

21 世纪高等学校教材

理论力学

主编 饶秋华 王涛



北京邮电大学出版社

21 世纪高等学校教材

理论力学

主编 饶秋华 王 涛
编者 邹春伟 罗建阳

北京邮电大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

理论力学/饶秋华,王涛主编. —北京:北京邮电大学出版社,2004

ISBN 7-5635-0829-5

I. 理... II. ①饶...②王 III. 理论力学—高等学校—教材 IV. 031

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 034644 号

书 名 理论力学

主 编 饶秋华 王 涛

策 划 三文工作室

E-mail sanwen99@mail. edu. cn

责任编辑 陈露晓 付晓霞

出版发行 北京邮电大学出版社

社 址 北京市海淀区西土城路 10 号(100876)

电话传真 010-62282185(发行部) 010-62283578(传真)

经 销 各地新华书店

印 刷 国防科技大学印刷厂印刷

开 本 787mm×960mm 1/16

印 张 25

字 数 436 千字

版 次 2005 年 3 月第 1 版 2005 年 3 月第 1 次印刷

ISBN 7-5635-0829-5/O·78

定价 35.00 元

如有质量问题请与发行部联系

版权所有 侵权必究

内容简介

本教材是根据国家教委颁布的高等院校理论力学课程教学大纲,结合编者近二十年的教学经验编写而成的。本教材的特点是:注重传统内容的重组和相关领域的拓展;理论推导从一般情形出发,得出结果,再考虑特殊情况的应用,形成结构紧凑、内容广泛的教学体系;研究对象以质点系为模型,应用时以刚体为主,同时涉及有关流体的问题;以基本内容的论述作为引导,通过问题的分析达到巩固创新的目的。每章后的思考题和习题为读者提供了不同层次的训练素材。

本教材分为静力学、运动学、动力学三篇共 10 章。静力学篇包括静力学基本知识、力系的简化与平衡 3 章;运动学篇包括简单运动与复合运动 2 章;动力学篇包括质点动力学基本方程、动力学普遍定理(含动量定理、动量矩定理和动能定理)、动力学普遍原理(含达朗伯原理和虚位移原理)、动力学普遍方程和拉格朗日方程、机械振动基础共 5 章。可作为高等院校土木、机械、材料、地质、采矿、冶金、化工、航天、能源等工科专业教材,也可作为成教、自考学生的辅导教材。

前 言

工程力学是高等院校工科大部分专业开设的技术基础课程,包括理论力学、材料力学两部分,是机械设计、结构计算的重要理论基础。

本教材是根据国家教育部颁布的高等院校工科非力学专业理论力学课程教学基本要求,结合编者近 20 年的教学经验编写而成的,可满足目前理论力学课程 60~90 教学学时的要求。根据不同专业和不同层次的需求,本教材在教学内容和教材结构的安排上,注重了传统内容的重组和相关领域的拓展;根据当前的教学要求,考虑到理论力学作为力学系列课程的基础,本教材从一般情形出发,推导出结果,再考虑特殊情况的应用,形成结构紧凑、理论严谨、内容广泛的教学体系;研究对象主要为质点系,应用时以刚体为主,同时涉及有关流体的问题,为后续课程的学习打下基础;以基本内容的论述作为引导,通过例题分析、课后思考题训练,达到巩固、创新的目的。每章后都提供有大量的习题,并在书后附有答案,为读者提供了不同层次的训练素材。

本教材分为静力学、运动学、动力学三篇共 10 章。静力学篇包括静力学基本知识、力系的简化与平衡 3 章;运动学篇包括点的简单运动与复合运动 2 章;动力学篇包括质点动力学基本方程、动力学基本定理(包括动量定理、动量矩定理和动能定理)、动力学基本原理(含达朗伯原理和虚位移原理)、动力学普遍方程和拉格朗日方程、机械振动基础共 5 章。根据不同专业和学时进行必要的取舍,本教材可作为高等院校工科理论力学通用教材,适用于土木、机械、地质、采矿、材料、冶金、化工、航天、能源等工科专业,也可作为成教、自考学生的辅导教材。

本教材由中南大学饶秋华、王涛主编,邹春伟、罗建阳参编,其中饶秋华编写第 1~3 章,并负责全书的统稿工作;王涛编写第 4~5 章;邹春伟编写第 6~10 章;罗建阳编写思考题与习题。

由于编者水平有限,书中错误与疏漏在所难免,恳请读者指正。

编 者

2005 年 3 月

目 录

绪 论	(1)
-----------	-----

第一篇 静力学

引 言	(3)
-----------	-----

第 1 章 静力学基本知识	(4)
---------------------	-----

1.1 静力学基本概念	(4)
-------------------	-----

1.2 静力学公理	(6)
-----------------	-----

1.3 约束与约束力	(9)
------------------	-----

1.4 物体的受力分析	(15)
-------------------	------

思考题	(20)
-----------	------

习 题	(21)
-----------	------

第 2 章 力系的简化	(23)
-------------------	------

2.1 力的投影	(23)
----------------	------

2.2 力矩与力偶	(26)
-----------------	------

2.3 力系的简化	(33)
-----------------	------

2.4 重心	(41)
--------------	------

思考题	(50)
-----------	------

习 题	(52)
-----------	------

第 3 章 力系的平衡	(57)
-------------------	------

3.1 力系的平衡条件与平衡方程	(57)
------------------------	------

3.2 物体系统的平衡	(67)
-------------------	------

3.3 平面静定桁架的内力计算	(74)
-----------------------	------

3.4 摩擦与考虑摩擦时的物体平衡	(79)
-------------------------	------

思考题	(93)
-----------	------

习 题	(95)
-----------	------

第二篇 运动学

引 言	(110)
-----------	-------

第 4 章 简单运动	(111)
------------------	-------

4.1 点的基本运动	(111)
4.2 刚体的平动和定轴转动	(121)
思考题	(131)
习 题	(133)
第 5 章 复合运动	(140)
5.1 点的复合运动	(140)
5.2 刚体的平面运动	(164)
5.3 运动学综合应用	(184)
思考题	(194)
习 题	(196)
第三篇 动力学	
引 言	(213)
第 6 章 质点动力学基本方程	(214)
6.1 动力学的基本定律	(214)
6.2 质点的运动微分方程	(215)
6.3 质点动力学的两类基本问题	(216)
思考题	(223)
习 题	(223)
第 7 章 动力学普遍定理	(225)
7.1 动量定理	(225)
7.2 动量矩定理	(237)
7.3 动能定理	(251)
7.4 动力学普遍定理的综合应用	(270)
思考题	(277)
习 题	(282)
第 8 章 动力学基本原理	(298)
8.1 达朗伯原理	(298)
8.2 虚位移原理	(311)
思考题	(330)
习 题	(332)
第 9 章 动力学普遍方程与拉格朗日方程	(338)
9.1 动力学普遍方程	(338)
9.2 拉格朗日方程	(339)
思考题	(345)
习 题	(345)

第 10 章 机械振动基础	(348)
10.1 单自由度系统的自由振动	(348)
10.2 固有频率的计算方法	(354)
10.3 单自由度系统的有阻尼自由振动	(356)
10.4 单自由度系统的受迫振动	(361)
思考题	(371)
习 题	(371)
习题答案	(375)
参考文献	(389)

绪 论

力学是研究物体宏观机械运动的科学,这里的“宏观”指远大于原子、分子大小的尺度,也包括“宇观”在内。机械运动是指物体的空间位置随时间而产生的变化,如固体的运动与变形、流体的流动等,它是宇宙间物质运动最基本、最普遍的一种形式,其他运动形式如物理变化、化学反应等也伴随有简单的机械运动。力学与数学、物理、化学、天文、地理、生物并列为七大基础学科之一,是人类认识自然、改造自然的重要工具。力学又属于技术科学,它广泛应用于国民经济的各个产业。力学包括一般力学、固体力学、流体力学及交叉学科等。

20 世纪以前,人类对机械运动的研究只限于以宏观物体为对象,运动速度远小于光速,这个研究范围的力学称为经典力学,它是以 17 世纪牛顿提出的基本定律为基础,故又称为牛顿力学。人类的近代工业如蒸汽机、内燃机、铁路与机车、轮船、枪炮、桥梁、水利等都是在经典力学的基础上产生与发展起来的。20 世纪以后,现代工业进步的成果如飞机、导弹、巨型轮船、海洋平台、海底隧道、高层建筑、高速列车、机器人等都与力学的理论指导紧密相关。马克思曾说,力学是“大工业的真正科学的基础”;钱学森认为“不可能设想,不要现代力学就能实现现代化”。面向 21 世纪,力学面临新的机遇和挑战。未来的力学不仅需要突破非线性理论,而且需要发展与其他基础或技术科学相互渗透形成的交叉分支,如计算力学、生物力学、物理力学、爆炸力学、地质力学、复合材料力学、化学流体力学等,使之成为能源、交通运输、材料、化工、环境与灾害预防等国民经济、国防建设重要部门科技攻关的强有力武器。

一、理论力学的研究内容与途径

在研究物体宏观机械运动时,必须对复杂的实际对象进行简化,根据不同的研究目的建立合理的力学模型。当研究的物体运动范围远远大于其本身的大小,它的形状对其运动的影响可以忽略不计时,可将该物体简化为有质量而无几何尺寸的点,称为质点。例如在研究天体或卫星在空间的运行轨道时,可以将它们的力学模型定义为质点。有时则可将物体定义为由多个质点组成的系统,称为质点系。在研究物体的运动时,若物体的变形可忽略不计,则该物体力学模

型为一种特殊的质点系,称为**刚体**。多个刚体组成的系统称为**刚体系**。例如在对大量的机械、机构运动进行分析时,当构成工程对象各部件的变形对其运动状态的影响可忽略不计时,各部件的力学模型可定义为刚体,整个对象为刚体系。质点、质点系、刚体与刚体系通称为离散系统,它是理论力学的研究对象。

理论力学是研究尺寸大于原子、分子的质点系其速度远小于光速的机械运动规律的科学,属于经典力学的范畴。近代科学发展表明,原子、分子等微观粒子的运动遵循量子力学理论,接近光速的物体运动需用相对论力学来研究。在研究物体变形或流体流动状态时,必须建立另一种力学模型,即物质在空间连续分布的连续介质模型,它是固体力学、流体力学等力学分支的研究对象。应该指出,理论力学中涉及质点系的一些力学普遍规律也同样适用于连续介质。因此,理论力学是其他力学分支的研究基础,在工程实际中应用十分广泛。

理论力学的研究内容分为三部分:

静力学——研究物体的受力分析、力系的简化与平衡条件及其应用。

运动学——研究点和刚体运动的几何性质(包括位移、轨迹、速度和加速度),不考虑引起物体运动的物理原因。

动力学——研究物体的运动与受力之间的关系。

理论力学的研究途径是:根据研究的目的将实际对象抽象为力学模型,通过逻辑推理和数学演绎,并结合计算机数值求解和实验方法,建立揭示机械运动规律的定理、定律和推论,形成由基本概念、基本理论和基本方法组成的一套完整理论体系,并运用于工程实践,在实践中不断得到验证和发展。

二、理论力学的学习目的与方法

理论力学研究力学中最普遍、最基本的规律,是一门理论性较强的技术基础课,运用理论力学可以直接解决许多工程实际问题。同时,理论力学又是工科专业一系列后续课程如材料力学、结构力学、弹性力学、流体力学、振动学、机械原理及设计等的重要基础。一些新兴的力学学科如生物力学、物理力学等也是以理论力学为基础的。

理论力学课程系统性和实践性较强,学习过程中不仅要掌握基本概念,领会公式的推导依据、物理意义、应用条件及范围,还要重视分析问题与解决问题的方法,善于抓住工程问题的本质,建立合理的力学模型,培养抽象和逻辑思维能力。通过新颖灵活的思考题和不同层次的习题训练,培养综合分析和创新能力,为今后解决工程实际问题、从事科学研究工作打下坚实的基础。

第一篇 静力学

引 言

静力学研究物体在力系作用下的平衡规律。工程中,把物体相对于某一惯性参考系(通常取为固结在地球表面的参考系)保持静止或作匀速直线运动,称为平衡。如地面上的各种建筑物、桥梁、机床的床身、作匀速直线飞行的飞机等都处于平衡状态。平衡是物体机械运动的一种特例。

力是物体之间的相互机械作用,这种作用使物体的运动状态发生变化(称为力的外效应),同时使物体产生变形(称为力的内效应)。在研究力的外效应时,将物体抽象为内部各点间距离保持不变的刚体;在研究力的内效应时,将物体视为内部各点间距离可发生改变的变形体。作用在物体上的一组力或一群力称为力系。根据力系中各力作用线的空间位置关系,可分为汇交力系、平行力系、力偶系和一般力系。

静力学在研究力的外效应时,将研究对象简化为受力系作用的平衡刚体,运用静力学公理将力系等效简化,建立作用于平衡刚体上全部的外力所应满足的条件,即力系的平衡条件,根据该条件求解出平衡物体系统中的全部未知外力。

静力学主要研究两个问题:力系的简化(或合成);力系的平衡。

静力学在工程中具有最为广泛的应用,如力系的平衡条件是各种工程构件和机械零件设计的依据;加入惯性力,可用静力平衡方法求解动力学问题等。因此,静力学是研究材料力学和动力学的基础。

第1章 静力学基本知识

1.1 静力学基本概念

1.1.1 力

力是物体之间的相互机械作用,这种作用使物体的运动状态和形状发生改变。分别称为力的外效应(或运动效应)和内效应(或变形效应)。静力学只研究力的外效应,力的内效应将在材料力学、结构力学、弹性力学等后续课中论述。

作用在物体上的力,按其相互作用的范围可分为分布力与集中力。分布力是连续作用于物体某面积或线段上的力,如绳与轮之间的正压力(图 1-1)、作用于水坝上的静水压力(图 1-2)等。若外力的作用范围远小于物体的表面尺寸时,则可看作是作用于物体某一点上的集中力,如汽车轮胎对地面的压力(图 1-3)、起重机梁上悬挂物的重力等。实际上,任何物体间的作用力都分布在有限的面积上或体积内,即集中力在实际中是不存在的,它只是分布力的理想化模型。由于分布力的分布规律一般较为复杂,在研究物体的平衡时,分布力的作用效果可以用一个静力等效的集中力来代替,使问题得以简化,如重力可用一个作用于物体重心上的等效集中力来代替。

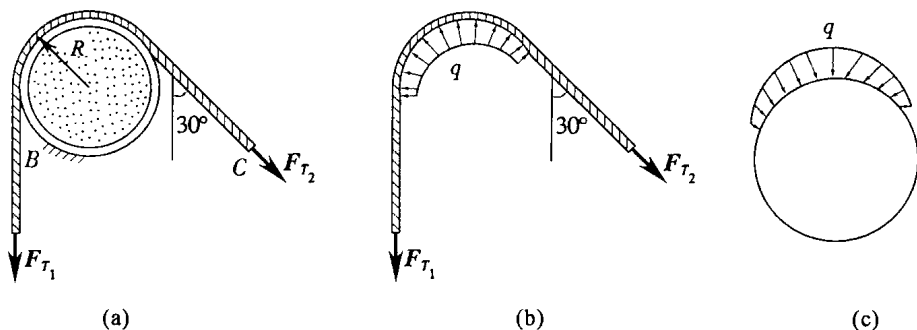
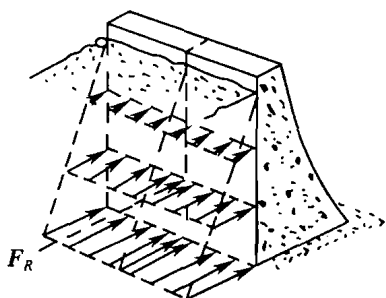
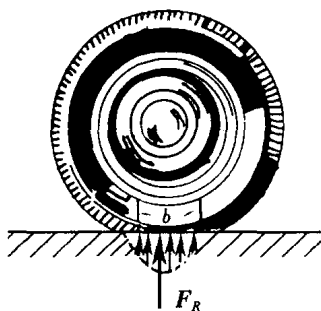


图 1-1



水坝

图 1-2



轮胎

图 1-3

实验表明,力对物体的作用效果取决于三要素:大小、方向和作用点。因此,力是定位矢量,可用一有向线段(矢线)AB表示(图 1-4)。矢线的起点表示力的作用点,矢线所在直线表示力的作用线,其方向表示力的方向,长度按选定的比例表示力的大小。常用黑体大写字母 F 作为力矢量符号,普通字母 F 表示力的大小。在国际单位制中,力的单位是牛顿(N)或千牛顿(kN);在工程单位制中,力的单位是公斤力(kgf),两者的换算关系为:

$$1(\text{kgf}) \approx 9.8(\text{N})$$

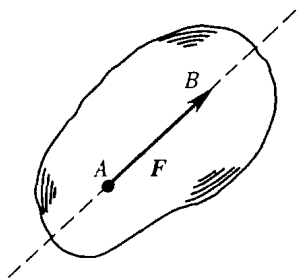


图 1-4

1.1.2 刚体

刚体是指在受力作用下不发生变形的物体,即物体内部任意两点间距离始终保持不变。实际上,任何物体受力后都要产生不同程度的变形。但在工程实际中,当构件和机械零部件的变形十分微小,对研究物体的平衡问题不起主导作用时,可以忽略不计物体的变形,从而使问题的研究大为简化。显然,刚体是一个抽象化的理想模型。如果在研究的问题中,物体变形成为主要因素,则必须采用变形体模型。例如,研究飞机的平衡和运动规律时,可将飞机简化为刚体;然而在研究飞机的颤振时,机翼的变形不容忽略,需将飞机看做弹性体。

理论力学中,静力学只研究刚体在力系作用下的平衡规律,故又称为刚体静力学,它是变形体静力学的基础。

1.2 静力学公理

静力学公理是人们经过长期实践和科学验证总结出的关于力的基本性质的普遍规律,它们无需证明而被公认,是静力学的理论基础。

公理 1 二力平衡公理

作用于同一刚体上的两个力,使刚体平衡的必要与充分条件是:两个力的大小相等、方向相反,且作用在同一直线上,记为 $F_1 = -F_2$ (图 1-5)。

公理 1 揭示了作用于物体上最简单的力系平衡条件。但对于变形体而言,该条件是必要而不充分的。如软绳在两个等值、反向、共线的拉力作用下能保持平衡,但在两个等值、反向、共线的压力作用下则不能平衡。

在二力作用下平衡的构件,称为二力构件(或二力杆)。二力构件上的两个力必满足二力平衡条件。如图 1-6 所示的三铰拱,若不计自重,BC 杆只在 B、C 两铰处受力而平衡,故为二力构件,且此二力等值、反向、共线,必沿 BC 连线方位。

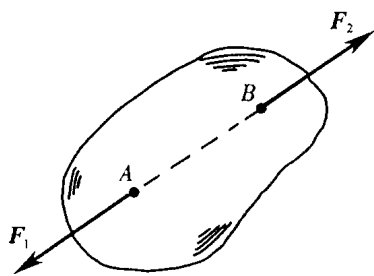


图 1-5

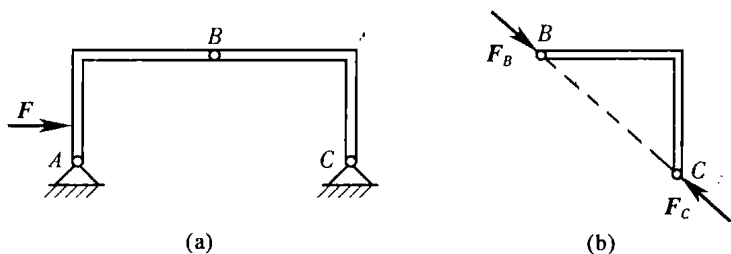


图 1-6

公理 2 加减平衡力系公理

在已知的力系上加上或减去任意的平衡力系,不会改变原力系对刚体的作用。

公理 2 是力系等效替换与简化的理论依据。显然,平衡力系不会改变物体的平衡或运动状态,但会改变物体的内力和变形。例如图 1-7 所示杆在 B 处受 F 力平衡,若在 B、C 两处加一对平衡力系($F_1 = -F_1'$),整体平衡不变,但改变了 BC 段的内力与变形。因此,公理 2 仅适用于刚体。

推论 1 力的可传性原理

作用于刚体上某点的力,可沿其作用线移至该刚体上的任一点而不改变该力对刚体的作用效果。

证明 设力 F 作用于刚体上 A 点,

如图 1-8a 所示。若在其作用线上任取一点 B 并加上一对平衡力 F_1, F_2 , 令 $F_2 = -F_1 = F$, 见图 1-8b, 由公理 2 可知, 添加此两力后的力系 (F_1, F_2, F) 与原力 F 等效。又因 F_1 和 F 等值、反向、共线, 构成一平衡力系, 将其去掉后仅留下作用于 B 点的力 F_2 , 显然它与原作用于 A 点的力 F 等效, 即相当于将力 F 从 A 点沿着其作用线移至 B 点, 见图 1-8c。

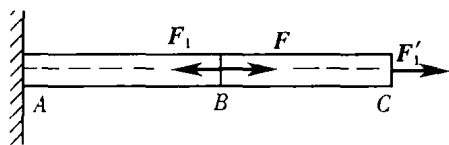


图 1-7

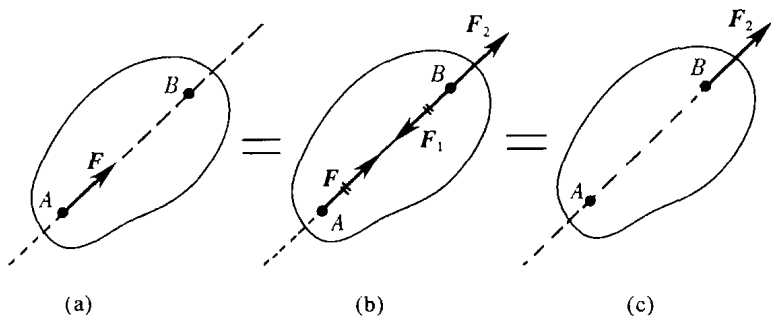


图 1-8

由此可见, 力对刚体是滑移矢量, 力的大小、方向和作用线是力对刚体的三要素。

需要指出的是, 力的可传性只限于研究力的外效应。当研究力的内效应时, 不可将力沿其作用线滑移。在图 1-6 中, 若力 F 沿其作用线从 AB 杆移至 BC 杆处, 将改变两杆的内力与变形。

公理 3 力的平行四边形法则

作用于物体上同一点的两个力可以合成为一个合力, 合力的作用点仍在该点, 其大小和方向由这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线来决定, 即合力矢等于这两个力矢的几何和, 记为 $F_R = F_1 + F_2$, 见图 1-9a。

应用公理 3 求汇交于点 O 的两个力的合力时, 可以任选一点为起点, 以 F_1, F_2 为两边按一定的比例作力的三角形, 封闭边即为此二力的合力 F_R , 见图 1-9b, 这是求合力矢的 力的三角形法则。注意合力矢与分力矢的作图次序无关, 见图 1-9c。

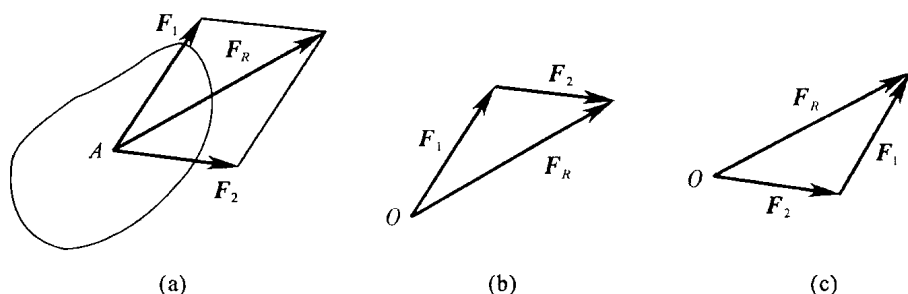


图 1-9

若求图 1-10a 所示 n 个共点力的合力时,可依次将 $F_1, F_2, \dots, F_n$ 首尾相接,连接第一个力矢 F_1 的始端与最后一个力矢 F_n 的末端所得矢量,即为合力矢 F_R ,见图 1-10b。这种求合力矢的方法称为力的多边形法则,它只适用于汇交力系,且合力矢与各分力矢的作图次序无关。

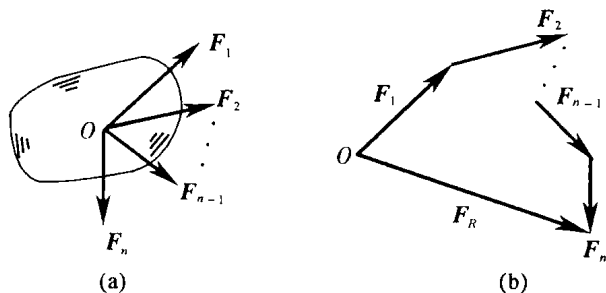


图 1-10

力的分解是力的合成之逆运算,也遵循力的平行四边形法则。通常将力沿两个互相垂直的方向分解。

公理 3 是力的合成与分解的基础,对刚体、变形体皆适用。

推论 2 三力平衡汇交定理

若刚体受三力作用而平衡,且其中的二力作用线相交于一点,则第三个力作用线必过此交点。

证明 设图 1-11 所示刚体在 F_1, F_2, F_3 三个力作用下处于平衡,且 F_1, F_2 作用线交于 O 点。根据力的可传性,将 F_1, F_2 分别沿各自的作用线移至交点 O ,由平行四边形法则求得合力 F_R ,则合力 F_R 应与力 F_3 平衡。由二力平衡公理可知, F_R 与 F_3 必共线,故 F_3 与 F_1, F_2 共面,且汇交于同一点 O 。

同理可证明:若刚体受 n 个力作用而平衡,且其中的 $n-1$ 个力交于一点时,则第 n 个力作用线必过此交点。

三力平衡汇交定理常用于受力分析中确定第三个力的作用线方位。应当指出的是,该定理只说明了不平行的三力平衡的必要条件而非充分条件,因为任意三个共面且汇交的力不一定构成平衡力系。

公理4 作用与反作用定律

两物体间的作用力与反作用力总是同时存在,大小相等、方向相反、沿同一条直线分别作用在两个物体上,记为 $\mathbf{F} = -\mathbf{F}'$ 。

该公理建立了两物体之间相互作用力的联系,对刚体、变形体皆适用,是研究两个或两个以上物体系统平衡的基础。

必须强调,作用力与反作用力虽然等值、反向、共线,但分别作用在两个不同的物体上,因此,不能相互平衡,这与二力平衡公理有着本质上的区别。

公理5 刚化原理

若变形体在某一力系作用下处于平衡,将此变形体硬化为刚体,则其平衡状态不变。

该公理提供了把变形体视为刚体模型研究的条件。例如软绳受两个等值、反向、共线的拉力作用处于平衡,将其变为刚性杆后,平衡状态不会改变,说明变形体平衡时必须满足刚体的平衡条件。反之,刚性杆在两个等值、反向、共线的压力作用下能够平衡,而软绳受同样压力却不能平衡(图1-12)。由此可见,刚体的平衡条件仅是变形体平衡的必要条件而非充分条件。在刚体静力学的基础上研究变形体的平衡问题时,还应充分考虑变形体的特征,例如绳索不能受压等。

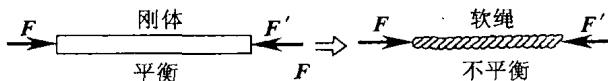


图 1-12

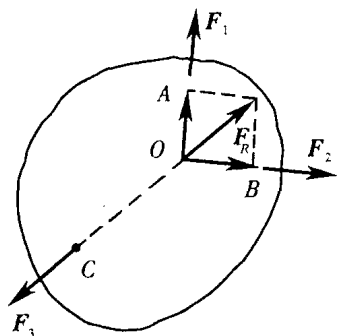


图 1-11

1.3 约束与约束力

工程实际中的物体,根据其空间位移是否受到限制可以分为两类:一类是物体可在空间自由运动,不受任何限制,这种物体称为自由体,如飞行中的飞机、火箭等;另一类是物体在空间的位置(或运动)受到周围物体对它的不同程度的限