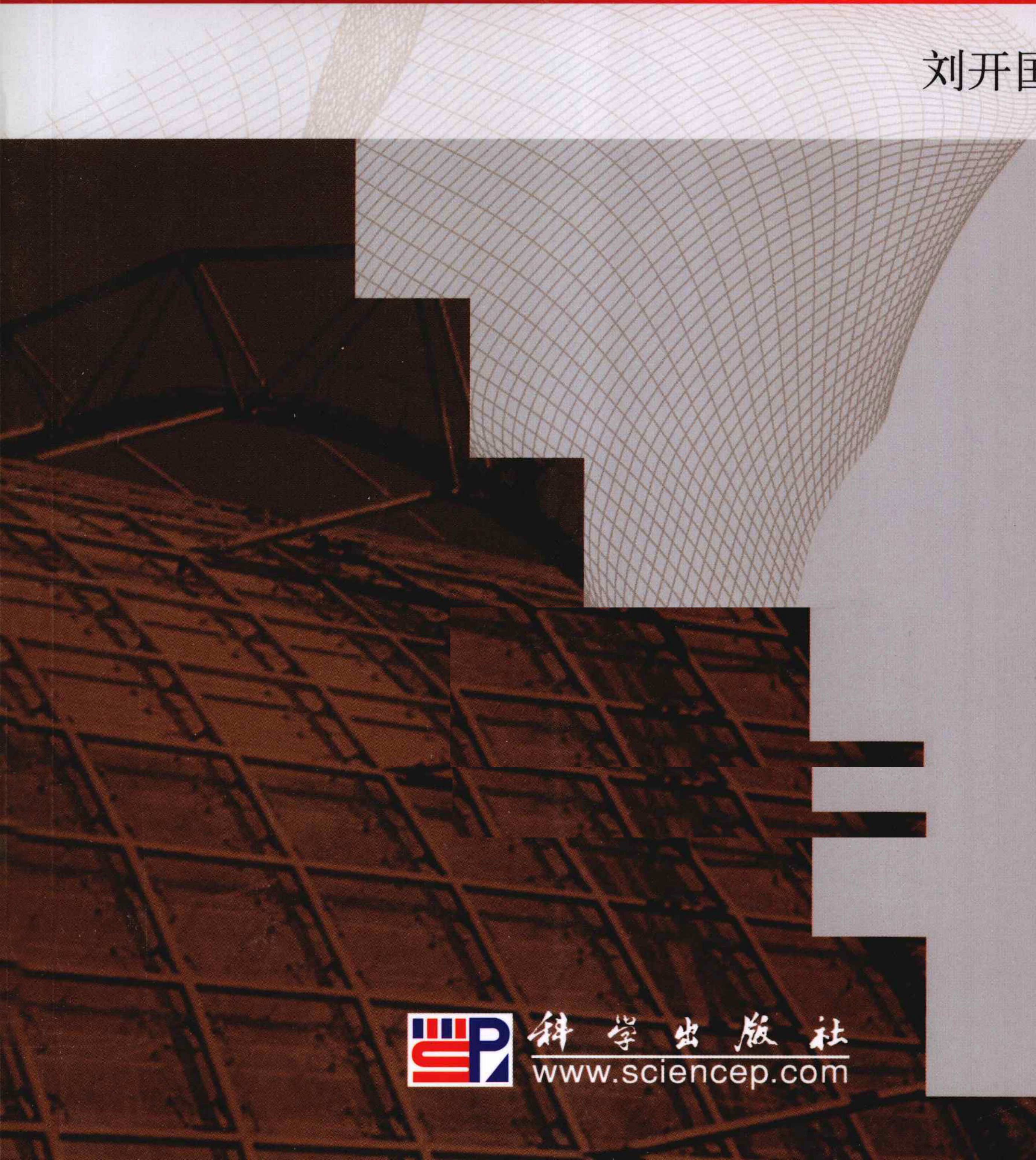
现代结构理论分析与简化计算

刘开国　著



科学出版社
www.sciencep.com

现代结构理论分析与简化计算

刘开国 著

科学出版社
北京

内 容 简 介

全书汇集作者各个时期从事结构理论研究的代表作，分为刚构、高层结构、超高层结构、薄壳结构、空间结构、拉索结构、杂交结构、地基基础与高层结构的相互作用、结构控制、结构优化、高耸及膜结构等 11 个专题。

书中内容涉及静力与动力、线性与非线性、结构控制与结构优化以及地基基础与高层结构的相互作用等各个领域。书中提出的分析方法有能量变分法、分解刚度法、微分方程法、加权残数法、半解析半残数法、传递矩阵法、极限平衡法、力法、形变法、侧移传播法及剪力一次分配法等，理论阐述正确，概念清晰，且均有算例以说明之。

本书可供从事土建结构设计和力学研究的科技人员以及高等院校有关专业的师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

现代结构理论分析与简化计算/刘开国著．—北京：科学出版社，2010
ISBN 978-7-03-029343-5

Ⅰ．①现… Ⅱ．①刘… Ⅲ．①建筑结构－理论研究②建筑结构－结构计算 Ⅳ．①TU31

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 207817 号

责任编辑：童安齐 / 责任校对：王万红
责任印制：吕春珉 / 封面设计：耕者设计工作室

科学出版社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com
双青印刷厂 印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销
*
2010 年 11 月第 一 版 开本：787×1092 1/16
2010 年 11 月第一次印刷 印张：24 1/2
印数：1－1 500 字数：568 000

定价：68.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换〈双青〉)
销售部电话 010-62136131 编辑部电话 010-62137154(VT03)

前　　言

作者从事建筑结构设计与研究 40 余年，承担和主持几十项大型工业厂房和超高层与大跨度民用建筑结构设计，并结合各个时期结构设计的需要进行结构力学的研究，与时俱进，精心研究，数十年如一日，从未中辍，每有所得即在相关学术刊物发表文章。

自 1958 年以来作者共发表学术论文 100 余篇，现从 1958 年至 2006 年的 100 篇学术论文中选出其中代表作 34 篇，连同 2007 年以后的学术论文（含尚未发表的）共 48 篇汇集成书。全书分为刚构、高层结构、超高层结构、薄壳结构、空间结构、拉索结构、杂交结构、地基基础与高层结构的相互作用、结构控制、结构优化、高耸及膜结构等 11 个专题。

书中内容涉及静力与动力、线性与非线性、结构控制与结构优化，以及地基基础与高层结构的相互作用等各个领域。书中提出的分析方法有能量变分法、分解刚度法、微分方程法、加权残数法、半解析半残数法、传递矩阵法、极限平衡法、力法、形变法、侧移传播法及剪力一次分配法等。

变分法是现代结构分析的理论基础，不论是有限元法还是连续化方法、线性还是非线性都需要它。本书约有 2/5 的论文采用了能量变分法。为此，建议首次接触变分法的读者，在阅读这些文章之前请先阅读本书附录“能量变分原理与现代结构分析”一文。

书中的理论分析与简化计算不仅切合实际、理论正确、概念清楚，而且计算简便、定性准确，便于应用，同时每篇文章均有算例以说明之。

希望本书的出版，能对从事现代结构理论分析与简化计算的研究和应用研究的科技工作者有所裨益。书中不足之处敬请读者指正。

目　　录

Ⅰ　刚　　构

Ⅱ　高层结构

Ⅲ　超高层结构

Ⅳ　薄壳结构

V 空间结构

VI 拉索结构

VII 杂交结构

VIII 地基基础与高层结构的相互作用

IX 结构控制

X 结构优化

Ⅺ　高耸及膜结构

Ⅰ 刚　　构

剪力一次分配法及其重分配*

一、引　　言

图1表示一简单的刚构，承受侧力 P 的作用。设各柱中的剪力分别为 H_1、H_2、…、H_n，则由平衡条件，可知 $H_1+H_2+\cdots+H_n=P$。换言之，外荷载 P 按一定的比例分配到各柱子上。如果我们能设法求出剪力的分配比，就可简捷地算出各柱子上的剪力；如果我们还能预先确定各柱子上反弯点的位置，则由剪力即可计算柱上的弯矩，从而完全解决了问题。

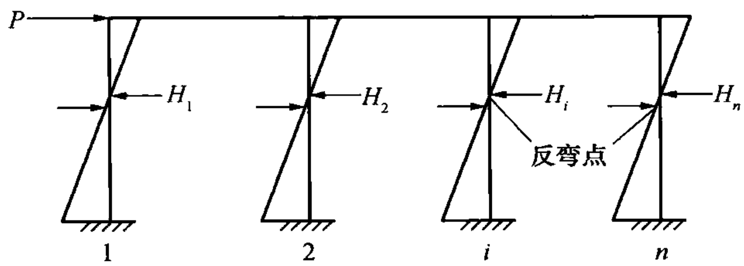


图1

但是刚构的剪力分配系数和反弯点位置受到许多因素的影响，并不是简单的刚构形常数，这也许是剪力分配法一直未能被成功地用来解算有侧移刚构的主要原因。因此，以往剪力分配法只适用在一种特殊的刚构，即横梁刚度为无穷大的刚构中获得简单迅捷的解答。一般当横梁刚度为立柱的5倍以上时，我们即可近似地假定横梁刚度为无穷大，而按剪力分配的原理进行分析，迅速可靠地解决了问题。

对于一般性的刚构，是否仍能应用剪力分配的原理进行计算呢？根据著者的研究，答案是肯定的，但这时立柱的抗剪劲度和反弯点位置须用特殊的方法求出。解决了这一问题后，剪力分配法就完全适用于横梁刚度为有限时的刚构分析，而保持其迅速简明的特点。

下面我们介绍剪力分配新法的基本原理。

剪力分配的基本原则为：①同一层内各柱顶的侧移相等，即略去了横梁长度改变的影响；②当各层柱的抗剪劲度 Q 求得后，可由各层层间剪力平衡条件，将侧向荷载按各

---

* 原载：工程建设，1958，(9).

柱的抗剪劲度分配到各柱上；③当柱反弯点位置参数 i_0 求得后，可由柱剪力计算弯矩。

故知欲研究剪力分配的原理，必先了解和掌握这两个刚构常数 Q 及 i_0 的变化规律，这是一个复杂而有趣的问题，它不仅与柱两端的约束情况有关，而且与各层的荷载大小及方向有关。为了进一步了解这两个常数的变化规律，现举下列一些材料来说明之。

图 2(a)说明横梁刚度与柱刚度比 $n\left(=\frac{K_2}{K_3}\right)$ 的变化对 Q 及 i_0 的影响，当 n 在 2～5 时影响不大，当 n 在 2 以下时影响就较大了。

图 2(b)说明柱刚度变化对 Q 及 i_0 的影响，当 $m=2$ 时，即符合“倍数原理”，见文献[4]，剪力按柱的刚度 K 分配之；当 $m>2$ 时，外柱 Q_1 逐渐增大而中柱 Q_2 逐渐减小；当 $m<2$ 时，则相反。图 2(c)说明个别梁刚度变化对 Q 及 i_0 的影响。

显然，当图 2 中的 $K_1 \neq \infty$时，上述变化将更趋复杂。

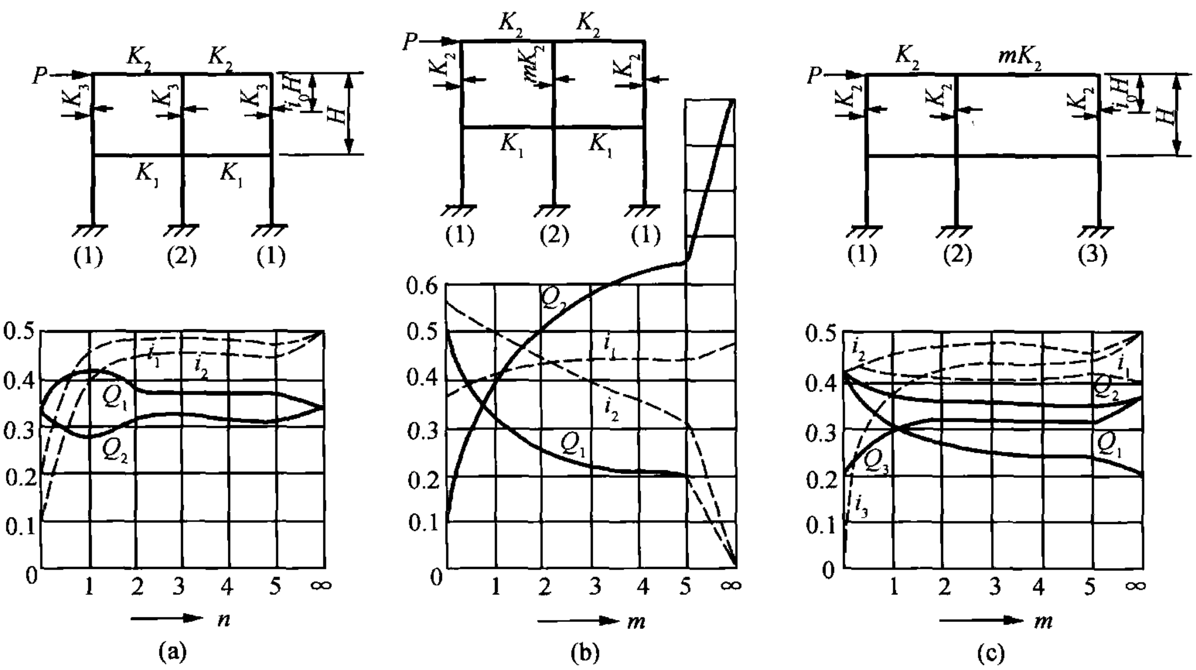


图 2

综合以上的材料，可以归纳以下三条规律：

(1) 横梁刚度越小，引起这两个常数的变化越大。

(2) 柱的刚度凡符合“倍数原理”者，剪力可按柱刚度分配之；不符合此原理者，视其不符合的程度而异，越不符合此原理者，剪力越不按刚度分配，甚至柱刚度大者，其抗剪劲度反而小，而其 i_0 值则相应增大。

(3) 横梁刚度很小而柱刚度又很不符合“倍数原理”者，Q 及 i_0 的变化将非常复杂，但从实用的观点来看，这种特殊情况并不常见。

剪力分配新法是从工程的实践出发，并从刚构的物理概念着手，充分运用了上述三条规律的计算方法。新法的基本体系具有明显的物理概念，它的常数 Q 及 i_0 的公式根据柱两端的弹性约束情况，在数学上予以合理的推证。

新法与以往剪力分配法主要不同之处如下：

（1）采用了基本体系计算。

（2）摒弃了横梁刚度 $K=\infty$ 的假定。

（3）能通过逐渐近似的步骤而获得精确解，从而使其在理论上成为精确法，大大丰富了剪力分配的理论，给这个理论开拓了新的途径。

此外，新法似有以下一些优点：

（1）概念明确，原理简单，公式简短，无需解联立方程式，容易掌握。

（2）由于基本体系的合理，引用的常数公式内无荷载项，可在多种荷载作用下重复使用。

（3）应用范围广泛，能适用于不论是等截面还是变截面、刚接或铰接的刚构，在各种水平荷载（风、地震及因垂直荷载而产生的侧力等）作用下的应力分析，以及温度沉陷应力的计算，也可用于平行弦的空腹桁架。

新法也有不够理想之处：当分析梁刚度很小而柱刚度又很不符合“倍数原理”的刚构时，如欲获得较精确的结果，必须通过逐渐近似的步骤来获得。

二、剪力分配的直接解——一次分配法

1. 基本体系的划分

基本体系的合理划分，对刚构的简化计算和提高精确度有很大的关系，著者在研究剪力分配的过程中充分注意到这一点，并就以下三个原则进行划分。

（1）使计算简单，立论正确，便于求出一套简而易记的刚构常数公式。

（2）从形变的物理概念出发，使基本体系与原刚构的变形情况接近一致。

（3）根据内力分布的特点，分析本层时，邻层对本层的内力影响小，远层的影响则更小。

根据这些原则，在划分时以本层为主，上下邻层则只考虑柱刚度的影响，且将多层刚构的每一层自其相应邻层柱的他端分割出来，形成许多基本体系。基本体系的数量与层数相同。

图 3(a)所示一四层刚构，将其分成四个基本体系，四个基本体系的邻层柱的他端都用辊轴支承表示。图 4(a)为多层框架中间的若干层在水平力 $\sum P$ 作用下的变形情况，图 4(b)所示其在邻层柱的他端代以辊轴支承后的变形情况，两者是接近一致的，故在物理概念上是相符合的。取邻层柱的他端为辊轴支承，也即假定此处的横梁刚度 $K=\infty$，这与旧法连本层横梁都假定为∞相比，显然得到了很大的改进，更能符合实际情况。

图 3(b)所示一四层刚构，其顶层缺一跨间且底层柱基为铰接，故其划分法略有不同：底层体系为铰接；二层体系由于柱基为铰接，故其下邻柱不绘出（即下邻柱的 $K=0$）；三层体系的上邻层缺一柱；四层体系缺一跨间。

不管有多少层，中间层的基本体系是一个典型的基本体系，如图 4(b)所示，故掌握了四层的例子，其他就可举一反三了。

基本体系划分好后，各个体系可以彼此互不关联地进行分析，最后将各体系计算的结果叠加，即得整个刚构的计算结果。

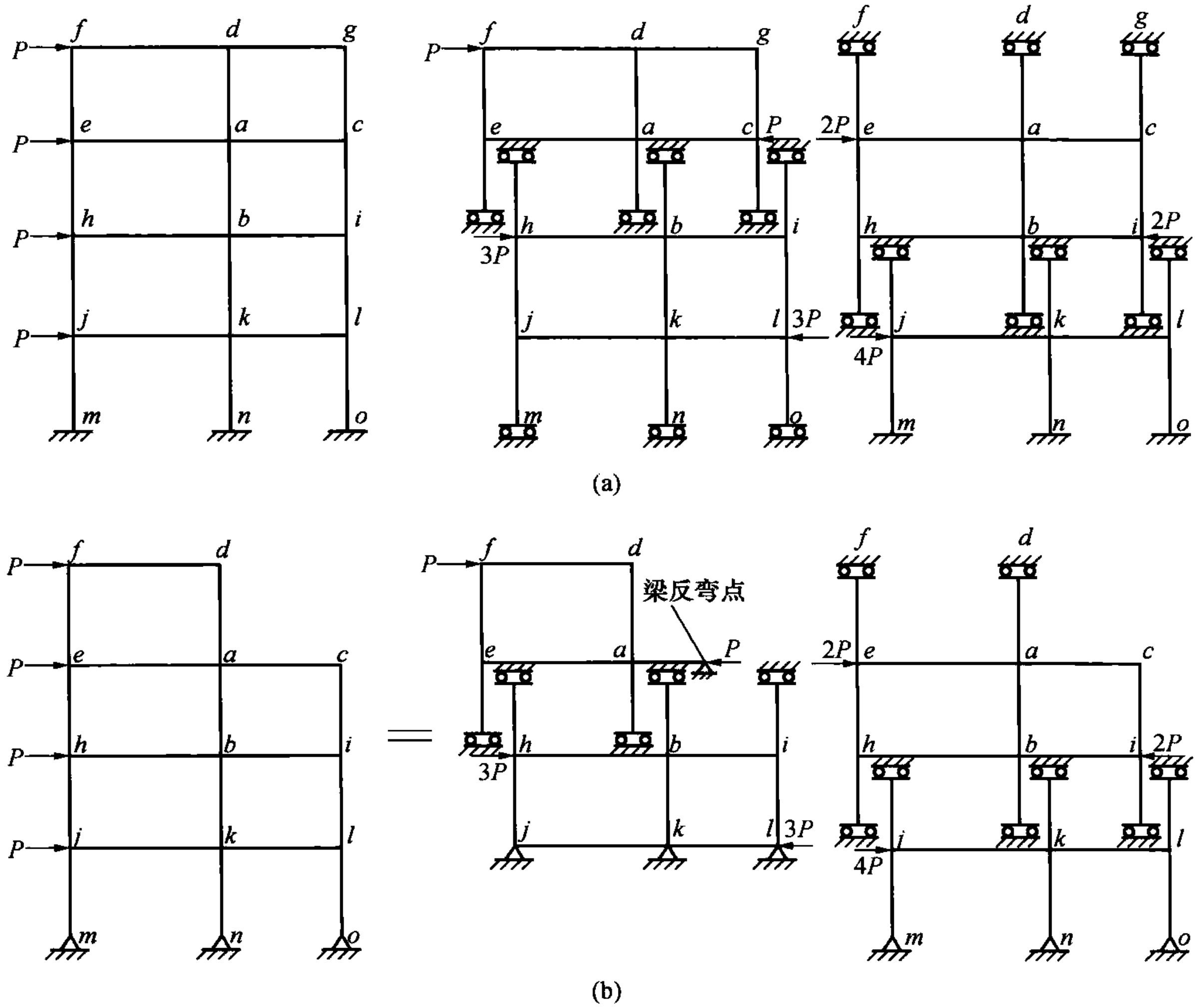


图 3

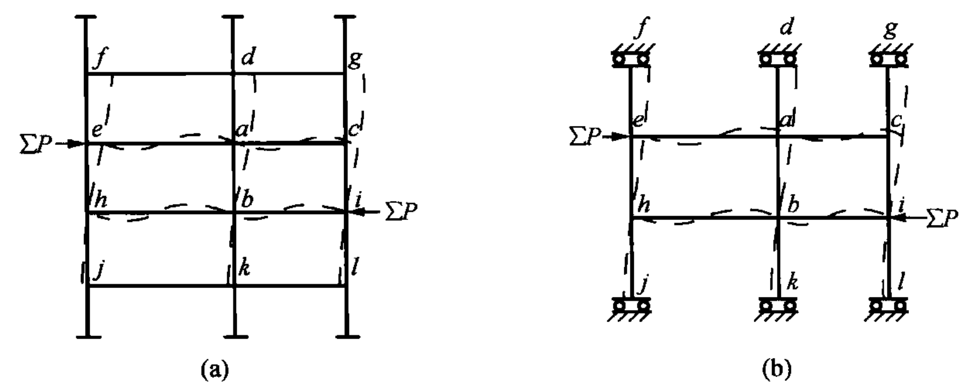


图 4

2. 基本体系的分析

基本体系的分析问题，实质上就是如何求出基本体系中各柱的 Q 及 i_0 值的问题。因为求得了各柱的抗剪劲度 Q 后，即可在基本体系中进行剪力分配。有了 i_0 值就可求出柱端弯矩，再根据节点弯矩平衡条件，即可求得横梁及邻柱的弯矩。

为了进一步简化分析，可在基本体系中假定横梁反弯点在其中点（在一般有侧移刚构的形变中，横梁的反弯点常接近位于其中点），这样一来，典型的基本体系就变成如图 5(a)所示的情况了，再从纵向剖开成三个独立的柱单元，如图 5(b)所示。

中间柱单元是一个典型柱单元，它的变形如图 6(a)所示。现用这个典型柱单元来推导 Q 及 i_0 的公式。

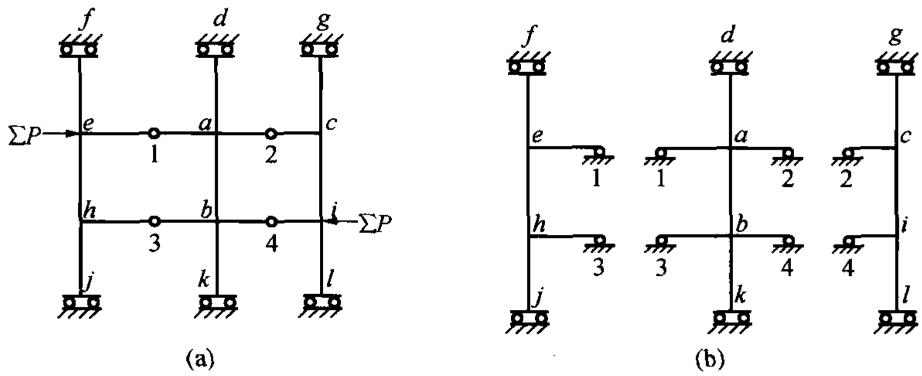


图 5

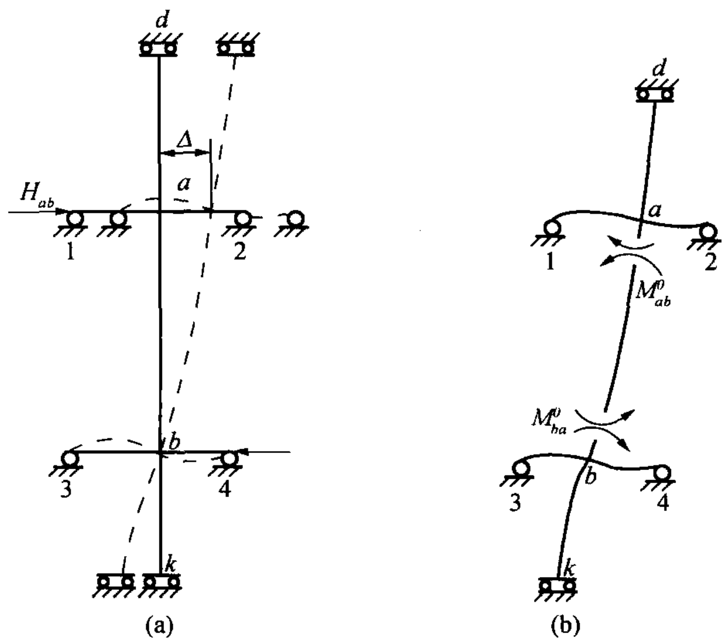


图 6

首先我们来推导柱端均衡力矩的公式。图 6(b) 表示将柱 ab 从 a 点和 b 点与节点割开，分别用均衡力矩 M_{cb}^0、M_{ba}^0 表示它们之间的联系关系。按柱的变形可由图 7 所示的三项叠加而得，即

$$\left.\begin{aligned}\theta_{ab} &= \frac{\Delta}{L} - \alpha_{ab}M_{ab}^0 + \beta M_{ba}^0 \\ \theta_{ba} &= \frac{\Delta}{L} + \beta M_{ab}^0 - \alpha_{ba}M_{ba}^0\end{aligned}\right\} \tag{1}$$

式中：α、β 的意义见图 7。

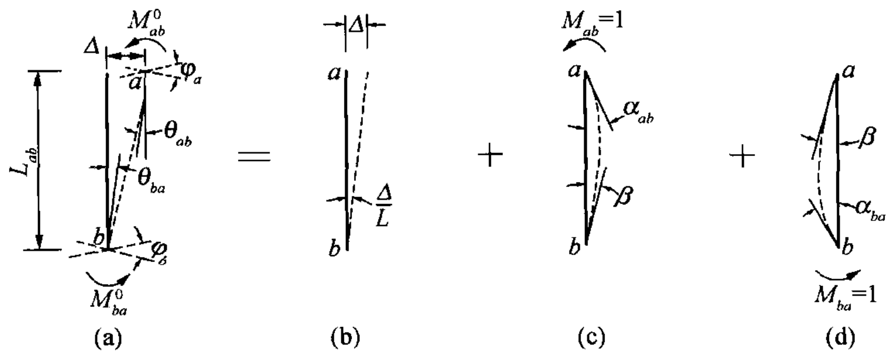


图 7

现在我们来看 a、b 节点的变形。图 6(a)的 M^0_{ab} 作用于 a 点，必产生角变 φ_a，其值 $\varphi_a=\dfrac{M^0_{ab}}{\sum S_{anm}}$，这里 $\sum S_{anm}=S_{a1m}+S_{a2m}+S_{adm}$，即与节点 a 相连各杆的修正刚度之和。因此我们须先求邻层柱 ad 的修正刚度 S_{adm} $\left(以后令\ K=\dfrac{EI}{L}\right)$。

由图 8(a)得

$$EI_{ab}\theta_a=\int_0^L M_{ad}\,\mathrm{d}x=M_{ad}L_{ad}$$

故

$$M_{ad}=K_{ad}\theta_a$$

根据修正刚度的定义，当 $\theta_a=1$ 时的 M_{ad} 即为 S_{adm}，故

$$S_{adm}=K_{ad}$$

求横梁的修正刚度 S_{a1m}：

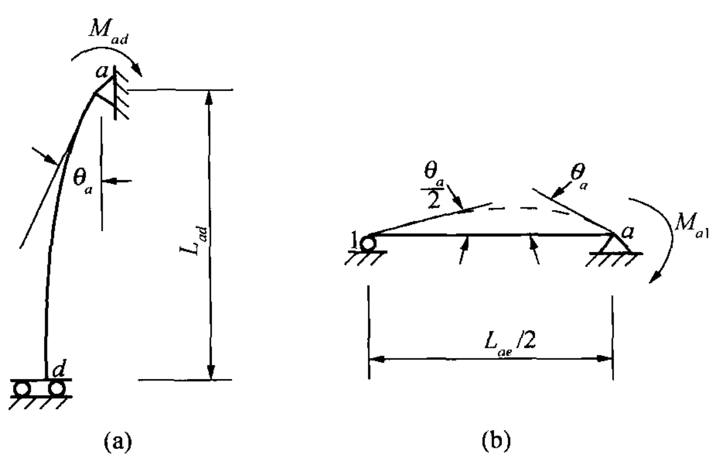


图 8

由图 8(a)得

$$M_{a1}=\frac{2EI_{ae}}{\frac{1}{2}L_{ae}}\left(2\theta_a-\frac{1}{2}\theta_a\right)=6K_{ae}\theta_a$$

故

$$S_{a1m}=6K_{ae}$$

同理

$$\varphi_b=\frac{M_{ba}^0}{\sum S_{bnm}}$$

$$\sum S_{bnm}=S_{b3m}+S_{b4m}+S_{bkm}$$

由于 $\theta_{ab}=\varphi_a$ 及 $\theta_{ba}=\varphi_b$，故得

$$\left.\begin{aligned}\frac{\Delta}{L}-\alpha_{ab}M_{ab}^0+\beta M_{ba}^0&=\frac{M_{ab}^0}{\sum S_{anm}}\\ \frac{\Delta}{L}+\beta M_{ab}^0-\alpha_{ab}M_{ba}^0&=\frac{M_{ba}^0}{\sum S_{bnm}}\end{aligned}\right\}\qquad(2)$$

或

$$\left.\begin{aligned}\left(\alpha_{ab}+\frac{1}{\sum S_{anm}}\right)M_{ab}^0-\beta M_{ba}^0&=\frac{\Delta}{L}\\ \left(\alpha_{ba}+\frac{1}{\sum S_{bnm}}\right)M_{ba}^0-\beta M_{ab}^0&=\frac{\Delta}{L}\end{aligned}\right\}\qquad(3)$$

解之得

$$\left.\begin{aligned}M_{ab}^0&=\frac{\left(\beta+\alpha_{ab}+\dfrac{1}{\sum S_{anm}}\right)\dfrac{\Delta}{L}}{\left(\alpha_{ab}+\dfrac{1}{\sum S_{anm}}\right)\left(\alpha_{ba}+\dfrac{1}{\sum S_{bnm}}\right)-\beta^2}\\ M_{ba}^0&=\frac{\left(\beta+\alpha_{ba}+\dfrac{1}{\sum S_{bnm}}\right)\dfrac{\Delta}{L}}{\left(\alpha_{ab}+\dfrac{1}{\sum S_{anm}}\right)\left(\alpha_{ba}+\dfrac{1}{\sum S_{bnm}}\right)-\beta^2}\end{aligned}\right\}\qquad(4)$$

对于等截面结构：$\alpha_{ab}=\alpha_{ba}=\dfrac{1}{3K_{ab}}$ 及 $\beta=\dfrac{1}{6K_{ab}}$，代入式(4)并整理后得

$$\left.\begin{aligned}M_{ab}^0&=\frac{3+\dfrac{6K_{ab}}{\sum S_{anm}}}{\left(2+\dfrac{6K_{ab}}{\sum S_{anm}}\right)\left(2+\dfrac{6K_{ab}}{\sum S_{bnm}}\right)-1}\times\frac{6K_{ab}}{L_{ab}}\Delta\\ M_{ba}^0&=\frac{3+\dfrac{6K_{ab}}{\sum S_{bnm}}}{\left(2+\dfrac{6K_{ab}}{\sum S_{anm}}\right)\left(2+\dfrac{6K_{ab}}{\sum S_{bnm}}\right)-1}\times\frac{6K_{ab}}{L_{ab}}\Delta\end{aligned}\right\}\qquad(5)$$

为简化计，令

$$\left.\begin{aligned}\overline{K}_a &= \frac{1}{6}\sum S_{anm} = K_{ae} + K_{ac} + \frac{1}{6}K_{ad} \\ \overline{K}_b &= \frac{1}{6}\sum S_{bnm} = K_{bh} + K_{bi} + \frac{1}{6}K_{bk}\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

又令

$$\left.\begin{aligned}F_a &= 3 + \frac{K_{ab}}{\overline{K}_a} \\ F_b &= 3 + \frac{K_{ab}}{\overline{K}_b}\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

式中：F 为刚构因侧移时的柱端约束柔度系数，当柱端为固接时，$\overline{K}=\infty$，$F=3$；当柱端为铰接时，$\overline{K}=0$，$F=\infty$。所以

$$\left.\begin{aligned}M_{ab}^0 &= \frac{F_a}{(F_a-1)(F_b-1)-1} \times \frac{6K_{ab}}{L_{ab}}\Delta \\ M_{ba}^0 &= \frac{F_b}{(F_a-1)(F_b-1)-1} \times \frac{6K_{ab}}{L_{ab}}\Delta\end{aligned}\right\} \tag{8}$$

当 M_{ab}^0、M_{ba}^0 求得后，不难求出柱的 Q 及 i_0 值。

1) 求柱 ab 的反弯点 i_0

设反弯点的位置离 a 端的距离为 i_0L_{ab}，即离 b 端为 $i_0L_{ab}[=(1-i_0)L_{ab}]$，故

$$M_{ab}^0 = i_0 \cdot L_{ab} \cdot H_{ab}$$

$$M_{ba}^0 = (1-i_0)L_{ab} \cdot H_{ab}$$

解之得

$$i_0 = \frac{M_{ab}^0}{M_{ab}^0 + M_{ba}^0} = \frac{F_b}{F_a + F_b} \tag{9}$$

故反弯点与柱端约束柔度系数 F 有关。

2) 求柱 ab 的抗剪劲度 Q

$$\begin{aligned}H_{ab} &= \frac{M_{ab}^0}{i_0L_{ab}} = \frac{F_a}{(F_a-1)(F_b-1)-1} \times \frac{6K_{ab}\Delta}{(L_{ab})^2 i_0} \\ &= \frac{F_a}{F_aF_b-(F_a+F_b)} \times \frac{6K_{ab}\Delta}{(L_{ab})^2 i_0} = \frac{1}{i_0F_a-1} \times \frac{6K_{ab}}{(L_{ab})^2}\Delta\end{aligned} \tag{10}$$

或

$$H_{ab} = \frac{1}{i_0F_b-1} \times \frac{6K_{ab}}{(L_{ab})^2}\Delta \tag{11}$$

根据定义，当 $\Delta=1$ 时的 H_{ab} 值即为抗剪劲度 Q_{ab}，即

$$Q_{ab} = \frac{6K_{ab}}{(i_0F_a-1)L_{ab}^2} \approx \frac{K_{ab}}{(i_0F_a-1)L_{ab}^2}\text{（取相对值）} \tag{12}$$

如同层内柱高相等时，式可进一步简化为

$$Q_{ab} \approx \frac{K_{ab}}{i_0F_a-1} \tag{13}$$

3）基本体系的分析

基本常数 Q 及 i_0 求出后，即可进行分析。

（1）剪力分配。根据同层各柱顶剪力须与外荷载平衡的原则，层间水平力可按各柱的 Q 值比例地分配之。以图 5(a)为例，可得

$$\left.\begin{aligned} H_{ab} &= \frac{Q_{ab}}{\sum Q}\sum P \\ H_{eh} &= \frac{Q_{eh}}{\sum Q}\sum P \\ H_{ci} &= \frac{Q_{ci}}{\sum Q}\sum P \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

其中

$$\sum Q = Q_{ab} + Q_{eh} + Q_{ci}$$

（2）柱端弯矩。各柱的剪力 H 求得后，乘以反弯点到柱端的距离，即得各柱端的弯矩。以柱 ab 为例，即得

$$\left.\begin{aligned} M_{ab} &= i_0 \cdot L_{ab} \cdot H_{ab} \\ M_{ba} &= (1 - i_0)L_{ab} \cdot H_{ab} \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

（3）弯矩分配及传播。当柱端弯矩求得后，即可按横梁及邻层柱的修正刚度分配到与节点相连的各杆件上。但为方便计，可用修正刚度的相对值，即乘了 $\frac{1}{6}$ 的及其有关的 $\overline{K}$ 值。以柱 ab 的 a 端为例（图 6），则得

$$\left.\begin{aligned} M_{ad} &= \frac{-K_{ad}/6}{\overline{K}_a}M_{ab} = \mu_{ad} \cdot M_{ab} \\ M_{ac} &= \frac{-K_{ac}}{\overline{K}_a}M_{ab} = \mu_{ac} \cdot M_{ab} \\ M_{ae} &= \frac{-K_{ae}}{\overline{K}_a}M_{ab} = \mu_{ae} \cdot M_{ab} \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

邻层柱 ad 的 M_{ad} 求出后，乘以 -1 传播给 d 端。但在以后的具体计算中，只算分配给邻层柱的弯矩，而待各基本体系叠加后，一次将柱叠加后的弯矩分配给梁，可得到进一步的简化。

3. 计算程序及实例

在具体计算中建议采用以下的程序：

（1）绘出刚构草图。将刚构各柱的尺寸及各杆的刚度 K 写在各杆上，并将柱的相对修正刚度$\left(即\frac{K}{6}\right)$写在括弧内。

（2）划分基本体系。有几层就有几个基本体系。

（3）计算常数 F、i_0 及 Q 值。这部分最好在各基本体系中进行，但为了不要使基本体

系图中写的数字过多，也可另外集中在一个刚架图中进行。

(4) 基本体系分析：①分配柱剪力，②求出柱端弯矩，③将此弯矩分配给邻层柱并传播之。

(5) 将各基本体系的结果叠加。

(6) 最后按横梁刚度去分配同一节点的上下柱弯矩。

为了说明本法之应用，现举例说明于后。

【例 1】 资料如图 9(a)所示[①]，图中括弧内数值即为$\frac{1}{6}K$值(1t≈10kN)。

两个基本体系如图 9(c)、(d)所示。

(1) 计算 F、i_0 及 Q 值(以柱 ab 为例)

$$\left.\begin{aligned} F_{ab} &= 3+\frac{1.33}{2.5}=3.53 \\ F_{ba} &= 3+\frac{1.33}{2.5+0.167}=3.50 \end{aligned}\right\}\text{将其写于柱端}$$

$$\left.\begin{aligned} i_0 &= \frac{3.50}{3.50+3.53}=0.497 \\ Q &= \frac{1.33}{3.53\times 0.497-1}=1.76 \end{aligned}\right\}\text{将其标于柱旁}$$

其他柱仿此进行，如图 9(b)所示。

(2) 计算基本体系[以图 9(c)为例]。

① 剪力分配。

$$\sum Q = 1.76+3.81+4.87+2.86=13.30$$

$$H_{ab}=\frac{1.76}{13.30}\times 10=1.32(\text{t}) \quad H_{de}=\frac{3.81}{13.30}\times 10=2.86(\text{t})$$

$$H_{qh}=\frac{4.87}{13.30}\times 10=3.66(\text{t}) \quad H_{jk}=\frac{2.86}{13.30}=2.15(\text{t})$$

② 柱端弯矩。

$$M_{ab}=1.32\times 7.45=9.85(\text{t}\cdot\text{m})$$

$$M_{ba}=1.32\times 7.55=10.00(\text{t}\cdot\text{m})$$

③ 分配并传播。

$$M_{bc}=-\frac{0.167}{0.167+2.5}\times 10=-0.62(\text{t}\cdot\text{m})$$

$$M_{cb}=-1\times(-0.62)=0.62(\text{t}\cdot\text{m})$$

(3) 叠加。将两个体系相应柱的弯矩叠加，即得整个刚构的结果，如图 9(e)所示，梁弯矩在叠加后进行计算。

以上计算都很简单，如用算盘及算尺的话，可一次在图中进行，不必列式计算。

---

① 取自：J. B. Wilbur. Elementary Structural Analysis, 1948.