非空集合$R\subseteq A\times B$，称为A与B之间的二元关系。如果$\langle x,y\rangle\in R$称x与y有关系R，记作xRy，R中有序对的第一坐标组成的集合称为R的定义域。第二坐标组成的集合称为R的值域，如果$A=B$，则R是A上的二元关系，一般地，如果$R\subseteq A^n$，则称R是A上的n元关系。

A上二元关系R满足：$Ax\in A$，xRx称R具有自反性，R满足xRy，$yRz\Rightarrow xRz$，称R具有传递性。R满足$xRy\Rightarrow yRx$，称R具有对称性，如果R满足xRy，$yRx\Rightarrow x=y$则称R满足反对称性。如果A上的二元关系R满足自反性、对称性、传递性，则称R是A上的等价关系。如果A上的二元关系R满足自反性、反对称性、传递性则称R是A上的偏序关系，偏序关系R通常记作$\leqslant$。集合A连同偏序关系$\leqslant$称为偏序集，记作$(A,\leqslant)$，如果偏序关系$\leqslant$还满足$Ax,y\in A$，$x\leqslant y$或$y\leqslant x$，则

称 $\leqslant$ 是 A 上的线序，$(A, \leqslant)$ 称为线序集，如果对线序集 $(A, \leqslant)$ 的每个非空子集 B 都存在 $x_0 \in B$ 满足 $Ax \in B, x_0 \leqslant x$，则称 $\leqslant$ 是 A 上的良序，$(A, \leqslant)$ 称为良序集。

【序数】

集合论的基本概念。是日常使用的第一、第二等表示次序的数的推广。如果两个偏序集 $(A, \leqslant)$ 和 $(B, \leqslant)$ 是序同构的，记作 $(A, \leqslant) \cong (B, \leqslant)$，其中 $\cong$ 是一个等价关系。在所有偏序集中可以按这个等价关系进行分类，每个等价类称为序型。序数原来定义为良序集的序型，即与良序集 $(A, \leqslant)$ 序同构的所有良序集组成的类。但是在 ZFC 系统中无法证明序型是一个集合，因此原来的定义必须修改。1923 年，冯·诺伊曼给出序数的一个新定义。如果线序集 $(\alpha, \in)$ 满足 $Ax \in \alpha, Ay \in x \Rightarrow y \in \alpha$，则称 $(\alpha, \in)$ 是传递集。如果 $(\alpha, \in)$ 是传递的良序集，则称 α 是序数，可以证明每个良序集都有唯一的序数与之序同构，因此每个序数可以看作良序集的序型的代表元。

在 ZFC 系统中，自然数 0 定义为 $>$，1 定义为 $0 \cup \{0\}$，$n+1$ 定义为 $n \cup \{n\}$，… 所有自然数的集合 $\omega = \{0, 1, \cdots\}$ 也是序数。序数有三种，第一种是 0；第二种是某一序数 α 的后继 $\alpha^1 = \alpha \cup \{\alpha\}$，称为后继序数；其他序数属于第三种，称为极限序数。ω 就是第一个极限序数，$\omega + 1 = \omega \cup \{\omega\}$ 是 ω 的后继序数。

【映射】

数学的基本概念。设 A 和 B 是两个非空集合，如果按照某一法则将 A 中任一元素与 B 中唯一元素相对应，就称该法则为从 A 到 B 的映射，记作 $f:A\rightarrow B$，A 称为 f 的定义域，记作 $dom(f)$，A 中元素 x 所对应的 B 中唯一元素 y 称为 x 在 f 下的象，记作 $f(x)$，$f(A)=\{f(x)\mid x\in A\}$ 是 B 的子集，称为 f 的值域，记作 $ran(f)$。两个映射 f 和 g 只有当它们有相同的定义域，并且对任意 $x\in A$ 有 $f(x)=g(x)$ 时才称为相等。当 $ran(f)=B$ 时称 f 是 A 到 B 上的映射，也称满射。如果 f 将 A 中不同元素映到 B 中不同的象，则称 f 是单射。如果 f 既是满射又是单射，则称 f 是双射，也称一一映射。对于双射 $f:A\rightarrow B$，使 $f(x)$ 对应于 x 的映射称为 f 的逆映射，记作 $f^{-1}:B\rightarrow A$。显然有 $(f^{-1})^{-1}=f$，对于映射 $f:A\rightarrow B$，$g:B\rightarrow C$，由 $h(x)=g(f(x))$ 所确定的映射 $h:A\rightarrow C$ 称为 f 与 g 的复合映射，记作 $h=g\circ f$ · 复合映射满足结合律，即 $h\cdot(g\cdot f)=(h\cdot g)\cdot f$。

当 $x\in A$ 时所有有序对 $\{\langle x,f(x)\rangle;x\in A\}$ 组成的直积 $A\times B$ 的子集称为 f 的图像。这个子集可以看作是 A 与 B 之间的关系，每个映射是一特殊的关系。

【悖论】

自相矛盾的命题，即如果承认这个命题，就可以用逻辑推

理的方法推出它的否定。反之，如果承认它的否命题，又可以推出这个命题。在集合论中著名的悖论有罗素悖论、康托尔悖论和布拉里－福尔蒂悖论。

罗素悖论：设 S 为一切不属于自身的集合所组成的集合，问 S 是否属于 S，如果 S 属于 S，则 S 是 S 的元素，因此由 S 的定义，可知 S 不属于 S，反之若 S 不属于 S，则 S 是不属于自身的集合，由 S 的定义可知 S 属于 S，无论如何都将导致矛盾，为了解释罗素悖论，他又给出了一个通俗的例子，即理发师悖论。据说在一个小岛上只有一个理发师，他声称只给那些不为自己理发的人理发，但是不给那些为自己理发的人理发，于是有人问他，是否给自己理发？按照他的声明，如果他给自己理发，他就不能为自己理发，如果他不给自己理发，那么他就应该给自己理发，这位理发师陷入了逻辑的窘境中。

【基数】

又称势。集合论的基本概念。是日常用以表示多少的数的概念的推广和发展。如果集合 A 与 B 的元素之间存在一一对应的关系，则称 A 与 B 等势，或称 A 与 B 有相同的基数，记作 $A \sim B$。集合 A 的基数原来定义为 $\overline{\overline{A}} = \{B \mid B \sim A\}$，即一切与 A 等势的集合的类，但是在 ZFC 系统中无法证明 $\overline{\overline{A}}$ 是集合。1928 年冯·诺伊曼给出了新的定义，根据选择公理，每个集合 A 都可以良序化，因此有一个序数 α 使得 $A \sim \alpha$，冯·诺