



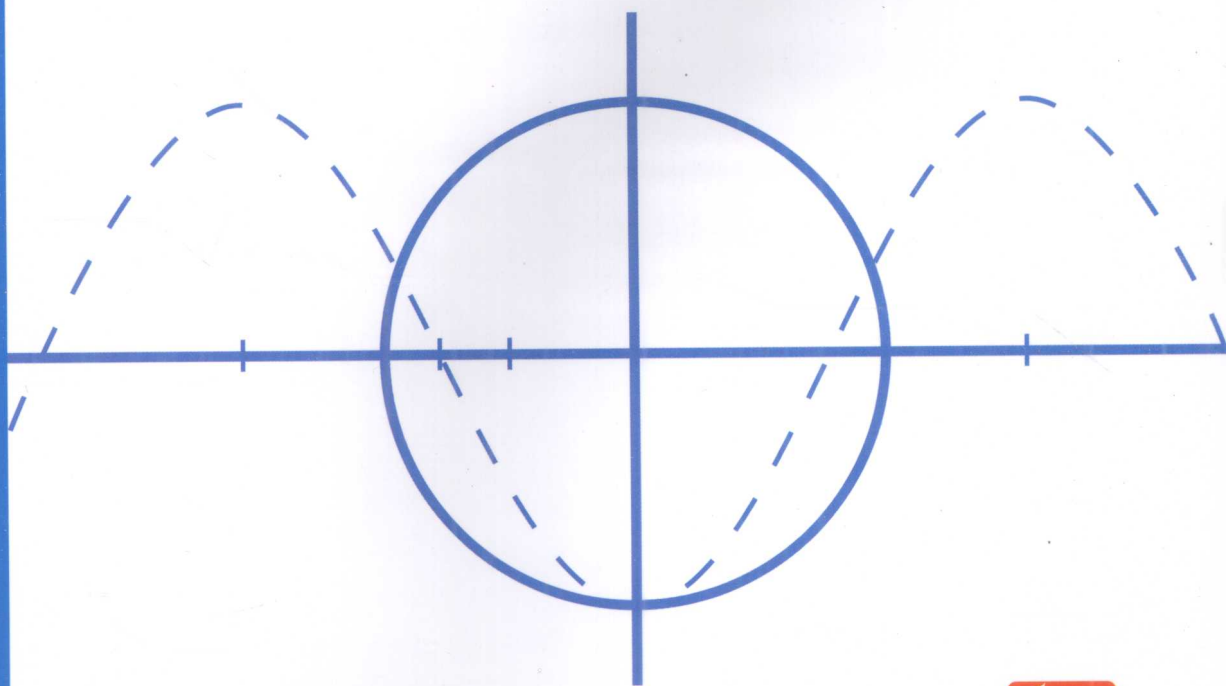
五年制高等职业教育21世纪课程改革规划新教材

SHUXUE

数 学

第一册

《数学》编写组



凤凰出版传媒集团
江苏科学技术出版社



凤凰职业教育



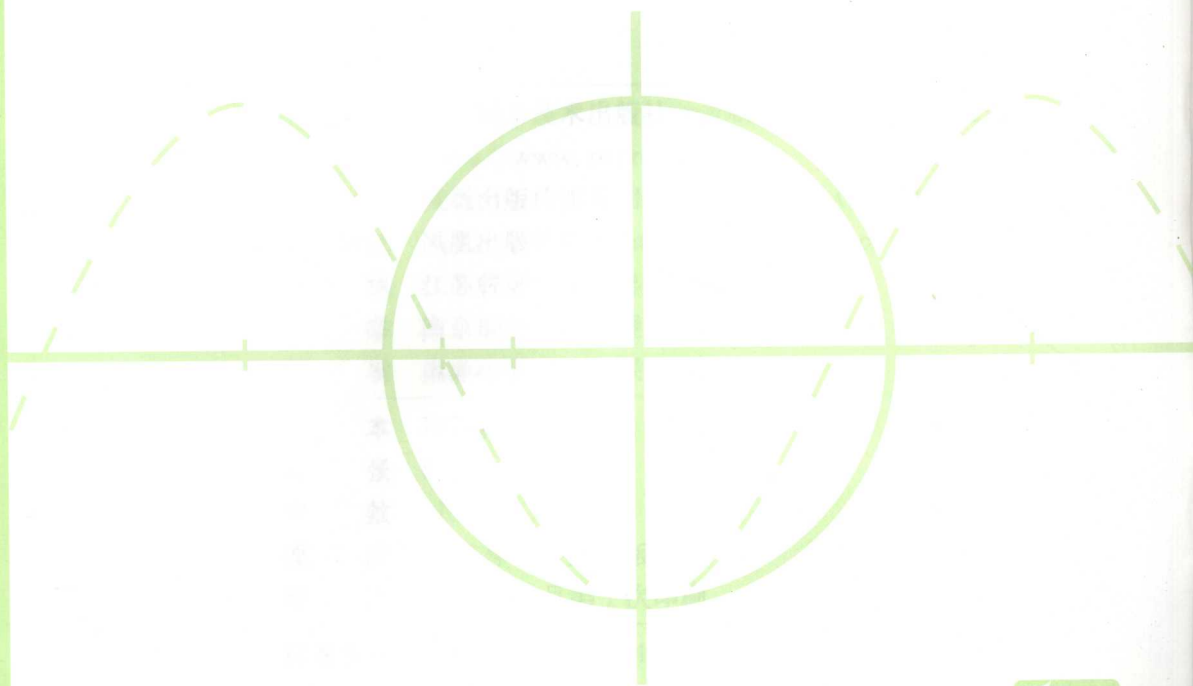
五年制高等职业教育21世纪课程改革规划新教材

SHUXUE

数 学

第一册

《数学》编写组



凤凰出版传媒集团
江苏科学技术出版社



凤凰职业教育

图书在版编目(CIP)数据

数学. 第一册/《数学》编写组编著. —南京: 江苏科学技术出版社, 2010. 8

21 世纪五年制高等职业教育课程改革规划新教材
ISBN 978 - 7 - 5345 - 7533 - 4

I. ①数… II. ①叶… III. ①数学—高等学校: 技术学校—教材 IV. ①01

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 145226 号

数学(第一册)

编 著 《数学》编写组

责任编辑 孙广能

特约编辑 王建新

责任校对 郝慧华

责任监制 曹叶平

出版发行 江苏科学技术出版社(南京市湖南路1号A楼, 邮编: 210009)

网 址 <http://www.pspress.cn>

集团地址 凤凰出版传媒集团(南京市湖南路1号A楼, 邮编: 210009)

集团网址 凤凰出版传媒网 <http://www.ppm.cn>

经 销 江苏省新华发行集团有限公司

照 排 南京展望文化发展有限公司

印 刷 南通印刷总厂有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 8.25

字 数 170 000

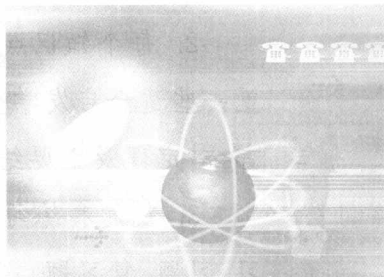
版 次 2010 年 8 月第 1 版

印 次 2010 年 8 月第 1 次印刷

标准书号 ISBN 978 - 7 - 5345 - 7533 - 4

定 价 24.00 元

图书如有印装质量问题, 可随时向我社出版科调换。



《数学》是五年制高等职业(简称高职)教育各专业的一门公共基础课程。近年来,随着五年制高职人才培养模式改革的深入,对数学课程教学内容体系的改革提出了新的要求,五年制高职数学课程教学内容面临着新的重构。五年制高职数学课程学什么,以及内容如何设置等问题是数学课程改革的核心问题,只有明确了教什么的问题,才能更好地解决如何教和如何学的问题。为此,我们以教育部颁布的《高职高专各专专业教学指导方案》为依据,结合江苏城市职业学院立项课题《适应专业需求的五年制高职数学课程体系研究》(09GZL014)的研究成果,对现行的数学教材进行了重新规划和修订。

全书共五册,本书是第一册。这套教材的编写遵循“深入浅出,精简实用;加强基础,注重能力;渗透实践,强化应用”的原则,突出数学课程的基础性和服务性功能。内容的选择和处理体现在以下几个方面:

1. 注意数学自身的系统性,但不拘泥于传统的逻辑体系。

教学内容的选择注重两个方面：能满足培养五年制高职学生基本数学素养；能满足各专业大类职业岗位群对数学知识的需求。对所选内容采用模块化设置，每册教材由各专业通用的基础模块和供各专业需求的专业应用模块及拓展模块组成。

2. 每个知识点尽量采用浅显实用、通俗易懂的实例引入，根据内容的特点设置一些适合启发学生积极思维的问题链。在内容的表述上淡化形式化的数学语言，对定理及重要结论注重理论本质的通俗表述，减少逻辑证明与理论推导。

3. 例题和练习的编排由易到难，注重层次性。练习采用三级控制：课内练习、习题、复习题。其中习题分为 A、B 两组，A 组以基础题为主，B 组在题型的难度和广度上略有拓展，供学有余力的学生选用。

4. 各模块安排了专题应用，内容选择了相关数学知识的应用实例或专业应用案例介绍。各章安排了阅读与拓展。材料选择了趣味数学、数学小故事、数学发展简史、知识点的拓展应用、数学模型介绍等内容，还安排了部分数学实践活动、实习作业等。

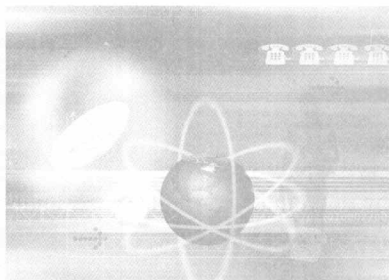
这套教材由叶惠英任主编，南京师范大学李君华教授任主审。本册由芮永华任副主编，参加编写的有叶惠英、芮永华、黄隽、肖海滨、顾建吾、马向昆、许朝晖、张洁、凌佳。

在本套教材的编写过程中，作者参考了现行的高中教材及有关高职数学教学改革的研究成果，引用了部分相关资料，在此特向有关作者表示衷心感谢。本书在修订过程中得到了江苏城市职业学院及相关办学点领导及老师的大力支持和鼎力相助，在此一并表示感谢。

由于编者水平有限，对于教材存在的疏漏和不足之处，恳请同行和读者批评指正，使本书在教学实践中不断得到完善。

编写组

2010 年 5 月



第1章 集合基础知识 1

1.1 集合的含义及其表示法 2

1.2 集合的关系 7

1.3 集合的基本运算 10

1.4 充要条件 15

1.5 有限集的元素个数及应用举例 18

第2章 简单的不等式 24

2.1 不等式的基本性质 25

2.2 不等式的解法 29

2.3 不等式的应用举例 36

第3章 函数概念与性质 45

3.1 函数的概念及表示法 45

3.2 函数的图像与性质 52

3.3 反函数 60

3.4	函数的应用举例(一)	63
第4章	任意角的三角函数与求值计算	70
4.1	角的概念的推广与弧度制	71
4.2	任意角的三角函数	76
4.3	同角三角函数的基本关系式	81
4.4	任意角的三角函数值的求法	84
4.5	两角和与差的三角函数	90
第5章	算法初步	103
5.1	算法的含义	103
5.2	流程图与算法基本逻辑结构	106
5.3	基本算法语句	114

第1章 集合基础知识

引言

你有到麦德隆、家乐福、欧尚等这样的大型超市去购物的经历吗？你到过一些仓库吗？你家里的物品是怎样摆设的？这些给你留下什么样的印象呢？



超市货架场景



仓库场景

缤纷多彩的现实世界，众多繁杂的现象，需要我们去认识。将对象进行分类，加强对其属性的认识，是解决复杂问题的重要手段。例如，按照使用功能分类存放物品，在取用时就十分方便，并且井然有序，给人一种愉悦的感觉。

集合是现代数学的基本概念，专门研究集合的理论叫做集合论。康托是集合论的创始者。集合语言是现代数学的基本语言，学习集合的基础知识，运用集合语言可以简洁、准确地表述数学内容，准确地对客观世界中的对象进行描述并对其进行分类研究，抓住它们的特征性质，这有助于提高我们应用数学语言来刻画现实世界、进行交流的能力。

本章主要学习集合与充分必要条件的基础知识。这些知识中蕴含的数学思想方法，渗透到学习、生活和职业的各个方面，是人们基本数学素质的重要组成部分。

1.1 集合的含义及其表示法

1.1.1 集合与元素

在初中数学中,我们见到过“集合”一词.例如,“所有的正数组成正数集合”,“所有的负数组成负数集合”.在日常生活和学习中,我们还遇到过这样一些例子:

- (1) 某图书馆中的全部藏书;
- (2) 某校机电(1)班的全体同学;
- (3) 全体自然数;
- (4) 不大于 10 的正偶数.

以上例子有一个共同的特征,即都是由一些确定的对象组成的.

某些确定的、不同的对象集在一起就成为一个集合,简称集.组成集合的每一个对象叫做该集合的元素.

例如,“中国古代四大发明”组成一个集合,这个集合的元素就是造纸术、火药、指南针、印刷术这 4 项发明.

“school 中的字母”也组成一个集合,该集合的元素是 s, c, h, o, l 这 5 个字母.

试一试:

请你举出几个集合的例子.

为了书写方便,通常用大写字母 A、B、C…表示集合,集合的元素通常用小写英文字母 a、b、c…x、y、z 表示.

如果 x 是集合 A 的元素,就记作 $x \in A$,读作“ x 属于 A ”.如果 x 不是集合 A 的元素,就记作 $x \notin A$,读作“ x 不属于 A ”.

组成集合的对象是确定的.对于任何一个对象 x , A 是集合,或者 $x \in A$,或者 $x \notin A$,二者必居其一.

例 1 下列各组对象能否组成集合?

- (1) 所有小于 10 的正偶数;
- (2) 方程 $x^2 - 4 = 0$ 的所有解;
- (3) 不等式 $x - 2 < 0$ 的所有解;
- (4) 所有很大的数.

解 (1) 因为小于 10 的正偶数有 2, 4, 6, 8, 它们是确定的对象,所以可以组成集合.

(2) 方程 $x^2 - 4 = 0$ 有两个实数解 -2 和 2, 它们是确定的对象,所以可以组成集合.

(3) 不等式 $x - 2 < 0$ 的所有解是满足 $x < 2$ 的实数, 它们是确定的对象, 所以可以组成集合.

(4) 很大的数不确定, 所以不能组成集合.

集合中的元素可以是各种各样具体的或抽象的事物. 例 1(1)中, 集合的元素是 2, 4, 6, 8 这 4 个偶数. 像这样, 由数组成的集合叫做**数集**.

例 1(2)中, 集合的元素是 2 和 -2, 它们都是方程 $x^2 - 4 = 0$ 的解. 像这样, 由方程的所有解组成的集合叫做这个方程的**解集**.

例 1(3)中, 集合的元素是小于 2 的实数, 它们都是不等式 $x - 2 < 0$ 的解. 像这样, 由不等式的所有解组成的集合叫做这个不等式的**解集**.

 **想一想:**

方程的解集和不等式的解集是数集吗?

对于几个常用的数集, 我们用如下特定的大写英文字母表示:

- (1) 所有自然数组成的集合叫做**自然数集**, 记作 $\mathbf{N}$.
- (2) 所有正数组成的集合叫做**正实数集**, 记作 $\mathbf{N}_+$ (或 $\mathbf{N}^*$).
- (3) 所有整数组成的集合叫做**整数集**, 记作 $\mathbf{Z}$.
- (4) 所有有理数组成的集合叫做**有理数集**, 记作 $\mathbf{Q}$.
- (5) 所有实数组成的集合叫做**实数集**, 记作 $\mathbf{R}$.

含有有限个元素的集合叫做**有限集**, 如例 1(1)中的集合. 含有无限多个元素的集合叫做**无限集**, 如自然数集 $\mathbf{N}$ 和实数集 $\mathbf{R}$.

 **试一试:**

指出例 1 中哪些是无限集? 请你再举一些有限集和无限集的例子.

不含任何元素的集合叫做**空集**, 记作 $\emptyset$. 例如, 方程 $x^2 + 4 = 0$ 的实数解集就是空集.

 **想一想:**

只含有元素 0 的集合是空集吗?

练习 1.1.1

1. 判断题(正确的打 $\checkmark$, 错误的打 $\times$):

- (1) 很小的正数能组成集合. ()
- (2) 不超过 100 的奇数能组成一个集合. ()
- (3) 整数集 $\mathbf{Z}$ 是一个有限集. ()
- (4) 有理数集 $\mathbf{Q}$ 是一个无限集. ()

2. 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空:

(1) 2 $\underline{\hspace{1cm}}$ $\mathbf{N}$, 0 $\underline{\hspace{1cm}}$ $\mathbf{N}$, -1 $\underline{\hspace{1cm}}$ $\mathbf{N}$, $\frac{1}{3}$ $\underline{\hspace{1cm}}$ $\mathbf{N}$, $\sqrt{2}$ $\underline{\hspace{1cm}}$ $\mathbf{N}$.

(2) 2 $\underline{\hspace{1cm}}$ $\mathbf{Z}$, 0 $\underline{\hspace{1cm}}$ $\mathbf{Z}$, -1 $\underline{\hspace{1cm}}$ $\mathbf{Z}$, $\frac{1}{3}$ $\underline{\hspace{1cm}}$ $\mathbf{Z}$, $\sqrt{2}$ $\underline{\hspace{1cm}}$ $\mathbf{Z}$.

$$(3) 2 \text{ ______ } \mathbf{Q}, 0 \text{ ______ } \mathbf{Q}, -1 \text{ ______ } \mathbf{Q}, \frac{1}{3} \text{ ______ } \mathbf{Q}, \sqrt{2} \text{ ______ } \mathbf{Q}.$$

$$(4) 2 \text{ ______ } \mathbf{R}, 0 \text{ ______ } \mathbf{R}, -1 \text{ ______ } \mathbf{R}, \frac{1}{3} \text{ ______ } \mathbf{R}, \sqrt{2} \text{ ______ } \mathbf{R}.$$

1.1.2 集合的表示法

列举法和描述法是表示集合的两种常用方法.

1. 列举法

将集合中的元素一一列举出来,写在花括号“ $\{ \}$ ”内,元素之间用逗号隔开,这种表示集合的方法叫做**列举法**.

例如,“中国古代四大发明”组成的集合可以表示为{造纸术,火药,指南针,印刷术};“school 中的字母”组成的集合可以表示为{s,c,h,o,l}.

用列举法表示集合时,不必考虑元素的排列顺序,如集合 $\{-1,1\}$ 和 $\{1,-1\}$ 表示同一个集合.

例 2 用列举法表示下列集合:

(1) 绝对值小于 3 的整数组成的集合.

(2) 小于 10 的正偶数组成的集合.

(3) 方程 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 的解集.

解 (1) 绝对值小于 3 的整数有 $-2, -1, 0, 1, 2$, 所以“绝对值小于 3 的整数”组成的集合用列举法表示为 $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$.

(2) 小于 10 的正偶数有 $2, 4, 6, 8$, 所以“小于 10 的正偶数”组成的集合用列举法表示为 $\{2, 4, 6, 8\}$.

(3) 方程 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 有两个相等的实数解 $x_1 = x_2 = 1$, 所以用列举法表示“方程 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 的解集”为 $\{1\}$.



想一想:

1 与 $\{1\}$ 分别表示什么? 有何关系?

当集合为元素很多的有限集或元素可以一一列举的无限集时,可以在花括号内只写出几个代表元素,其余元素用省略号表示,但必须明了省略号表示了哪些元素.

例 3 用列举法表示下列集合:

(1) 不大于 100 的自然数集合. (2) 所有正奇数集合.

解 (1) 不大于 100 的自然数集合用列举法表示为

$$\{0, 1, 2, \dots, 100\}$$

(2) 所有正奇数集合用列举法表示为

$$\{1, 3, 5, 7, \dots\}$$



不大于 100 的自然数集合能否表示为 $\{0, 1, 2, \dots\}$?

2. 描述法

问题: 设 A 是由大于 3 的所有实数组成的集合, 那么 A 的元素有哪些特征? 如何表示集合 A ?

大于 3 的实数有无穷多个, 而且无法一一列举出来, 因此不能用列举法表示集合 A . 集合 A 的元素有两个特征: (1) 都是实数; (2) 大于 3. 根据集合 A 的元素特征, 我们可以明确地将集合 A 表示为下列形式

$$\{x \mid x > 3, x \in \mathbf{R}\}.$$

利用集合中元素的特征性质来表示集合的方法叫做描述法. 一般形式为

$$\{x \mid x \text{ 的特征性质}\}$$

其中 x 是集合的代表元素.

例如, “中国古代四大发明”组成的集合用描述法表示为 $\{x \mid x \text{ 是中国古代四大发明}\}$; “方程 $x^2 + 3x + 1 = 0$ 的实数解集”用描述法表示为 $\{x \mid x^2 + 3x + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$.

约定: 如果从上下文来看, $x \in \mathbf{R}$ 是明确的, 那么可以省略. 如“方程 $x^2 + 3x + 1 = 0$ 的实数解集”可以表示为 $\{x \mid x^2 + 3x + 1 = 0\}$.

例 4 用描述法表示下列集合:

(1) 不等式 $x + 5 > 2$ 的解集. (2) 偶数集合.

(3) 函数 $y = x - 2$ 图像上所有点的集合.

解 (1) 不等式 $x + 5 > 2$ 的解集中的元素是满足 $x + 5 > 2$ 的实数, 可以用 x 作为代表元素. 所以不等式 $x + 5 > 2$ 的解集用描述法可以表示为 $\{x \mid x + 5 > 2\}$.

(2) 偶数集合中的元素可以用 x 作为代表元素, x 的特征是 $x = 2n, n \in \mathbf{Z}$. 所以偶数集合用描述法可以表示为 $\{x \mid x = 2n, n \in \mathbf{Z}\}$.

(3) 函数 $y = x - 2$ 图像上所有点的集合中的元素可以用 (x, y) 作为代表, 其特征是满足 $y = x - 2$. 所以函数 $y = x - 2$ 图像上的所有点集用描述法可以表示为 $\{(x, y) \mid y = x - 2\}$.



例 4(2) 中, 偶数集合可以表示为 $\{x \mid x = 2n\}$ 或者 $\{x \mid x = 2n, n \in \mathbf{N}\}$ 吗? 为什么?

一个集合可以用不同的方法表示. 例如, 由方程 $x^2 - 4 = 0$ 的所有实数解集, 用列举法表示为 $\{-2, 2\}$, 也可以用描述法表示为 $\{x \mid x^2 - 4 = 0\}$.

有时, 也可以用图形直观地示意集合, 如图 1-1, 用一条封闭曲线的内部表示集合 A , 这种图形通常叫做维恩图(维恩, John Venn, 英国

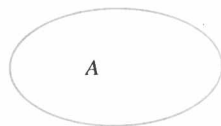


图 1-1

数学家,1834~1883).

练习 1.1.2

1. 用列举法表示下列集合:

- (1) 由 24 与 30 的所有公约数组成的集合;
- (2) 10 以内的质数组成的集合;
- (3) 不超过 100 的所有 3 的倍数组成的集合;
- (4) 所有正偶数组成的集合.

2. 用描述法表示下列集合:

- (1) 方程 $x^2 - 3 = 0$ 的解集;
- (2) 不等式 $3x - 4 < 1$ 的解集;
- (3) 所有大于 -3 且小于 4 的整数组成的集合;
- (4) 所有大于 -3 且小于 4 的实数组成的集合.

习 题 1.1

A 组

1. 指出下列各组对象能否组成集合? 如果能组成集合, 用适当的方法表示这个集合, 并指出是有限集还是无限集:

- (1) 组成中国国旗图案的颜色;
- (2) 构成 mathematics 的字母;
- (3) 心地善良的人;
- (4) 直角坐标系中 x 轴上的所有点.

2. 用列举法表示下列集合:

- (1) $\{x \mid x^2 = x\}$;
- (2) $\{x \mid 1 \leq x \leq 10, x \in \mathbf{N}\}$;
- (3) $\{x \mid -2 < x < 4, x \in \mathbf{Z}\}$;
- (4) $\{x \mid x \text{ 是 } 15 \text{ 的正约数}\}$.

3. 用描述法表示下列集合:

- (1) 不等式 $x^2 - 2x - 3 > 0$ 的解集;
- (2) 奇数集合;
- (3) 正偶数集合;
- (4) 函数 $y = 2x$ 的图像上的所有点集.

B 组

1. 用列举法表示下列集合:

- (1) 能被 5 整除的不超过 1 000 的正整数集合;
- (2) $\{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y < 2, x \in \mathbf{Z}, y \in \mathbf{Z}\}$;
- (3) 由 4 与 6 的所有公倍数组成的集合.

2. 用描述法表示下列集合:

- (1) $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$;
- (2) 抛物线 $y = x^2 - 3x - 4$ 上的所有点的集合;

(3) $\{2, 4, 6, 8\}$.

1.2 集合的关系

1.2.1 子集

观察下列各组集合,说说集合 A 与集合 B 之间有什么关系?

(1) $A = \{\text{语文, 数学, 英语}\}, B = \{\text{政治, 数学, 物理, 化学, 语文, 英语, 信息技术}\};$

(2) $A = \{-2, 2\}, B = \{-2, -1, 0, 1, 2\};$

(3) $A = \mathbf{N}, B = \mathbf{Z}.$

以上三组中的集合 A 与 B 之间的关系可以表述成下面的子集概念.

如果集合 A 的每一个元素都是集合 B 的元素,那么集合 A 就叫做集合 B 的子集,记作 $A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$),读作“集合 A 包含于集合 B ”(或集合 B 包含集合 A).

例如上述三组集合中,都有 $A \subseteq B$.

集合 A 是集合 B 的子集,可以用图 1-2 表示.

由子集的定义可以知道,任何一个集合都是它自身的子集,即

$A \subseteq A$.

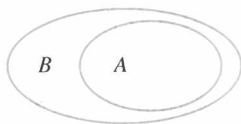


图 1-2

规定:空集是任何集合的子集,即 $\emptyset \subseteq A$.

例 1 判断下列各组集合中,哪两个集合之间具有包含关系?

(1) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}, B = \{1, 2, 5, 6\}, C = \{2, 4, 6, 8\};$

(2) $A = \{x \mid x \leq -1\}, B = \{x \mid x > 3\}, C = \{x \mid x \leq 4\}.$

解 (1) 在集合 A, B, C 中有 $B \subseteq A, C \subseteq A$.

(2) 在集合 A, B, C 中有 $A \subseteq C$.

例 2 用符号“ $\in$ ”、“ $\notin$ ”、“ $\subseteq$ ”、“ $\supseteq$ ”填空:

(1) $\{a, b\}$ _____ $\{a, b, c, d\};$ (2) a _____ $\{a, b, c, d\};$

(3) f _____ $\{a, b, c, d\};$ (4) $\{x \mid 0 < x < 5\}$ _____ $\{x \mid 1 \leq x \leq 3\}.$

解 (1) 集合 $\{a, b\}$ 中的元素都是集合 $\{a, b, c, d\}$ 的元素,所以 $\{a, b\} \subseteq \{a, b, c, d\}$

(2) a 是集合 $\{a, b, c, d\}$ 中的元素,所以 $a \in \{a, b, c, d\}.$

(3) f 不是集合 $\{a, b, c, d\}$ 中的元素,所以 $f \notin \{a, b, c, d\}.$

(4) 集合 $\{x \mid 1 \leq x \leq 3\}$ 中的元素都是集合 $\{x \mid 0 < x < 5\}$ 中的元素,所以

$$\{x \mid 0 < x < 5\} \supseteq \{x \mid 1 \leq x \leq 3\}$$

注:符号“ $\in$ ”、“ $\notin$ ”表示元素与集合之间的关系,符号“ $\subseteq$ ”、“ $\supseteq$ ”表示集合与集合之间的关系.

练习 1.2.1

1. 判断下列各式中符号“ $\in$ ”、“ $\notin$ ”、“ $\subseteq$ ”、“ $\supseteq$ ”表示是否正确?

(1) $a \subseteq \{a, b\}$;

(2) $\{a\} \in \{a, b\}$;

(3) $\{-1, 1\} \subseteq \{1, -1\}$;

(4) $\{x|x < 0\} \supseteq \{x|x \leq 3\}$;

(5) $0 \in \{0\}$;

(6) $\emptyset \in \{0\}$.

2. 写出集合 $\{1, 2\}$ 的所有子集.

1.2.2 真子集

设集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $C = \{2, 4, 1, 3, 5\}$, 容易看出, 集合 A 中的元素都是集合 C 的元素, 集合 B 中的元素也都是集合 C 的元素, 所以 $A \subseteq C$, $B \subseteq C$.

想一想:

$A \subseteq C$ 与 $B \subseteq C$ 有什么不同?

如果集合 A 是集合 B 的子集, 并且 B 中至少有一个元素不属于 A , 那么集合 A 叫做集合 B 的**真子集**, 记作 $A \subsetneq B$ (或 $B \supsetneq A$), 读作“ A 真包含于 B ”(或 B 真包含 A).

常用数集 N_+ 、 N 、 Q 、 Z 、 R 之间有如下包含关系 $N_+ \subsetneq N \subsetneq Z \subsetneq Q \subsetneq R$.

显然, 空集是任何非空集合 A 的真子集.

例 3 写出集合 $M = \{a, b, c\}$ 的所有子集, 并指出哪些是真子集.

解 不含任何元素的子集: $\emptyset$;

含有 1 个元素的子集: $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$;

含有 2 个元素的子集: $\{a, b\}$, $\{a, c\}$, $\{b, c\}$;

含有 3 个元素的子集: $\{a, b, c\}$.

除 $\{a, b, c\}$ 外, 其余 7 个子集都是 M 的真子集.

想一想:

如果有限集 A 元素个数为 n , 那么 A 的所有子集有多少个? 真子集有多少个?

练习 1.2.2

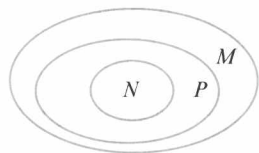
1. 如图, 试说明集合 M 、 N 和 P 之间有怎样的包含关系.

2. 提出下列各组中, 集合 A 与 B 的关系:

(1) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{x | 1 \leq x \leq 5\}$;

(2) $A = \{x | x < 0\}$, $B = \{x | x \leq 5\}$;

(3) $A = \{-1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x | x^2 - 3x - 4 = 0\}$;



(第 1 题图)

3. 写出集合 $P = \{0, 1\}$ 的所有子集, 并指出哪些是真子集.

1.2.3 集合的相等

设集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 4, 1, 3, 5\}$, 容易看出, 集合 A 中的元素都是集合 B 的元素, 而集合 B 中的元素也都是集合 A 的元素, 即集合 A 与 B 的元素完全相同, 这时就说集合 A 与 B 相等.

一般地, 如果两个集合 A 与 B 的元素完全相同, 那么就说这两个集合相等, 记作 $A = B$.

例 4 判断下列各组集合是否相等?

(1) $A = \{x \mid |x| = 2\}$, $B = \{x \mid x^2 - 4 = 0\}$;

(2) $A = \{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$, $B = \{-1, 0, 1\}$.

解 (1) 因为 $A = \{x \mid |x| = 2\} = \{-2, 2\}$, $B = \{x \mid x^2 - 4 = 0\} = \{-2, 2\}$, 所以 $A = B$.

(2) 因为集合 A 中的元素是大于 -1 且小于 1 的所有实数, 与集合 B 的元素不完全相同, 所以集合 A 与 B 不相等.

 **想一想:**

$A \subseteq B$, $A \subsetneq B$, $A = B$ 三者之间有何关系?



练习 1.2.3

用符号“ $\in$ ”、“ $\notin$ ”、“ $\subseteq$ ”、“ $\subsetneq$ ”、“ $=$ ”填空:

(1) 2 _____ $\{x \mid x \leq 3\}$;

(2) $\{2\}$ _____ $\{x \mid x \leq 3\}$;

(3) 5 _____ $\{x \mid x \leq 3\}$;

(4) $\{0\}$ _____ $\emptyset$;

(5) $\{2, 3\}$ _____ $\{x \mid x \leq 3\}$;

(6) $\{1, 2\}$ _____ $\{x \mid (x-1)(x-2) = 0\}$.

习题 1.2

A 组

1. 用符号“ $\in$ ”、“ $\notin$ ”、“ $\subseteq$ ”、“ $\subsetneq$ ”、“ $=$ ”填空:

(1) 0 _____ $\mathbf{N}_+$, $\{0\}$ _____ $\mathbf{N}_+$.

(2) 3 _____ $\{x \mid x^2 - 9 = 0\}$, $\{3\}$ _____ $\{x \mid x^2 - 9 = 0\}$.

(3) $\{1, 2\}$ _____ $\{x \mid x^2 - 4x + 4 = 0\}$.

(4) $\emptyset$ _____ $\{0\}$, $\emptyset$ _____ $\{x \mid x^2 + 5 = 0\}$.

(5) $\{2, 3\}$ _____ $\{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$.

(6) 3 _____ $\{x \mid x = 2n, n \in \mathbf{Z}\}$, $\mathbf{Z}$ _____ $\{x \mid x = 2n, n \in \mathbf{Z}\}$.

2. 设集合 $A=\{x|x \text{ 是四边形}\}$, $B=\{x|x \text{ 是平行四边形}\}$, $C=\{x|x \text{ 是矩形}\}$, $D=\{x|x \text{ 是正方形}\}$, $E=\{x|x \text{ 是梯形}\}$, 用维恩图表示 A 、 B 、 C 、 D 、 E 之间的关系.

3. 设 $A = \{0, 1, 2\}$, 写出 A 的所有子集, 并指出哪些是 A 的真子集.

B 组

1. 指出下列各组集合之间的关系:

(1) $A = \{x | x = 2n, n \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x | x = 4n, n \in \mathbf{Z}\}$;

(2) $A = \{x | x = k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x | x = 2k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$;

(3) $A = \{x | x = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x | x = k\pi - \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\}$;

(4) $A = \{x | x > 0\}$, $B = \{x | x > 2\}$.

2. 设 $M = \{0, 1, 4, 6, 9\}$, 写出满足下列条件的 M 的所有子集:

(1) 元素是 3 的倍数;

(2) 含有元素 0、4 和 6.

1.3 集合的基本运算

1.3.1 交集

例 1 设 $A=\{12 \text{ 的正约数}\}$, $B=\{18 \text{ 的正约数}\}$, $C=\{12 \text{ 与 } 18 \text{ 的正公约数}\}$. 试用列举法表示集合 A 、 B 、 C , 并讨论 A 、 B 、 C 之间有何联系?

解 因为 12 的正约数有 2, 3, 4, 6, 12, 所以用列举法表示 $A=\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$.

18 的正约数有 2, 3, 6, 9, 18, 所以用列举法表示 $B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$.

12 与 18 的正公约数为 2, 3, 6, 所以用列举法表示 $C = \{1, 2, 3, 6\}$.

容易看出, 集合 C 中的元素既是集合 A 中的元素, 又是集合 B 中的元素, 即 C 是由 A 与 B 的所有公共元素组成的.

一般地, 由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素组成的集合叫做 A 与 B 的交集, 记作 $A \cap B$, 读作“ A 交 B ”. 即

$$A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$$

$A \cap B$ 可以用图 1-3 中的阴影部分表示.

在例 1 中, 集合 C 就是集合 A 与集合 B 的交集, 即

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{1, 2, 3, 6, 12\} \cap \{1, 2, 3, 6, 9, 18\} \\ &= \{1, 2, 3, 6\} \end{aligned}$$

对任意两个集合 A 、 B , 显然有

(1) $A \cap B = B \cap A$;

(2) $A \cap A = A$, $A \cap \emptyset = \emptyset$;

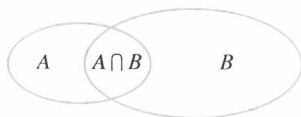


图 1-3