



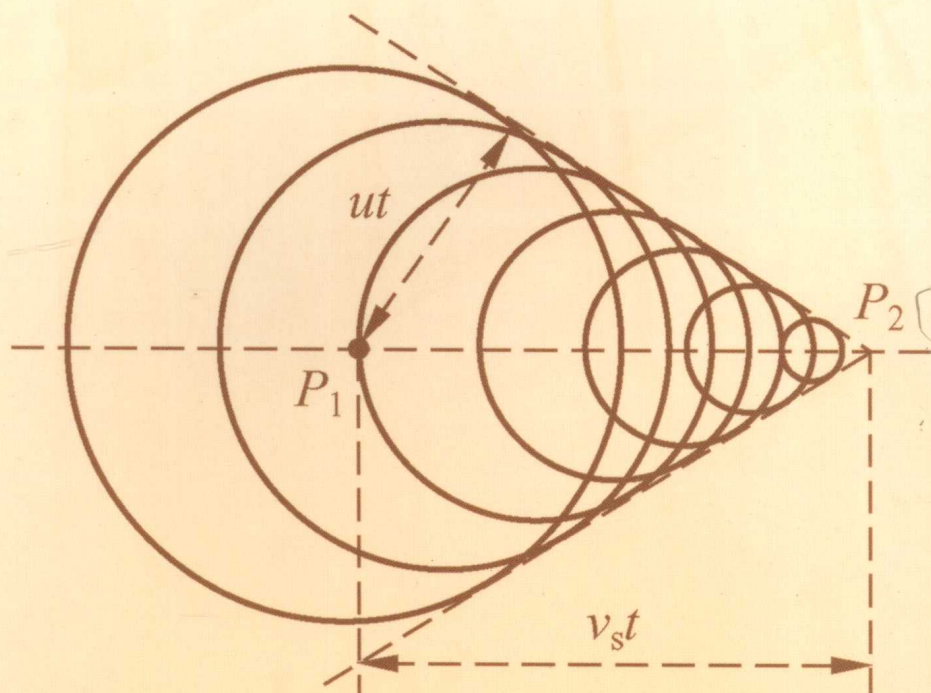
普通高等教育“十一五”规划教材

21世纪高等院校通识教育规划教材

大学

物理(下)

■ 通识教育规划教材编写组 组编
■ 孙彬 杨文华 主编



人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

04/420

:2

2010

十一五

普通高等教育“十一五”规划教材

21世纪高等院校通识教育规划教材

大学 物理 (下)

通识教育规划教材编写组 组编

孙彬 杨文华 主编

人民邮电出版社
北京

图书在版编目(CIP)数据

大学物理. 下 / 通识教育规划教材编写组组编. —
北京: 人民邮电出版社, 2010.5
21世纪高等院校通识教育规划教材
ISBN 978-7-115-22609-9

I. ①大… II. ①通… III. ①物理学—高等学校—教材 IV. ①04

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第047955号

内 容 提 要

本套书根据高等院校非物理类专业大学物理课程教学的基本要求,结合作者历年来的教学经验编写而成。

本套书分为上下两册,本书为下册。本书有3个模块,内容包括机械振动和机械波、波动光学及近代物理,共7章。作为非物理专业的大学物理教材,本书一方面注重了基础性,同时又在此基础上联系实际,针对不同学生强化了内容的层次性。

本书可作为普通高校非物理专业本科学习大学物理的教材,也可作为物理学爱好者阅读的参考资料。

普通高等教育“十一五”规划教材
21世纪高等院校通识教育规划教材
大学物理(下)

-
- ◆ 组 编 通识教育规划教材编写组
主 编 孙 彬 杨文华
责任编辑 蒋 亮
 - ◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市崇文区夕照寺街14号
邮编 100061 电子函件 315@ptpress.com.cn
网址 <http://www.ptpress.com.cn>
北京鑫正大印刷有限公司印刷
 - ◆ 开本: 787×1092 1/16
印张: 11.75
字数: 282千字
印数: 1-5 000册
- 2010年5月第1版
2010年5月北京第1次印刷

ISBN 978-7-115-22609-9

定价: 25.00元

读者服务热线: (010)67170985 印装质量热线: (010)67129223
反盗版热线: (010)67171154

物理学(φυσική)一词早先是源于希腊文(φύσις),意为自然。其现代内涵是指研究物质运动最一般规律及物质基本结构的科学。物理学也是人类发展史上的一门基础学科,其每一次重大发现和突破都会伴随着人类文明的进步。

从古代的“四大发明”到近代的工业革命,再到现在的信息时代,无一不闪烁着物理学的璀璨光芒。在过去的一百年中,物理学不断蓬勃发展,并从其中分化出来一系列新的独立学科,如力学、热学、电磁学、光学、原子物理学、量子物理学等,其大家族不断壮大。联合国命名2005年为“国际物理年”,这也是联合国历史上第一次以单一学科命名的国际年。

“大学物理”是非物理类专业的一门主干基础理论课,主要任务是研究物质运动最基本最普遍的规律。通过对本课程的学习,学生能够掌握物理学的基本理论和基本知识,深刻理解物理规律的意义,并能训练其逻辑思维能力、理解能力、运算能力、分析问题和解决问题的能力以及独立钻研的能力。

本套书是编者结合自己对大学物理的讲授经验,根据大纲要求,并充分考虑了现代大学非物理专业学生的实际情况编写而成。本套书可作为普通高校非物理专业大学物理的教材,也可作为物理学爱好者自学的指导用书。本套书特点如下。

(1) 注重基础性。针对大学非物理专业学生在物理学习中“内容多而课时量少”的特点,对物理概念进行了重新审视和提炼,并精选了内容。对基本现象、基本概念和基本原理的阐述,做到了深入浅出,增加了典型例题,力争使学生对所学内容一目了然。

(2) 注重结合实际。编者针对以往大学物理只注重讲授理论而忽视和生活相结合而导致学生学习积极性不高的缺点,在本套书中加入了一系列实例,并配以插图,力争生动形象、理论结合实际,体现理论的基础作用,并提高学生在学习物理的积极性。

(3) 注意层次性。为贯彻“因材施教”的原则,针对不同学生学习物理的基础及水平,本套书收集了不同难度的内容和习题,其中难度较大的标以“*”号,作为选讲和自学内容。

本套书分为上下两册,讲授课时数在128学时左右,内容共分为力学、热学、电磁学、机械振动和机械波、波动光学和近代物理6个模块。其中,力学模块约为24学时,热学模块约为16学时,电磁学模块约为40学时,机械振动和机械波模块约为16学时,波动光学模块约为18学时,近代物理模块约为14学时。

本书为下册,内容包括机械振动和机械波、波动光学和近代物理3个模块。其中,机

械振动和机械波部分由杨文华编写,波动光学部分由钟石磊编写,近代物理部分由孙彬、隋永强和张雪飞编写。全书由孔伟金、云茂金负责审稿。

参加本书编写工作的还有沈精虎、黄业清、宋一兵、谭雪松、冯辉、郭英文、计晓明、董彩霞、滕玲、田晓芳、管振起等。由于作者水平有限,书中难免存在疏漏之处,敬请读者批评指正。

编者

2010年3月

目 录

模块 4 机械振动和机械波

第 11 章 机械振动	2	11.8.2 混沌	26
11.1 简谐振动	2	11.9 习题	27
11.1.1 简谐振动的特征及其表达式	3	第 12 章 机械波	33
11.1.2 振幅 周期和频率 相位	4	12.1 机械波的一般概念	33
11.2 简谐振动的旋转矢量表示法	7	12.1.1 机械波产生的条件	33
11.3 几种常见的简谐振动	9	12.1.2 横波和纵波	34
11.3.1 单摆	9	12.1.3 波面 波前 波线	34
11.3.2 复摆	10	12.2 平面简谐波的波函数	37
11.4 简谐振动的能量	11	12.2.1 平面简谐波的波函数	37
11.5 简谐振动的合成	13	12.2.2 波函数的物理含义	39
11.5.1 两个同方向同频率简谐 振动的合成	13	12.3 波的能量 能流密度	41
11.5.2 两个同方向不同频率简谐 振动的合成 拍	15	12.3.1 波的能量	41
11.5.3 两个相互垂直的同频率的 简谐振动的合成	16	12.3.2 能流 能流密度	43
11.5.4 多个同方向、不同频率简谐 振动的合成	17	12.4 惠更斯原理 波的衍射 反射和 折射	44
11.6 阻尼振动 受迫振动 共振	18	12.4.1 惠更斯原理	44
11.6.1 阻尼振动	18	12.4.2 波的衍射	44
11.6.2 受迫振动	20	12.4.3 波的反射和折射	45
11.6.3 共振	21	12.5 波的叠加原理 波的干涉	46
11.7 电磁振荡	22	12.6 驻波	48
11.7.1 振荡电路 无阻尼自由 电磁振荡	22	12.6.1 驻波方程	48
11.7.2 无阻尼电磁振荡的 振荡方程	23	12.6.2 半波损失	50
11.7.3 无阻尼自由电磁振荡的 能量	24	12.6.3 驻波的能量	51
11.8 *非线性系统的振动和混沌	25	12.6.4 振动的简正模式	51
11.8.1 非线性系统的振动	25	12.7 多普勒效应	53
		12.8 *声波	56
		12.8.1 声波	56
		12.8.2 超声波	58
		12.8.3 次声波	58
		12.9 *平面电磁波	59
		12.9.1 电磁波的产生与传播	59

12.9.2 平面电磁波的性质	61	12.9.4 电磁波谱	62
12.9.3 电磁波的能量	61	12.10 习题	63

模块5 波动光学

第13章 光的干涉	70	禾费衍射	96
13.1 光源 单色性 光程 相干光	70	14.2 单缝衍射	97
13.1.1 光源	70	14.2.1 单缝夫琅禾费衍射	97
13.1.2 光源单色性	71	14.2.2 单峰衍射的条纹空间分布	97
13.1.3 光程与光程差	71	14.2.3 *单缝衍射的光强计算	100
13.1.4 光的相干现象	73	14.3 圆孔衍射	102
13.2 双缝干涉	75	14.3.1 圆孔衍射	102
13.2.1 杨氏双缝干涉实验	75	14.3.2 光学仪器的分辨能力	102
13.2.2 干涉条纹的分布	76	14.4 光栅衍射	104
13.3 薄膜干涉	77	14.5 *X射线衍射	108
13.3.1 等倾干涉	77	14.6 习题	109
13.3.2 等厚干涉	81	第15章 光的偏振	111
13.4 迈克尔孙干涉仪	85	15.1 自然光 偏振光	111
13.4.1 迈克尔孙干涉仪	85	15.2 偏振片 马吕斯定律	112
13.4.2 *迈克尔孙—莫雷实验	86	15.2.1 偏振片	112
13.5 分波面干涉装置	87	15.2.2 马吕斯定律	113
13.5.1 菲涅尔双面镜	88	15.3 反射光和折射光的偏振规律	114
13.5.2 菲涅尔双棱镜	88	15.4 双折射	115
13.5.3 劳埃德镜	88	15.4.1 双折射现象	115
13.5.4 比耶对切透镜	89	15.4.2 光轴 主平面	115
13.6 *时间相干 条纹可见度	89	15.4.3 双折射现象的解释	116
13.6.1 时间相干性	90	15.4.4 尼科耳棱镜	117
13.6.2 条纹的可见度	90	15.5 椭圆偏振光和圆偏振光	118
13.7 习题	92	15.5.1 椭圆偏振光和圆偏振光	118
第14章 光的衍射	95	15.5.2 四分之一波片	119
14.1 惠更斯—菲涅尔原理	95	15.5.3 偏振光的干涉	120
14.1.1 光的衍射现象	95	15.6 *旋光现象	121
14.1.2 惠更斯—菲涅尔原理	96	15.7 习题	122
14.1.3 菲涅尔衍射和夫琅			

模块6 近代物理

第16章 相对论基础	126	洛伦兹变换式	126
16.1 狭义相对论的基本原理		16.1.1 迈克尔孙—莫雷实验	126

16.1.2 狭义相对论的基本原理	127	17.4.1 近代关于氢原子光谱的 研究	150
16.1.3 洛伦兹变化式	128	17.4.2 玻尔的氢原子理论及其 缺陷	151
16.2 相对论速度变换式	129	17.5 德布罗意波 实物粒子的 波-粒二象性	153
16.3 狭义相对论的时空观	131	17.5.1 德布罗意波	153
16.3.1 关于“同时”的相对性	131	17.5.2 德布罗意波的实验证明	154
16.3.2 时间延缓	132	17.6 不确定度关系	155
16.3.3 长度收缩	132	17.7 波函数 薛定谔方程	157
16.3.4 相对性与绝对性	133	17.7.1 波函数	157
16.4 狭义相对论动力学基础	133	17.7.2 薛定谔方程	159
16.4.1 相对论力学的基本方程	133	17.8 一维无限深势阱问题	160
16.4.2 质量和能量的关系	134	17.8.1 一维无限深势阱	160
16.4.3 动量和能量的关系	135	17.8.2 一维势垒 隧道效应	163
16.5 *广义相对论简介	136	17.9 量子力学中的氢原子问题	163
16.6 习题	138	17.9.1 氢原子的薛定谔方程	163
第 17 章 量子物理	141	17.9.2 量子化和量子数	164
17.1 黑体辐射 普朗克的量子假设	141	17.9.3 基态氢原子的电子 分布概率	165
17.1.1 黑体 黑体辐射	142	17.10 *电子的自旋 多电子原子中的 电子分布	166
17.1.2 黑体辐射的实验定律	143	17.10.1 电子的自旋	166
17.1.3 普朗克量子假设 普朗克 黑体辐射公式	143	17.10.2 多电子原子中的电子分布	167
17.2 光电效应 爱因斯坦光子理论	145	17.11 习题	168
17.2.1 光电效应的实验规律	145	附录	171
17.2.2 爱因斯坦光子理论	146	复习题答案	174
17.2.3 光的波-粒二象性	147	参考文献	180
17.2.4 光电效应的应用	147		
17.3 康普顿效应	148		
17.4 氢原子光谱 玻尔的氢原子 理论	150		

模块 4 机械振动和机械波

在自然界中，到处都有振动存在。例如，一切发声体都在振动，机器的运转总伴随着振动，海浪的起伏以及地震也都是振动，就是晶体中的原子也都在不停地振动着。从广义上说，任何一个物理量随时间的周期性变化都可以叫做振动。振动的运动形式可以是机械运动、热运动、电磁运动等运动形式。对于不同的运动形式，振动的表现是不同的，但从振动的角度来看，这些运动的本质都是某一振动量随时间做周期性变化。本模块中，主要研究的是机械振动。

波是振动的传播。机械振动在弹性介质中进行传播的过程称为机械波，如水波、绳波、声波和地震波等。交变的电场与磁场在空间传播的过程称为电磁波，如光波、无线电波和 X 射线等。在微观领域中，对于原子、电子等一切的微观粒子也都具有波动的性质，相应的波称为物质波。波动是很常见的物理现象。各种波都有其独有的特性，但它们又有着相似的波动方程，都能产生反射、折射、干涉和衍射等现象。

【学习目标】

- 掌握简谐振动的概念，及描述简谐振动的各物理量的物理意义及其之间的关系。
- 掌握描述简谐振动的旋转矢量表示法，并能用于讨论和分析简谐运动的规律。
- 了解单摆和复摆的概念。
- 熟练掌握简谐振动的基本特征，能建立一维简谐振动的微分方程，能根据给定条件写出一维简谐振动的运动方程，并理解其物理意义。
- 掌握同方向、同频率简谐振动的合成规律，了解拍和相互垂直简谐振动合成的特点。
- 了解阻尼振动、受迫振动和共振的发生条件及规律。
- 了解电磁振荡的相关知识。

机械振动是常见的最直观的一种振动。物体或物体的某一部分在一定位置附近来回往复的运动，称为机械振动。机械振动在生产和生活实际中普遍存在。如钟摆的运动、气缸中活塞的运动、心脏的跳动、行车时的颠簸以及发声物体的运动等。电路中的电流、电压，电磁场中的电场强度和磁场强度也都可能随时间做周期性变化。这种变化也是振动——电磁振动或电磁振荡。这种振动虽然和机械振动有本质的不同，但它们随时间变化的情况以及许多其他性质在形式上都遵从相同的规律。

振动已广泛应用于建筑学、机械学、地震学、造船学、声学等领域，所以研究机械振动也是学习其他形式的振动的基础。

本章将从最简单的振动——简谐振动入手，由简到繁地介绍旋转矢量法、阻尼振动、受迫振动、共振、电磁振荡等内容。

11.1 简谐振动

在振动中，物体相对于平衡位置的位移随时间按正弦函数或余弦函数的规律变化，这种运动称为简谐振动，简称谐振动。简谐振动是最基本、最简单的振动。其他复杂的振动都可以看做是由若干个简谐振动合成的结果。下面将对简谐振动的运动规律进行研究分析。

如图 11-1 所示，一个劲度系数为 k 的轻弹簧的一端固定；另一端系一质量为 m 的物体，将其置于光滑的水平面上，弹簧的质量和物体所受到的阻力可忽略不计。当弹簧是原长 l_0 时，

物体所受到的合力为零, 此时物体处于平衡状态, 所处的位置 O 为平衡位置。若让物体向右略微移动后释放, 由于弹簧被拉长, 物体将受到一指向平衡位置的弹性力的作用, 迫使物体向左做一匀加速运动: 当到达平衡位置 O 时, 弹簧处于自然长度, 物体所受的弹性力为零, 速度达到最大; 此后, 由于惯性它将继续向左运动, 弹簧随之被压缩, 但由于弹性力的方向还是指向平衡位置, 物体将向左做变减速运动, 一直到其速度为零为止; 然后物体由于仍受到弹性力, 因此将反向向右运动……物体将在平衡位置附近做往返运动。这一包含弹簧和物体的振动系统叫做弹簧振子。

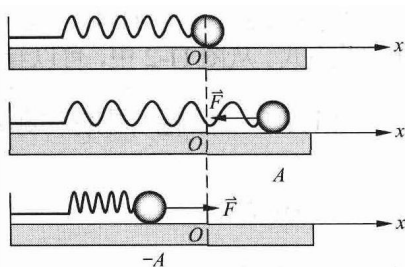


图 11-1 弹簧振子的简谐振动

11.1.1 简谐振动的特征及其表达式

在图 11-1 中, 取平衡位置 O 为坐标原点, 水平向右为 Ox 轴正向。根据胡克定律可知, 物体所受到的弹性力 F 与物体偏离平衡位置的位移 x 成正比, 即

$$F = -kx \quad (11-1)$$

式中, 负号表示弹性力与位移的方向相反, 劲度系数 k 的大小取决于弹簧的固有性质 (材料、形状、大小等)。由牛顿第二定律, 得

$$a = \frac{F}{m} = -\frac{k}{m}x$$

对于给定的弹簧振子, k 和 m 都是正值常量, 令 $\omega^2 = \frac{k}{m}$, 得

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2x \quad (11-2)$$

求解式 (11-2), 得

$$x = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (11-3)$$

可知, 弹簧振子做简谐振动。

式 (11-2) 为弹簧振子做简谐振动的动力学特征: 物体加速度 a 与位移的大小成正比, 而方向与其相反。

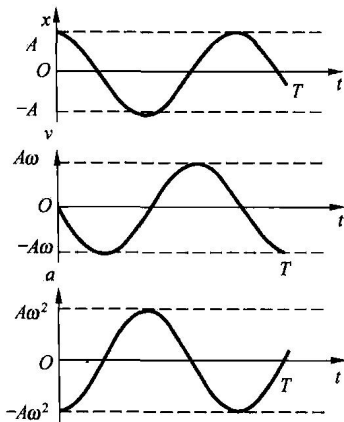
式 (11-3) 为弹簧振子做简谐振动的运动学特征: 物体离开平衡位置的位移 x 按余弦 (或正弦) 函数的规律随时间变化。这里 A 和 φ 由初始条件来决定。只要某运动能整理出形如式 (11-2) 或式 (11-3) 的方程, 都可认为该运动为简谐振动。

将式 (11-3) 对时间求导, 可得到简谐振动的速度

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi) \quad (11-4)$$

将式 (11-4) 对时间求导, 则可得简谐振动的加速度

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) \quad (11-5)$$

图 11-2 简谐振动的 $x-t$ 图、 $v-t$ 图与 $a-t$ 图

式(11-3)、式(11-4)、式(11-5)分别为做简谐振动的质点的位移、速度和加速度与时间 t 的关系式。从图 11-2 中,可以看到位移、速度和加速度都随时间做周期性变化(图中取 $\varphi=0$)。

11.1.2 振幅 周期和频率 相位

1. 振幅 A

式(11-3)中, A 表示质点离开平衡位置的最大距离的绝对值,或者质点运动范围的最大幅度,我们将其称为**振幅**。同理, $A\omega$ 称为**速度振幅**, $A\omega^2$ 称为**加速度振幅**。国际单位制中,振幅的单位是米(m)。其量值由初始条件决定。

2. 周期 T

物体做一次完全振动所需要的时间称为**振动周期**,常用 T 表示,单位是秒(s)。根据此定义,则对于任意时刻 t 的运动状态和在时刻 $t+T$ 的运动状态完全相同,即

$$x = A\cos(\omega t + \varphi) = A\cos[\omega(t+T) + \varphi]$$

我们知道余弦函数的周期为 2π , 故

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

和周期密切相关的另一个物理量是**频率**,它是物体在单位时间内做完全振动的次数,用 ν 表示,单位是赫兹(Hz)。显然有

$$\nu = \frac{1}{T}$$

于是可得到 ω 、 T 、 ν 三者的关系为

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T} \quad (11-6)$$

从式(11-6)可以看出, ω 表示的是物体在 2π 时间内所做的完全振动的次数,称为**振动的角频率**,又称**圆频率**,单位为弧度每秒(rad/s)。

对于弹簧振子的频率,有 $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, 故其振动周期和频率分别为

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

并且, ω 、 T 和 ν 三者的量值均由振动系统本身的固有属性所决定,与其他因素无关,故又称为**固有角频率**、**固有周期**和**固有频率**。

3. 相位 $\omega t + \varphi$

我们把式(11-3)中 $\omega t + \varphi$ 称为**相位**。 φ 是 $t=0$ 时的相位,称为**初相位**。在角频率 ω 和振幅 A 已知的简谐振动中,通过相位 $\omega t + \varphi$ 可确定物体的位移 x 和速度 v ,即相位 $\omega t + \varphi$ 可以完全确定物体的运动状态。表 11-1 列出了不同的相位和运动状态的关系。可见,相位可以

确切地描绘物体的运动状态, 当相位变化为 2π 时, 物体的运动状态完全相同, 所以相位的变化也反应了振动过程中物体运动的周期性。

表 11-1 不同的相位和运动状态的关系

$\omega t + \varphi$	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π
$x(t)$	A	0	$-A$	0	A
$v(t)$	0	$-\omega A$	0	ωA	0
$a(t)$	$-\omega^2 A$	0	$\omega^2 A$	0	$-\omega^2 A$

在实际中, 经常用到的是两个具有相同频率的简谐振动的相位差, 用来反映两简谐振动的步调差异。顾名思义, 相位差就是指两个相位之差。设两个同频率的简谐振动的振动方程分别为

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

它们的相位差为

$$\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1) = \varphi_2 - \varphi_1$$

可见, 任意时刻它们的相位差都等于它们的初相之差, 所以, 对于同频率的两个简谐振动有确定的相位差。

若 $\Delta\varphi = 2k\pi$, 则表示两振动的步调完全相同, 称为两个振动同相。它们将同时通过平衡位置向同方向运动, 同时到达同方向各自的最大位移处。如图 11-3 (a) 所示。

若 $\Delta\varphi = (2k+1)\pi$, 则表示两振动的步调完全相反, 称为两个振动反相。它们将同时通过平衡位置, 但向相反方向运动, 同时到达相反方向各自的最大位移处。如图 11-3 (b) 所示。

$\Delta\varphi$ 为其他值时, 则表示两个振动不同相或反相。常用相位超前或相位落后来描述, 如图 11-3 (c) 所示。相位差 $\Delta\varphi < 0$, 表示 x_1 的振动要超前于 x_2 的振动 $\Delta\varphi$ 的相位, 或 x_2 的振动要落后于 x_1 的振动 $\Delta\varphi$ 的相位。

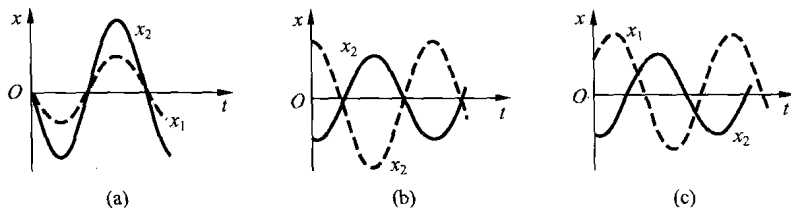


图 11-3 相位差的图示法

4. 常量 A 和 φ 的确定

在简谐振动方程 $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ 中, 角频率 ω 是由系统本身的固有性质决定的, 那么在解微分方程时所引入的两个常量 A 和 φ 的量值又是由什么决定的呢? 设振动的初始时刻 (即 $t=0$ 时), 物体相对于平衡位置的位移和速度分别为 x_0 和 v_0 , 带入式 (11-3) 和式 (11-4), 可得

$$x_0 = A\cos\varphi$$

$$v_0 = -A\omega\sin\varphi$$

联立两式, 可得

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} \quad (11-7)$$

$$\tan \varphi = -\frac{v_0}{\omega x_0} \quad (11-8)$$

上述结果表明, 简谐振动方程中的 A 和 φ 是由初始条件决定的, 且初相位 φ 的取值范围一般为 $0 \sim 2\pi$ 。

【例 11-1】 已知一个简谐振子的振动曲线如图 11-4 所示。

(1) 求和 a 、 b 、 c 、 d 、 e 状态相应的相位。

(2) 写出振动表达式。

解: (1) 由图可知, $A = 5\text{m}$ 。设质点的振动方程为

$$x = 5 \cos(\omega t + \varphi)$$

则

$$v = -5\omega \sin(\omega t + \varphi)$$

a 点时, $x = 5, v = 0$, 带入表达式可得相位为 0 ; 同理可得 b 、 c 、 d 和 e 点所对应的相位分别为 $\pi/3$ 、 $\pi/2$ 、 $2\pi/3$ 和 $-\pi/3$ 。

(2) 当 $t = 0$ 时, 有

$$x_0 = 5 \cos \varphi = 2.5 \quad (1)$$

$$v_0 = -5\omega \sin \varphi > 0 \quad (2)$$

由式①得 $\varphi = \pm \frac{\pi}{3}$, 由式②得, $\sin \varphi < 0$, 故

$$\varphi = -\frac{\pi}{3}$$

当 $t = 1\text{s}$ 时, 有

$$x_1 = 5 \cos\left(\omega - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \quad (3)$$

$$v_1 = -5\omega \sin\left(\omega - \frac{\pi}{3}\right) < 0 \quad (4)$$

联立式③和式④, 解得 $\omega = \frac{\pi}{6}$, 则质点的简谐振动的表达式为

$$x = 5 \cos\left(\frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{3}\right)$$

【例 11-2】 在倔强系数为 k 的竖直轻弹簧下端, 悬挂一质量为 m_0 的盘子, 一质量为 m 的重物自高为 h 的地方自由下落, 掉在盘上, 没有反弹。以物体掉在盘上的瞬时作为计时起点, 如图 11-5 所示。

(1) 试证明该系统做简谐振动。

(2) 求该系统的角频率、振幅和初相。

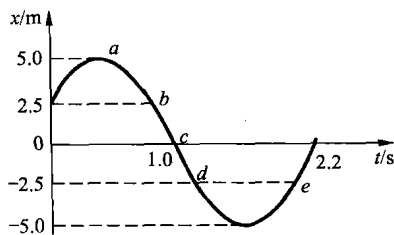


图 11-4 例 11-1

解: (1) 设在空盘静止时, 弹簧的伸长量为 l_1 , 即 $m_0g = kl_1$; 物体和盘整个系统达到平衡时, 弹簧的伸长量为 l_2 , 即 $(m_0 + m)g = kl_2$, 同时取该位置为坐标原点 O , 竖直向下为 y 轴正向。

某一时刻, 振动系统的位移为 y 时, 所受的力为

$$F = (m_0 + m)g - k(y + l_2) = -ky$$

显然, 符合简谐振动的动力学特征, 故系统的振动为简谐振动。

(2) 振动系统的角频率为

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m + m_0}}$$

对于振幅和初相则由初始条件来决定。

$t = 0$ 时刻时, $y_0 = -(l_2 - l_1)$, 又 $m_0g = kl_1$, $(m_0 + m)g = kl_2$, 故初始位置为

$$y_0 = -mg/k$$

物体从 h 高度自由下落到盘上, 速度 $v_0 = \sqrt{2gh}$, 物体与盘子发生非弹性碰撞, 竖直方向动量守恒, 即

$$mv_0 = (m + m_0)u_0$$

则初始速度为

$$u_0 = \frac{m}{m + m_0}v_0 = \frac{m}{m + m_0}\sqrt{2gh}$$

代入公式得

$$A = \sqrt{y_0^2 + \left(\frac{u_0}{\omega}\right)^2} = \frac{mg}{k} \sqrt{1 + \frac{2kh}{(m + m_0)g}}$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{-u_0}{\omega y_0}\right) + \pi = \arctan\sqrt{\frac{2kh}{(m + m_0)g}} + \pi$$

所以

$$y = A \cos(\omega t + \varphi) = \frac{mg}{k} \sqrt{1 + \frac{2kh}{(m + m_0)g}} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m + m_0}}t + \arctan\sqrt{\frac{2kh}{(m + m_0)g}} + \pi\right)$$

注意: 初始时刻小球速度方向竖直向下, 位移为负值, 则初相为第三象限的角度。

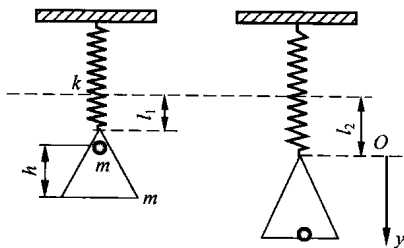


图 11-5 例 11-2

11.2 简谐振动的旋转矢量表示法

前面我们分别用数学表达式法和振动图像来描述简谐振动, 下面介绍一种更直观更为方便的描述方法——旋转矢量法。

如图 11-6 所示, 在平面内作一坐标轴 Ox , 由原点 O 作矢量 \vec{A} , 其大小等于简谐振动的振幅 A , \vec{A} 在平面内以角速度 ω 绕 O 点逆时针匀速转动, 那么矢量 \vec{A} 就称为旋转矢量。设 $t = 0$ 时, \vec{A} 与 Ox 轴的夹角为 φ , t 时刻, 矢量 \vec{A} 的端点在 x 轴上的投影点 P 的坐标为

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

可见, 当矢量 \vec{A} 做匀速旋转时, 其端点在 x 轴上的投影点 P 的运动与简谐振动的运动规律相同。由简谐振动的旋转矢量图可以看出, \vec{A} 转动一周, 相当于简谐振动的一个振动周期。所以, 每一个简谐振动都可以用相应的旋转矢量来表示。

为了更好地展现简谐振动的规律, 我们将旋转矢量图和位移—时间图像对应起来分析, 如图 11-7 所示, 取 $\varphi_0 = 0$, $t = 0$ 时矢量 \vec{A} 的矢端为 M_0 点, 相位为 0, 在 $x-t$ 图中对应正的最大位移处; 经过 $T/4$ 后, 矢量 \vec{A} 的矢端为 M_1 点, 相位为 $\pi/2$, $x-t$ 图中对应平衡位置, 且速度方向为负向; 经过 $3T/4$ 后, 矢量 \vec{A} 的矢端为 M_3 点, 相位为 $3\pi/2$, $x-t$ 图中对应平衡位置, 且速度方向为正向; 经过 T 后, 矢量 \vec{A} 的矢端为 M_4 点, 相位为 2π , $x-t$ 图中对应正的最大位移处。可见矢量 \vec{A} 转动一圈后, 相位变化了 2π , 对简谐振动来说为一个周期的时间。

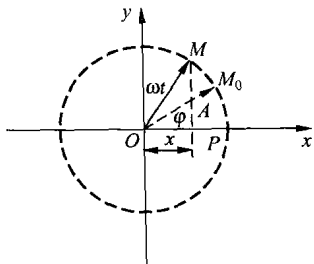
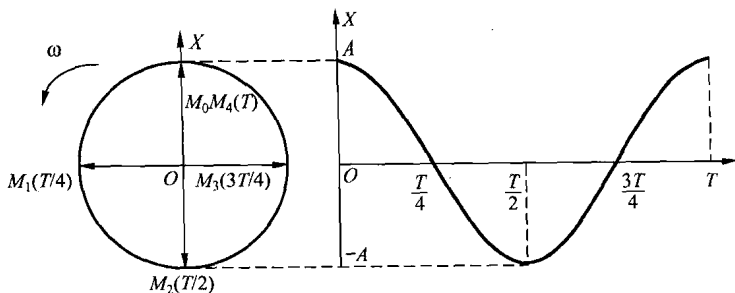


图 11-6 旋转矢量图

图 11-7 旋转矢量图和简谐振动的 $x-t$ 图

借助于旋转矢量法, 我们还可获得简谐振动的速度矢量和加速度矢量。如图 11-8 所示, M 点的速率为 ωA , 在任一时刻 t , 速度矢量在 Ox 轴上的投影为

$$v = A\omega \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) = -A\omega \sin(\omega t + \varphi)$$

这正是物体做简谐振动的速度表达式。 M 点的加速率为 $\omega^2 A$, 方向指向原点, 在任一时刻 t , 加速度矢量在 Ox 轴上的投影为

$$a = A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi + \pi) = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi)$$

这正是物体做简谐振动的加速度表达式。

可见, 旋转矢量法可以很直观地描述简谐振动。但是应注意的是: 引进旋转矢量 \vec{A} 来描述简谐振动, 并不意味着做简谐振动的物体本身在旋转。

前面我们通过相位差来比较两简谐振动的步调的差异。用旋转矢量图进行比较则更为直观。图 11-9 所示不同相位的两个简谐振动, \vec{A}_1 和 \vec{A}_2 的夹角是相位差 $\Delta\varphi$, 且 x_2 的振动相位比 x_1 的振动相位超前 $\Delta\varphi$ 。当 $\Delta\varphi = 0$ 时, 两振动同向如图 11-10 (a) 所示; 当 $\Delta\varphi = \pi$ 时, 两振动反向, 如图 11-10 (b) 所示。

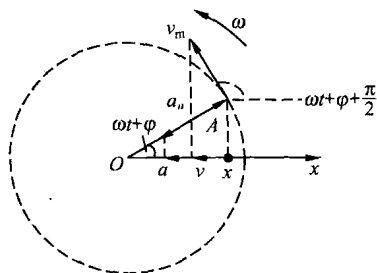


图 11-8 旋转矢量图中的速度和加速度

【例 11-3】 一水平弹簧振子做简谐振动, 振幅 A , 周期为 T , (1) $t=0$ 时, $x_0 = A/2$, 且向 x 轴正方向运动; (2) $t=0$ 时, $x_0 = -A/\sqrt{2}$, 且向 x 轴负方向运动。

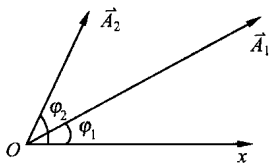
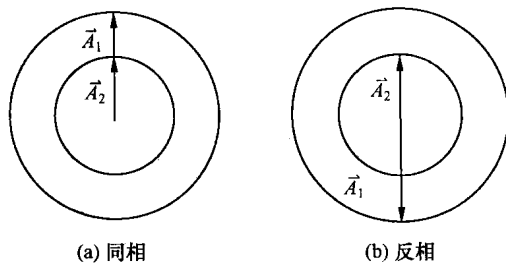


图 11-9 两个简谐振动的相位差



(a) 同相

(b) 反相

图 11-10 两个简谐振动的旋转矢量图

分别写出这两种情况下的初相位。

解：设振动方程为

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

(1) 运用旋转矢量法，如图 11-11 所示，由 $x_0 = A/2$ ，可得到

$$\varphi_0 = -\pi/3 \text{ 或 } \varphi_0 = \pi/3$$

又振子向正方向运动，故 $\varphi_0 = -\pi/3$ 。

(2) 同理，运用旋转矢量法，如图 11-12 所示，可得 $\varphi_0 = 3\pi/4$ 。

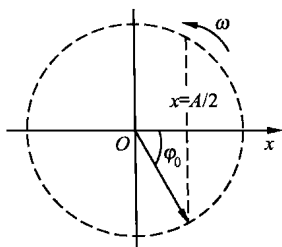


图 11-11 例 11-3 (a)

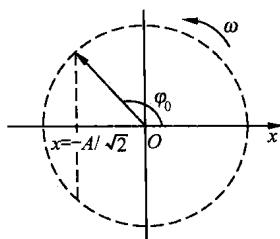


图 11-12 例 11-3 (b)

11.3 几种常见的简谐振动

弹簧振子是一种理想运动模型。实际的振动大多比较复杂，振子受到的回复力可能是重力、拉力或浮力等性质的力。下面讨论两个实际振动问题——单摆和复摆。

11.3.1 单摆

一根质量可忽略且长度为 l 的细线上端固定，下端系一小球，细线的长度不会发生变化，小球可看作是质点，且忽略空气阻力，即形成单摆的结构，如图 11-13 所示。

设小球的平衡位置为 O ，当细线与竖直方向成 θ 角时，小球受到重力和拉力的作用。小球只能沿着圆弧运动，沿其切线方向 $F = mg \sin \theta$ ，因 $\theta (< 5^\circ)$ 很小，故 $\sin \theta \approx \theta$ ，根据牛顿第二定律有

$$ml \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -mg \sin \theta \approx -mg \theta$$

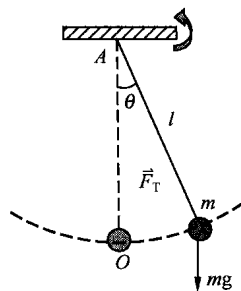


图 11-13 单摆