

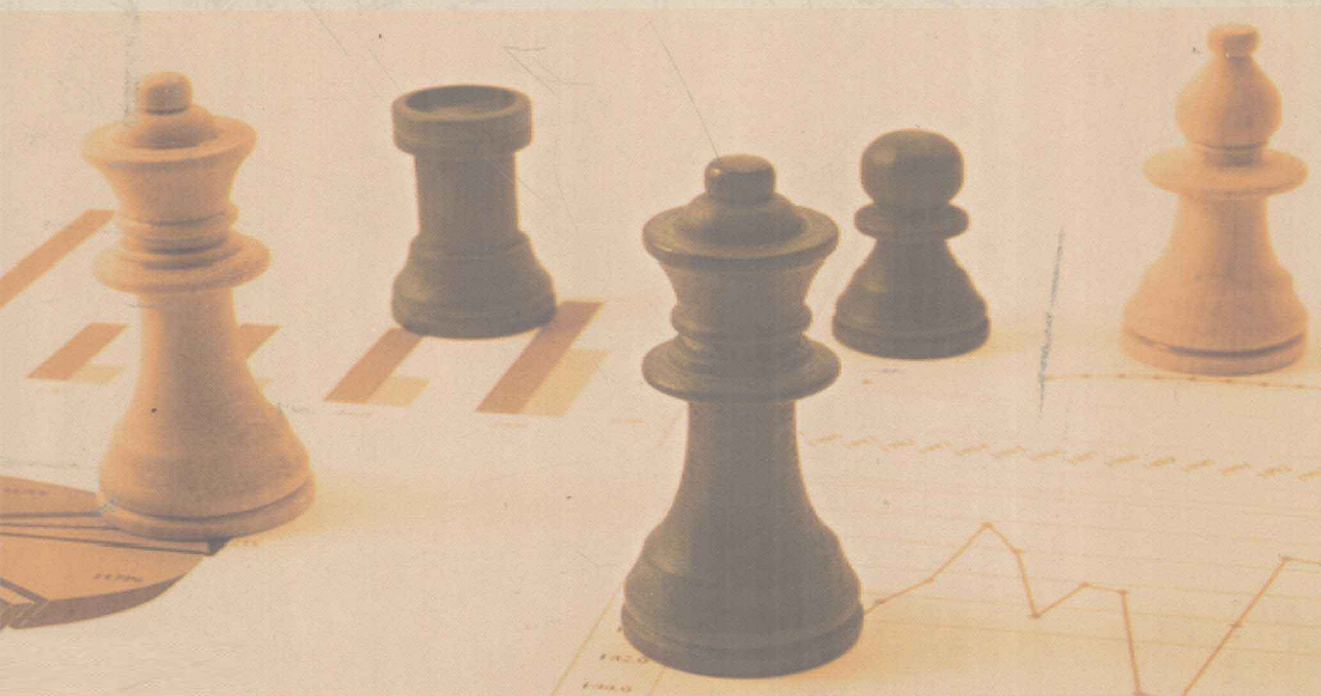


中国科学院规划教材

Operations Research 运筹学

顾基发 主编

刘宝碁 施泉生 副主编



科学出版社



中国科学院规划教材

Operations Research

运筹学

顾基发 主编

刘宝碇 施泉生 副主编

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书较为系统地介绍运筹学的基本内容,第一~十三章为基础篇,其中包括运筹学各个分支,如线性规划、运输问题、目标规划、整数规划、动态规划、存储问题、网络分析、决策分析、对策论、排队论、模拟与预测、非线性规划等。书中附有习题及在各章算法中可资应用的软件与实验指导。本书进展篇包含5章,是第十四~十八章,分别是复杂网络、软优化、软运筹学、多主体系统仿真建模、供应链网络设计,都是近年来运筹学在国内外新的进展,里面有部分内容是作者们的研究成果。

本书适用于运筹学、管理科学与工程、系统工程等相关专业的师生作为基础教材,对于一些研究人员、应用工作者和希望能赶上国际研究前沿的研究生们也是一本探索运筹学研究新方向的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

运筹学/顾基发主编. —北京:科学出版社,2011.2
中国科学院规划教材
ISBN 978-7-03-030068-3

I. ①运… II. ①顾… III. ①运筹学-教材 IV. ①O22

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 011184 号

责任编辑:马 跃 / 责任校对:钟 洋
责任印制:张克忠 / 封面设计:耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码 100717

<http://www.sciencep.com>

源海印刷有限责任公司印刷

2011年2月第 一 版 开本: 787 1092 1/16

2011年2月第一次印刷 印张: 26 3/4

印数: 1—4 000

字数: 630 000

定价: 45.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

运筹学是一门发展有近 70 多年的学科,是一门处理事理的科学。它既可以被看成理科中的基础学科,又是管理科学与工程中的应用学科。在近 20 年来,随着我们面对的对象日新月异和新的技术不断出现,全球化、信息化、人性化等促使运筹学不单在方法论,而且在理论和方法,以及应用方面都有了新的进展。例如,随着互联网和社会网的出现,人类之间相互沟通变得越来越快,越来越方便,范围也越变越大。因此,复杂网络分析也就代替了原来的图和网络分析。由于计算技术的发展,可以处理的网络越来越大、越来越复杂,而可视化技术的发展使人们又较容易地将网络图及一些节点上的内容(人的头像、主要观点等)显示出来。随着我们要处理的对象系统与人的因素越来越紧密相关,单是追求以优化为目标的完全定量数学描述的硬运筹学方法论也就日见其拙,代之出现的是软运筹学方法论,它们更多考虑人的情感、智慧而追求满意解,追求事物过程有一个好的改变,在处理一些社会问题时,有时甚至只要求保持和谐和稳定。

在处理某些问题时人们发现决定性、静态、随机性、动态已经不能很好地描述复杂规划问题,而随之而来的不确定性、模糊性、粗糙性等新概念的不断出现,使得不确定性规划也得到了新的发展。相应在求解方法方面带有启发式,特别考虑人的智慧的优化方法也就应运而生,这就是软优化方法。

在其他新的理论方面,如排队论的新进展——复杂排队网络,博弈论方面的新进展,排序理论方面和应用等挂一漏万,由于篇幅和我们能力所限没有能在本书加以介绍。在运筹学老的分支中,国内一直缺少如搜索论和可靠性维修等理论的介绍,很遗憾本书也将之放过了。

在模拟仿真方面,本书介绍了多主体仿真这一处理复杂系统的新仿真工具,较之老的模拟仿真方法它显得更为灵活,更为人性化,同时又更便于人机对话。

在应用方面,本书绪论中的运筹学应用举例中特别提到国际上比较著名的获埃德曼奖的一些应用案例。例如,美国于刚项目小组由于在美国大陆航空公司等民用航空企业当民航班机受到各种干扰之后,航班机组人员如何以最快的时间和最佳的组合来使航班恢复正常运营所创造的经济效益极大方面的研究,成为 2002 年度埃德曼奖大奖的获得者。主要是这些系统在一系列影响航班正常运营的重大事件中收到了极大的效果。例如,2000 年 12 月和 2001 年 3 月美国北部的暴风雪,2001 年休斯敦的大洪水,这些对航班运营和管理所造成的重大影响都在于刚教授所领导开发的系统的支持下,将损失降低到最低程度。荷兰的铁路部门由于编制荷兰火车新时刻表获得 2008 年度大奖,构造这样的时刻表需要求解一个复杂的组合优化问题。其他应用项目如美国联邦航空局采用了空域流的规划,局方有能力在拥挤的空域中使每架飞机在地面的延误减少,这使得在空域中的飞行转移数保持在一个可接受的水平。挪威国家石油公司的优化北海的天然气海岸管道系统内容涉及在保证天然气的质与量的情况下年运行和维修计划的制订。瑞典斯德哥尔

摩市利用运筹学改进社会医疗和家庭帮助的质量和效率,将近 200 多个单位每天都在用其来规划近 4000 个家庭医疗人员的调度和指定路程,运行效率提高了 10%~15%。美国环境保护署为了减少美国饮水系统的安全风险使用的整数规划启发式算法可用于设计污染警报系统,它可以很快地侦察出可能的恐怖行动,以及其他对国家水供应的威胁等。中国的运筹学在 20 世纪 50 年代就有了很好的应用,其中最著名的有“粮食调运”、“打麦场设计”、“中国邮路问题”。当时发现了粮食部门调度系统职工自己发明的图上作业法快速简便,其结果与西方的运输问题解法的结果一样,后来中国学者又集体地证明了图上作业法在数学上的正确性。管梅谷提出的“中国邮路问题”受到国际上的关注和认可。中国在公社的农业运筹学应用也受到了国际同行的称颂。20 世纪 60 年代华罗庚在全国各地推广的优选法和统筹法又走出了一条发动群众来搞运筹学的出色的应用范例,因为没有一个是运筹学方法在国际上能得到这么多普通群众如此广泛的认同和应用。自从国际运筹学协会 1987 年设立发展中国家的运筹学奖(简称“运筹学进展奖”)后,中国已有王毓云获提名奖(1987),章祥逊、崔晋川获一等奖(1996),刘光中、徐玖平获二等奖(1996),陈锡康等获一等奖(1999),赵庆桢、王长钰获二等奖(1999),沈吟东、夏家宏获二等奖(2005)。2000 年刘源张获亚太质量组织授予的“哈灵顿-石川”奖。近年来,中国运筹学工作者继续坚持运筹学研究与经济建设等重大问题紧密结合的政策。例如,在山东省与大连市经济发展计划的制订,兰州铁路局铁路运输的优化安排,中外合资经营项目经济评价,若干国家重大工程中的综合风险分析等方面,我国运筹学工作者都发挥了积极的作用。此外,还关注到信息科学、生命科学等现代高科技中一些运筹学起作用的新的工作方向。在金融管理方面,将优化及决策分析方法应用于金融风险控制与管理、资产评估与定价分析模型等;在网络管理上,研究排队网络的数量指标分析;在供应链管理问题中,研究多重决策最优策略的计算方法。在这些重要的新方向上,都取得了可喜的进展及成绩。

对近年来存储理论的一个新兴应用领域——供应链,本书单独作了介绍。供应链作为近代服务业的一个重要支撑近年来受到越来越多的人重视。

作者之一顾基发研究员从 20 世纪 50 年代开始涉猎运筹学,也曾在前苏联获得数理副博士学位,专业就是运筹学,还曾参加过多本运筹学著作的编写工作。这次应中国科学院研究生教材系列之邀携自己的部分学生和他们的学生共同来完成编写工作。在开始编写大纲时得到赵修利、刘宝碇、唐锡晋和施泉生等的大力支持,尽管其中有些人后来由于忙于其他事务未能参加具体编写,但是我们仍然要对他们的支持表示感谢。

本书的大部分是由施泉生教授完成的,他在这方面不仅有编写教材的经验,而且身体力行多次开设运筹学的精品课程。刘宝碇教授的学生朱元国教授写了第十五章,计小宇副教授写了第十八章,里面也包含了清华大学不确定研究室的部分研究成果。唐锡晋研究员的学生刘怡君副研究员写了第十四章和第十七章。顾基发研究员是全书的编审,并写了绪论和第十六章。作者要感谢科学出版社及马跃编辑等为本书的顺利出版而给予的大力支持和帮助。

顾基发

2010 年 5 月 5 日

目 录

前言

绪论	1
参考文献	9

基 础 篇

第一章 线性规划	13
第一节 线性规划问题及其数学模型	14
一、线性规划问题的实例	14
二、线性规划问题的数学模型	16
三、线性规划问题的标准形式	16
四、线性规划问题的标准化	17
第二节 线性规划图解法(graphical solution)	18
第三节 线性规划的基本概念	21
一、线性规划解的基本概念	21
二、线性规划解的性质	23
第四节 单纯形法	23
一、消去法(gaussian elimination)	24
二、已知初始可行基求最优解	25
三、无初始可行基求最优解	31
本章小结	36
习题一	37
第二章 线性规划的对偶理论	41
第一节 对偶线性规划模型	41
第二节 对偶理论基本性质	46
第三节 对偶问题的经济意义	49
第四节 对偶单纯形法(dual simplex method)	50
第五节 灵敏度分析(sensitivity analysis)	52
本章小结	59
习题二	59
第三章 运输问题与指派问题	63
第一节 运输问题及其数学模型	63

第二节 运输单纯形法	64
一、确定初始方案	64
二、求最优方案	67
第三节 运输问题变形的一般应用	71
一、非平衡问题	71
二、转运问题	75
第四节 指派问题的特征	77
第五节 指派问题的求解	78
本章小结	83
习题三	83
第四章 目标规划	87
第一节 目标规划的数学模型	87
一、问题的提出	87
二、目标规划解的概念	88
三、目标规划问题的数学模型	89
第二节 目标规划的求解	90
一、目标规划问题的图解法	90
二、目标规划的单纯形算法	93
本章小结	97
习题四	98
第五章 整数规划	100
第一节 整数规划问题及其数学模型	100
第二节 整数规划的求解	103
一、解法概述	103
二、0-1 规划解法	104
三、分枝定界法	106
四、割平面法	109
本章小结	115
习题五	115
第六章 动态规划	117
第一节 动态规划的基本原理与基本概念	117
一、多阶段决策问题	117
二、基本概念	118
第二节 动态规划的模型建立与求解	118
一、最短路问题(shortest-route problem)	118
二、动态规划的函数方程(DP equation of recursion)	121

三、贝尔曼(Bellman)最优化原理	121
四、动态规划的特点	121
第三节 动态规划的应用	122
本章小结	128
习题六	128
第七章 存储论	131
第一节 问题引入	131
第二节 确定性库存	133
第三节 随机性库存	137
第四节 动态库存	139
一、动态规划解法	139
二、SM 启发式算法	141
本章小结	143
习题七	143
第八章 图与网络分析	145
第一节 树图	145
一、图的基本概念	145
二、最小生成树问题(minimal spanning tree problem)	147
第二节 最短路问题	148
第三节 最大流问题(maximal flow problem)	151
一、基本概念	151
二、最大流最小割定理	153
三、最大流算法	153
第四节 最小费用流问题	156
第五节 网络计划问题	156
一、网络计划基本概念	157
二、网络计划参数(network parameter)计算	158
三、图算法——一种简单有效的方法	159
四、网络计划的费用优化	160
五、网络计划的时间优化	164
六、网络计划的资源优化	168
七、计划协调技术	175
本章小结	177
习题八	178
第九章 决策分析	182
第一节 决策分析的基本问题	182

一、科学决策程序	182
二、决策要素	182
三、决策分类	183
第二节 不确定型决策(uncertain type decision)	184
一、构成不确定型决策的基本条件	184
二、不确定型决策准则	184
第三节 风险决策(risk type decision)	188
一、风险型决策	188
二、解决风险决策的基本原则	188
三、决策树法(decision tree method)	189
第四节 效用理论(utility function)	192
第五节 马尔可夫决策(Markov decision)	193
一、基本概念	193
二、实例	195
本章小结	197
习题九	198
第十章 对策论	201
第一节 对策论概述	201
一、案例	201
二、对策的三要素	202
第二节 矩阵对策	202
一、矩阵对策的数学模型	202
二、最优纯策略	203
三、混合策略与混合扩充	205
四、矩阵对策的一般解法	207
第三节 其他对策	211
一、两人有限非零和对策	211
二、非合作两人有限非零和对策的解法	212
三、混合策略意义下纳什均衡解	213
本章小结	214
习题十	214
第十一章 排队论	217
第一节 排队论基本概念	217
一、排队系统(queueing system)类型	217
二、排队系统的描述	218
第二节 排队论研究的基本问题	221

一、M/M/1 等待制排队模型	221
二、M/M/S 等待制排队模型	223
本章小结	224
习题十一	225
第十二章 模拟与预测	227
第一节 模拟	227
一、模拟问题的提出	227
二、模拟的基本概念	228
第二节 预测	233
一、预测的基本概念	233
二、定性预测方法	234
三、时间序列技术	240
四、回归分析法	244
本章小结	250
习题十二	250
第十三章 非线性规划	252
第一节 非线性规划的基本概念	252
一、模型分类	252
二、非线性规划研究的主要内容	253
三、基本概念	253
第二节 最优性条件	254
一、无约束问题的最优性条件	255
二、带不等式约束问题的最优性条件	256
三、一般问题的最优性条件	256
四、算法概述	256
第三节 无约束问题的优化方法	257
一、研究意义	257
二、基本概念	257
三、搜索法(search method)的算法步骤	258
四、最速下降法(梯度法)(steepest descent method)	261
本章小结	263
习题十三	263

进 展 篇

第十四章 复杂网络	267
第一节 复杂网络的统计特征	268

一、度、平均度、度分布	268
二、距离、平均路径长度、介数	269
三、聚集系数	269
第二节 小世界网络	270
一、小世界网络的算法与特性	270
二、小世界网络的实例	272
第三节 无标度网络	274
一、无标度网络的算法与特性	274
二、无标度网络的实例	277
第四节 社会网络及社会网络分析	278
一、社会网络的构成	279
二、社会网络分析的实例	283
第十五章 软优化	287
第一节 遗传算法	287
一、基本遗传算法	287
二、遗传算法实现技术	288
第二节 模拟退火	292
一、金属物体分子状态分布	292
二、基本模拟退火算法	294
三、模拟退火算法实现技术	295
第三节 神经网络	296
一、人工神经网络	297
二、函数逼近	297
三、反向传播算法	298
四、霍普菲尔德(Hopfield)人工神经网络	299
第四节 模糊优化	302
一、模糊变量	302
二、模糊期望值模型	304
三、模糊机会约束规划模型	305
四、混合智能算法	306
第十六章 软运筹学	310
第一节 为什么提出软运筹学	310
第二节 软系统方法论	311
第三节 战略假设表面化与验证(SAST)	313
第四节 生存系统模型(VSM)	314
第五节 物理、事理、人理系统方法论	316

一、WSR 方法论的工作过程	317
二、运用 WSR 方法论时遵循的一些原则	318
三、WSR 方法论的应用	319
四、WSR 理论和方法的进展	320
参考文献	321
第十七章 多主体系统仿真建模	322
第一节 多主体系统仿真建模的起源与发展	323
第二节 多主体系统仿真建模的方法与应用	325
一、多主体系统仿真建模的方法	325
二、多主体系统仿真建模的应用	327
第三节 多主体系统仿真建模的工具与平台	329
一、StarLogo	329
二、NetLogo	330
三、Repast	331
四、Ascape	332
五、Swarm	333
第四节 多主体系统仿真建模的实例与分析	334
一、MAS 仿真在旅客运输量变化分析中的研究与应用	334
二、MAS 仿真在出租车罢运事件中的研究与应用	338
三、MAS 仿真在社会舆论问题中的研究与应用	340
第十八章 供应链网络设计	350
第一节 背景介绍	350
第二节 预备知识	351
一、可信性理论	351
二、问题描述	352
第三节 不确定环境下供应链网络设计模型	354
一、最小期望费用模型	354
二、机会约束模型	355
三、机会最大化模型	356
第四节 混合智能算法	357
一、遗传算法	358
二、混合智能算法	358
第五节 数值例子	359
附录一 WinQSB 软件与运筹学实验指导	363
第一节 WinQSB 软件操作指南	363
一、安装与启动	363

二、与 office 文档交换数据	363
三、WinQSB 软件包	363
第二节 课程实验指导	364
一、线性规划问题	364
二、动态规划问题	370
三、背包问题	371
四、运输问题	373
五、最小树、最短路与最大流问题	376
六、整数规划	379
七、目标规划	380
八、网络计划技术	383
九、决策分析	390
十、对策论	394
十一、存储论	396
十二、排队论	400
附录二 运筹学名词词典	402

绪 论

1. 运筹学的历史

运筹学(Operational Research)在 20 世纪 30 年代末起源于英国,很快美国也跟上,但用了 Operations Research,它们的英文简写都是 OR。在英国,运筹学最早是在第二次世界大战研究武器和装备的合理运用时,帮助领导决策而逐渐形成的一门学问。武器和装备的设计主要是靠工程技术人员的技術方面的研究,但到了它们的运用就不单是技术问题而是涉及武器运用的方法、所应用的环境、使用武器的双方、决策者乃至人员心理等因素。由于这门学问当时与军事有关,因此有些内容保密了,到 20 世纪 40 年代末至 50 年代初,其中一些与军事密切相关的内容才逐渐公开出来,其中莫尔斯(P. M. Morse)与金博尔(G. E. Kimball)1951 年发表的《运筹学方法》(*Methods of Operations Research*)可以作为那段时期重要工作的总结^[1]。至于其中某些分支,特别与运筹数学和其他管理与决策理论较为密切的一些分支,如排队论(1909)、兰彻斯特方程(1914)、搜索论(1942)、对策论(1944)、线性规划(1939, 1947)、最短路问题(1950)、质量控制(1950)、决策分析(1950)、模拟/军事博弈(1950)、非线性规划(1951),更早就已出现,后来逐步演化成运筹学的一些分支。随后运筹学的其他分支不断出现,如存储理论(1953)、随机规划(1955)、动态规划(1957)、整数规划(1958)、目标规划(1965)、软系统方法论(1972)、多目标决策(1975)、数据包络分析(1978)、椭球法(1979)、层次分析法(1980)、内点法(1984)等^[2]。

早期运筹学的发展,与当时军事需要密切相关。例如,首先是雷达的应用问题,1936 年英国空军部门为了对付德国的空中进攻,研制了雷达,希望能够起到早期发现敌机并及时消灭对方的作用。可是雷达获得到的数据无法真正使用,由此早期工作就是企图将雷达的数据与地面观测数据相集成,从而开始了 OR 的研究运用。当时,经过了大量实验来改进雷达的运用,也是从这个雷达研究团组里形成了运筹学的第一个小组。1939 年夏最后一次空防实验涉及 3 万 3 千人、1300 架飞机、110 架高炮等,最后表明空防预警和控制系统的运用很成功。运筹小组的贡献受到空军元帅的认可,以至原来叫做“Stanmore 研究部”后改为“运筹部(Operational Research Section)”,后来在空军司令部其他部门也成立类似的“运筹部”。之后海军又遇到了其他的军事运用问题,如如何对付德国的潜艇,飞机怎样去搜寻潜艇,找到了又如何去摧毁它,也即提高杀伤概率(当时(1941 年)只有 2%~3%)。当时杀伤潜艇的一个重要兵器是投掷深水炸弹,涉及 6 个因素要考虑,如深水炸弹应该在怎样的深度爆炸效果最好等。其中最著名的是运筹部经过研究将爆炸深度由原来的 30~45 英尺改为 10 英尺,最后定为 8 英尺,到 1945 年杀伤概率达到 45%。此外他们还帮助解决了一些后勤组织问题,如飞机维修与检查的问题。他们设计了一套系统使得飞行时间可以增加 61%^[3]。1942 年,美国军方先后成立类似 OR 小组,其工作成果也非常辉煌,使世人对于 OR 有了深刻的认识与了解。第二次世界大战结束,百废待

兴。到 1945 年后,运筹学开始从军事应用转向民用,英美工商企业界于是运用 OR 技术于各行各业的复建工作,并且积极培养 OR 人才,OR 技术广泛应用于计划、生产、存储、市场、财务、人力等方面,使有限的资源作最佳的调配,并提高效率、降低成本与减少风险。特别是在英国的煤炭工业、钢铁公司,一直到 20 世纪 60 年代的制造业方面的应用。此外在航空工业、铁路、城市运输和公用事业以至原子能发电等方面都有应用^[4,5,6]。

20 世纪 50 年代许多发达国家已在大学讲授 OR 课程,到了 60 年代其发展更加完善,许多大学专为它设立学系或研究所等并授予学位,如著名的哈佛、密执安、斯坦福等名校。许多理、工、商科系还将 OR 列为必修、必选或选修课程。目前,现代化的大型企业大多雇有 OR 研究人员,从事各项业务的决策分析工作^[6]。

2. 什么叫运筹学

Operations Research 原意是操作研究、作业研究、运用研究、作战研究,在中国内地曾译作运用学,20 世纪 50 年代中期中国老一代运筹学家考虑到 OR 已经发展成不单考虑设备、武器的运用,而且考虑到有筹划、设计和计划的应用,特别在中国认为 OR 应在国民经济计划方面得到应用,同时借用了《史记》“运筹于帷幄之中,决胜于千里之外”一语中“运筹”二字,既显示其军事的起源,也表明在我国古代 OR 已早有萌芽,后来正式译作运筹学。在台湾地区将 OR 译成作业研究,这只能算直释。而在日本直接用片假名オペレーションズ・リサーチ注音了事,直到 1975 年中国运筹学代表团访日时,介绍了中国的汉释名,引起日方一些运筹学家的注意,在他们的书上介绍了这个“运筹学”汉字释名,还真夸奖了一番^[5~7]。

运筹学作为一门现代科学,是在第二次世界大战期间在英美两国发展起来的,有的学者把运筹学描述为就组织系统的各种经营作出决策的科学手段。莫尔斯与金博尔在他们的奠基作中给运筹学下的定义是:“运筹学是在实行管理的领域,运用数学方法,对需要进行管理的问题统筹规划,作出决策的一门应用科学。”^[1]运筹学的另一定义是:“管理系统的人为了获得关于系统运行的最优解而必须使用的一种科学方法。”它使用许多数学工具(包括概率统计、数理分析、线性代数等)和逻辑判断方法,来研究系统中人、财、物的组织管理、筹划调度等问题,以期发挥最大效益。

INFORMS(Institute for Operations Research and The Management Sciences, 运筹学和管理学研究协会)给的定义是“运筹学,又称管理学,是通过观察组织的运行方式,使用数学模型、计算机模型和其他多种分析工具来统筹规划,作出最佳决策的一门应用科学”。INFORMS 是由美国运筹学研究者组成的专业协会,它是国际运筹学会联合会成员之一。(http://www.informs.org.cn/news.html, 2010-7-30)

英国 OR 学会(Operational Research Society)把 OR 定义如下:

“OR 是指应用科学方法,处理工业、商业、政府、国防系统中因指挥和管理一大群人、机器、原料和资金而产生的复杂问题。这种独特的方法要发展这些系统的科学模式,衡量概率和风险等因素,用它们来预测和比较各种不同的决策、策略或控制的结果。其目的是协助管理阶层以科学方法来决定政策和行动。”^[6]

更为一般的定义:运筹学是将科学方法应用于决策。

3. 运筹学的方法论

比较早期且比较完整介绍运筹学方法论的是丘奇曼、阿可夫和阿努夫在 1957 年出版的《运筹学导论》一书^[8]。其他的书有的略有增改,大意相同,这里主要介绍丘奇曼等介绍的 6 步:①形成问题;②构造模型;③模型求解;④解的检验;⑤解的控制;⑥解的实施。只是后来有不少运筹学家把研究精力放在构造模型和模型求解方面,以至于离开实际问题越来越远。

1) 形成问题

从研究对象中找出要解决的问题是能正确解决问题的第一步。第二次世界大战中,为了保护商船不被敌机炸掉,就提出了一些措施,有人提出在商船上装上高炮来攻击敌机,然而商船毕竟不是兵舰,因此高炮击中敌机的命中率只有 4%,远不如装在兵舰或者陆地上命中率高,于是,另外一些人就反对在商船上装高炮。但是有人提出装高炮本来不是为了用来打飞机,而是为了保护商船,于是就去比较装与不装高炮后商船被敌机击沉率分别为 10% 和 25%,结果发现装高炮后商船被敌机击沉率大大降低,问题也就迎刃而解。要正确解决问题一般要弄清问题症状,搞清目标、约束条件和用户的一些需求。另外,有时问题太大也需要将之分解成若干子问题,加以区别轻重,并分别地加以解决或者暂时不予解决。

2) 构造模型

由于实际问题往往开始只有定性的描述,而且主次难分,为了得到定量的解决,在运筹学中经常要建立各种定量和定性模型,当然以定量模型为主。从数学上来分,模型有决定性的和随机性的,有连续的和离散的,有线性的和非线性的,有静态和动态的,有解析的和数字模拟的,还有不带竞争的和带竞争的模型。另外,还有用运筹学分支学科命名的模型,如线性规划模型、非线性规划模型、网络模型、模糊数学模型和投入产出模型等;以应用对象来命名的模型,如经济模型、能源模型、生态模型、运输模型、存储模型、区域规划模型等。在形成任何模型时,除了要考虑问题本身的特征外,有时还要考虑有没有求解的方法及数据的可获得性。运筹学工作者的一个重要本领就是根据问题的性质去选择以至创造出合适的模型。

3) 模型求解

不同的模型需要用不同的解法,如资源分配问题往往用线性规划模型来描述,而线性规划一般就用单纯形法来求解,而工厂选址问题往往用混合整数规划去求解。例如,我们在解决一个天津市××行业调整的问题时,开始就化成一个有 3000 个连续变量和 15 个整数变量的混合整数规划,可是在当时(20 世纪 80 年代)我们有一个石油部门的计算中心计算时,如果不考虑一定要用整数解而只用一般线性规划时,只用 10 分钟就出了结果(不过解不是整数的),当时机时费 200 元。而用真正的混合整数规划去解(当时用分枝定界法),结果花了 5000 元半天的时间最终结果仍未出来,最后只好停机了事,采用适当的取整的方法来定解。当然,现在随着计算机性能的大大提高,先进的算法不断出现(如线性规划有了内点法,速度比单纯形法要快很多倍),更重要的是许多运筹学方法的软件包的出现,使一般中、小规模问题在一般计算机上都可解决。

4) 解的检验

由于模型毕竟不是现实本身,而只是现实的一个简化的抽象,同时由于算法的程序和数据的问题,得到的解不一定对和好用,这就需要验证(verification)和验实(validation)。前者主要是算法、程序和数据,以至使用的计算机本身的验证,看看求出的解是否正确(在一定误差范围内)。后者主要看是否能解决实际问题,一般要靠用户配合。

5) 解的控制

要保证有高精度的解的使用,其实还有一个解的控制问题。有时用户希望找到的最优解有一个较宽的范围,这样反而好控制。例如,有一个为工厂找最佳温度的优选法试验,当找到最优解时,控制温度的工人希望除了告诉他们最优解外,还希望有一个较宽的带,以便实际控制。因此,有时做一下解的灵敏度分析对解的控制是有用的。

6) 解的实施

由于模型毕竟只反映问题的主要方面,因此用它求出的解不可能被实际部门全部照搬,有时解要修改。例如,我们为一个农业研究部门寻找猪饲料的最佳配方,当我们按照他们提供的各种饲料的营养成分和价格等基本数据,在满足各种营养需求下,求最低成本的饲料组合的构思时,用线性规划方法很快找到了最优解,并将此解提供给用户,谁知用户竟要求我们把次优解和次次优解也给他们。我们问他们为什么不直接用最优解,他们的回答是就是不知道猪爱吃不爱吃。多几个优解好多几个选择。另外一个值得注意的是训练与教育问题,好的东西还要有好的教育相配合。必须让用户能明白我们的解,会使用我们的解。有时还要解决使用我们解的动力。20世纪70年代,我们曾经应国家计委要求推广应用合理下料以节省原材料,同事们采用了整数规划的合理下料模型,应用了Gomory的算法,编制了程序,也到北京一个汽车厂去试了点,他们用整张钢板为汽车门的部件下料,由于他们采用的是单一下料法,简单而不省料,而我们用运筹学方法——混合优化下料确实省了材料——钢板。但是后来据说车间没有采用,他们有两个理由:一个是混合下料增加了下料工加工时的难度和强度;另一个理由却是我们无法想到,那就是以前的下料法,去掉的边角料正好是他们附属家属灯具厂的原料,而采用优化方法后的边角料太小,对大厂讲是省了,对小厂讲却不能废物利用了,反而要去买整张的钢板了,最后只好不了了之。这里也反映了要使解能顺利实施必须及早与用户沟通,听取他们的意见和及早让他们了解我们运筹学工作者的意图。

4. 运筹学的主要分支

运筹学发展至今形成很多方面和分支,就运筹数学来讲可分决定性的和随机性的。

决定性的有线性规划,整数规划,非线性规划,多目标规划,动态规划,图与网络,存储论等。

随机性的有排队论,随机规划,对策论,决策分析,维修、更新、可靠性和质量管理,搜索论,模拟等。

1998年,中国运筹学会提出运筹学学科分类意见,在一级学科“运筹学”下设15个二级学科:它的基础学科分支有规划理论、随机运筹理论、组合与网络优化理论、决策理论;它与其他学科的交叉分支有计算运筹学、工程技术运筹学、管理运筹学;它的应用学科分