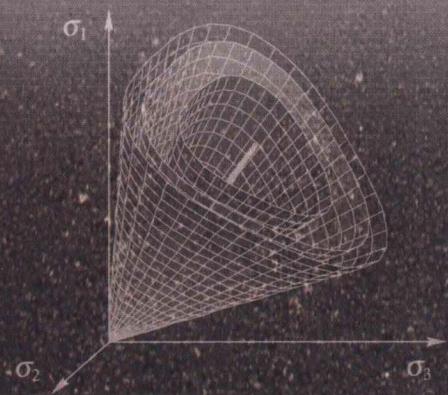


# *Soil Constitutive Models*

## 土的本构关系

◎ 罗 汀 姚仰平 侯 伟 著

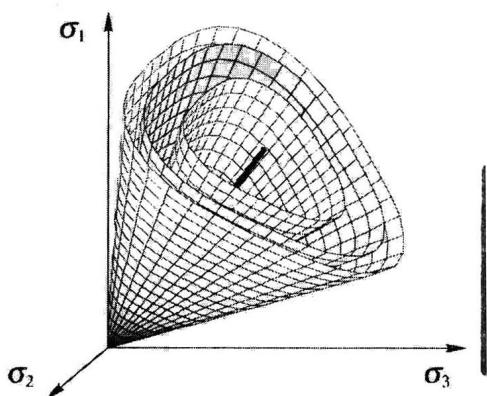


人民交通出版社  
China Communications Press

# *Soil Constitutive Models*

## 土的本构关系

◎ 罗 汀 姚仰平 侯 伟 著



人民交通出版社  
China Communications Press

## 内 容 提 要

土的本构关系，即土的应力应变关系，是现代土力学的核心内容，也是有限元分析计算的基础。

本书循序渐进、由浅入深地介绍了土的应力应变基本概念、土的强度准则、土的线性弹性本构关系、土的弹塑性本构关系；对于土的剪胀性、超固结特性、渐近状态特性等基本问题进行了详细的阐述；重点介绍了剑桥模型、土的统一硬化模型、考虑土的渐近状态特性的本构模型、超固结土的本构模型和模型预测的基本方法。

本书可供土木、水利、交通、铁道和工程地质等专业的研究生或本科学生作为必修或选修课教材使用，亦可作为上述相关专业的教学、科研、工程技术人员的参考书使用。

### 图书在版编目(CIP)数据

土的本构关系/罗汀等著. — 北京:人民交通出版社, 2010.5

ISBN 978-7-114-08257-3

I. ①土… II. ①罗… III. ①土力学—本构关系—研究 IV. ①TU43

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 043014 号

书 名：土的本构关系

著 作 者：罗 汀 姚仰平 侯 伟

责 任 编 辑：杜 琛

出 版 发 行：人民交通出版社

地 址：(100011) 北京市朝阳区安定门外馆斜街 3 号

网 址：<http://www.ccpress.com.cn>

销 售 电 话：(010) 59757969、59757973

总 经 销：人民交通出版社发行部

经 销：各地新华书店

印 刷：北京市密东印刷有限公司

开 本：787 × 960 1/16

印 张：15

字 数：278 千

版 次：2010 年 5 月第 1 版

印 次：2010 年 5 月第 1 次印刷

书 号：ISBN 978-7-114-08257-3

印 数：0001 ~ 2000 册

定 价：45.00 元

(如有印刷、装订质量问题的图书由本社负责调换)

前

言

QIANYAN

土的本构关系以土的应力应变规律为研究对象,是岩土工程学科的重要理论基础。土的本构关系是在大量试验研究基础上,在简化假设前提下建立的应力应变关系数学表达式。研究和建立土的本构关系的主要目的是:①在定量方面,为岩土工程数值分析提供应力应变和强度计算公式;②在定性方面,揭示土的变形强度机制,通过对本构关系的理解和掌握有助于从宏观和更高层面去把握土的基本特性。

基于土的本构模型在土力学研究中所处的特殊基础地位,从20世纪60年代起国内外众多学者投入到本构模型的研究中,提出了数以百计的本构模型,以描述不同类型的土在各种荷载作用下的应力应变和强度特性。在已经提出的模型中,以1963年和1968年由剑桥大学的Roscoe等人提出的原始剑桥模型(Cam-clay Model)和修正剑桥模型(Modified Cam-clay Model)最具代表性。剑桥模型以能合理、简单描述正常固结土(重塑黏土)沿三轴压缩路径的剪切变形与压缩体变的耦合特性而著称,所以可称剑桥模型为土的基本模型或标准模型,在解释和描述土的基本特性方面剑桥模型具有不可替代的作用。这里的正常固结土指的是一种理想化、性质最为简单的土,在简单加载条件(三轴压缩路径)下表现为压硬性、剪缩性和临界状态等特性。土的模量和抗剪强度随平均应力的增加而增大的特性即为压硬性;土在剪切作用下产生的体积变形称为剪胀性,正常固结土的密度较小,因此其仅产生体积收缩,即剪缩性,它是剪胀性的一种;土的临界状态是指应力水平保持不变,体积应变增量为0,剪切应变增量趋于无穷大的一种极限状态。

然而,天然土在受到实际荷载下所表现出的应力应变特性要比上述正常固结土受三轴压缩荷载所表现的特性复杂得多。建立天然土在实际荷载作用下的本构模型应该以剑桥模型为基本框架,针对土性和荷载的具体情况增加相应的元素:①对于由复杂应力状态(三轴压缩以外)、复杂应力历史和复杂应力路径而引起的土的应力应变特性的描述,即要建立考虑复杂加载条件下的本构模型;②对于和正常固结土不同的结构性土、非饱和土和各向异性土等天然土,只有引入相应的反映这些土性特性的参数到本构模型才能使模型具有相应功能。这里,第①方面对复杂加载条件的研究是第②方面的基础。本书把重点集中在第①方面,在介绍剑桥模型之后,系统介绍了作者等在本构模型研究方面的发展。

(1)通过把变换应力引入剑桥模型,实现了在不增加土性参数的条件下使剑桥模型三维化。剑桥模型是基于三轴压缩试验规律建立的,通过使用广义Mises准则使

其三维化,因此就没有考虑应力洛德角对变形和临界状态特性的影响。通过引入变换应力张量,可实现剑桥模型与 SMP 准则、Lade-Duncan 准则和广义非线性强度准则等的简单、方便结合,保证了从屈服到临界状态的合理三维化。这种三维化方法也可简单地应用于其他本构模型。

(2)通过把统一硬化参数引入到剑桥模型,使扩展的剑桥模型能描述完整的剪胀性(含剪缩和剪胀),也称为土的统一硬化模型。剑桥模型使用塑性体积应变作硬化参数,只能反映剪胀性中的剪缩,不能反映剪胀,即只能反映剪胀性中的一半特性。常见密度的砂和超固结土都会存在剪胀,采用统一硬化参数代替塑性体积应变作硬化参数,可统一考虑剪胀性中的剪缩和剪胀,并能退化为只考虑剪缩的剑桥模型。

(3)实际的土体单元可能会在某种变形约束(某种体应变增量与剪应变增量比)下达到极限状态,称这种极限状态为渐近状态,临界状态是其特例(体应变增量与剪应变增量比为 0)。通过建立渐近状态准则,并把其引入到土的统一硬化模型,把该模型扩展成能考虑渐近状态特性的弹塑性本构模型,简称为土的渐近状态本构模型。

(4)通过把超固结土不排水的伏斯列夫(Hvorslev)强度包线引入到土的统一硬化模型,计算超固结土的潜在破坏应力比,建立了超固结土的统一硬化模型。使用该本构模型实现了统一描述剪缩、剪胀、硬化、软化和临界状态特性,也使超固结土本构模型与正常固结土本构模型达到了统一。

在本书所涉及内容中,作者的博士生、硕士生们也作了大量的研究工作,在此向他们表示感谢;同时还要感谢使作者系统研究得以顺利进行的国家自然科学基金的连续资助;最后要感谢人民交通出版社陈志敏主任和杜琛编辑对于本书出版给予的大力支持和帮助。

由于作者水平有限,书中错误和不足之处在所难免,欢迎读者批评指正。

作者

2010 年 1 月于北京



## MULU

<b>第 1 章 绪论</b> .....	1
1.1 什么是本构关系 .....	1
1.2 土的变形特性 .....	2
1.3 土的本构关系 .....	7
1.4 本章小结.....	10
<b>第 2 章 应力与应变分析</b> .....	11
2.1 应力分析.....	11
2.2 应变分析.....	26
2.3 本章小结.....	30
<b>第 3 章 土的强度准则</b> .....	31
3.1 概述.....	31
3.2 土的强度准则.....	31
3.3 基于 SMP 准则的平面应变强度公式 .....	50
3.4 基于 SMP 准则的变换应力 .....	54
3.5 本章小结.....	57
<b>第 4 章 土的弹性应力应变关系</b> .....	59
4.1 弹性应力应变关系.....	60
4.2 土的线性弹性本构关系.....	62
4.3 土的非线性弹性模型.....	64
4.4 本章小结.....	76
<b>第 5 章 剑桥模型</b> .....	77
5.1 基本概念.....	78
5.2 原始剑桥模型.....	78
5.3 修正剑桥模型.....	88
5.4 弹塑性本构模型通析.....	92
5.5 分析预测.....	98
5.6 土性指标 .....	103
5.7 状态面 .....	108
5.8 本章小结 .....	111

<b>第6章 土的硬化参量构成</b>	112
6.1 硬化参量的概念	112
6.2 修正剑桥模型的硬化参量	114
6.3 岩土材料应力路径无关硬化参量的构成方法	115
6.4 统一硬化模型	125
6.5 本章小结	132
<b>第7章 考虑渐近状态特性的本构模型</b>	133
7.1 基本概念	133
7.2 硬化参量	135
7.3 应变增量及剪胀方程	136
7.4 渐近状态弹塑性本构模型	139
7.5 三维化方法	144
7.6 渐近状态本构模型中的特征参数	146
7.7 三轴压缩预测基本公式	157
7.8 预测与试验结果的比较	159
7.9 土的三维渐近状态准则	161
7.10 本章小结	168
<b>第8章 超固结土的本构模型</b>	170
8.1 基于伏斯列夫面的超固结土本构模型	171
8.2 超固结土模型在复杂加载条件下的应用	194
8.3 基于改进伏斯列夫面的超固结土模型	200
8.4 $K_0$ 超固结土的统一硬化模型	203
8.5 超固结土的渐近状态模型	220
8.6 本章小结	229
<b>参考文献</b>	230

# 第1章

## 绪论

### 1.1 什么是本构关系

物质宏观性质的数学模型称为本构关系(Constitutive Relation),把本构关系写成具体的数学表达式就是本构方程,较为熟知的反映纯力学性质的本构关系有胡克定律、牛顿黏性定律、圣维南理想塑性定律等。因此,研究土的本构关系就是研究土的应力应变关系,需要在大量试验研究的基础上,在简化假设的前提下建立能够描述土的基本力学特性的数学表达式。根据以上概念,强度准则也应属于本构关系之列,因为强度准则通常是应力或应变空间中的极限面,它是描述材料濒于破坏时的宏观力学性质的数学模型。

沈珠江在《关于土力学发展前景的设想》一文中指出:“现代土力学应该由一个模型(本构模型),三个理论(非饱和土固结理论、液化破坏理论、逐渐破坏理论)和四个分支(理论土力学、计算土力学、实验土力学、应用土力学)组成。”其中,土体本构模型是岩土工程学科的重要基础理论。

谢定义在《高等土力学》(高等教育出版社 2008 年 1 月出版)一书中写到:“变形理论的发展使土力学中长期以来计算应力用弹性理论、计算变形用直线变形体理论、计算强度用库伦(Coulomb)理论、计算稳定用刚塑性理论这种本来是一个整体的问题但却割裂的局面开始走向统一。”这里的变形理论指的就是本构理论。

土是由土颗粒、孔隙气和水组成的三相材料。在大多数实际应用中,土体的几何尺寸很大,“微观”作用被均匀化,土被理想化为连续体,其力学性质可以在连续介质力学的框架中进行研究,即宏观上把土材料视为连续介质或固体材料,建立土材料的本构模型就是要建立土材料宏观性质的数学模型。建立土的本构模型就要根据应力发生发展的不同条件,对于土材料在荷载作用下的变形从定性和定量两方面做出恰当的力学描述与力学计算。

对于土在荷载作用下变形特性的研究,主要有非线性弹性理论和弹塑性理论。非线性弹性理论是在弹性理论的基础上,考虑到土材料的非线性特性建立的应力



## 土的本构关系

变关系；弹塑性理论是把经典塑性理论应用于土的本构关系中，考虑土的某些特殊性质，建立土的弹塑性理论模型。自1963年英国剑桥大学罗斯科(Roscoe)等人提出了原始剑桥(Cam-clay)模型开始，土的本构理论研究得到了突飞猛进的发展。由于在本构模型中所采用的假设不同，出现的不同形式的弹塑性模型数以百计。

研究各种情况下土的应力应变关系，研究考虑应力路径影响的弹塑性本构模型是当前研究土的弹塑性本构模型的重要组成部分。本书的主要内容是土的弹塑性本构模型，并在土的弹塑性本构模型的框架下，重点介绍剑桥模型、土的渐近状态本构模型和超固结土的本构模型。

---

## 1.2 土的变形特性

---

按土颗粒之间有无内聚力把土分为黏性土和无黏性土。无黏性土是忽略内部粒子间内聚力的土，如碎石土、砂土、粉土，按密实的程度又可以分为松散土和密实土。黏性土的土颗粒之间有内聚力，根据应力历史又可分为正常固结黏土和超固结黏土，正常固结黏土超固结比  $OCR=1$ ，超固结黏土  $OCR>1$ 。正常固结土与松砂，超固结土与密砂在土的力学性质方面存在许多定性的相似之处。

在通常的应力范围内，土中水与土颗粒的体积变形相对于土体整体变形小到可以忽略不计，所以一般认为水和土颗粒都是不可压缩的，土体的变形是由孔隙的改变引起的。对于饱和土，孔隙被水充满，在荷载作用下体积的变化可根据排水量确定。在饱和土上作用的荷载由土颗粒和水共同承担，土颗粒承受的应力称为有效应力，土体的变形由有效应力引起。对于饱和土，强度和变形与有效应力直接相关，有效应力原理是基础。

常规土工三轴试验中有三种常用的排水条件，不固结不排水试验(UU试验)、固结不排水试验(CU试验)和固结排水试验(CD试验)。不排水条件通常称为等体积条件，表示在加荷的过程中体积没有改变，这是基于土颗粒和水不可压缩的假定的结果。

土体在受荷的过程中应力状态变化的轨迹称为应力路径，土的变形特性与应力路径相关。

土体在受荷的过程中应变状态变化的轨迹称为应变路径，例如不排水剪的应变路径可以用体积应变增量与垂直应变增量之比为零表示，即  $\frac{d\epsilon_v}{d\epsilon_z} = 0$ ，土的变形特性也与应变路径相关。

土的孔隙比、含水率、土的结构和矿物质、前期应力状态和当前应力状态、加载应力路径等都会影响土的性质。在应力应变特性方面土材料具有以下特性。

### (1) 静压屈服特性

在体积应力( $p$ )或称为静水压力的作用下,土材料不仅产生弹性体积应变( $\epsilon_v^e$ ),还会产生塑性体积应变( $\epsilon_v^p$ )。土材料的静压屈服特性,可以由体积应变-体积应力关系加以说明。图 1.1 是在体积应力( $p = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$ )-体积应变( $\epsilon_v = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3$ )坐标系下,排水条件下饱和砂土等向固结三轴试验的应力-应变关系的典型曲线。由图 1.1 可知,在该坐标系下加荷与卸荷均表现了非线性的性质。加荷的过程中产生的变形包括弹性变形和塑性变形,当卸荷到初始应力状态时,应变恢复的部分是弹性应变,不可恢复的是塑性应变。

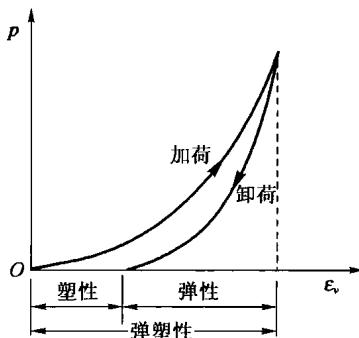


图 1.1 等向固结加荷、卸荷应力应变关系

土材料这种在体积应力的作用下会产生塑性变形的性质与金属材料显著不同,金属材料在体积应力或者说在静水压力作用下体积变形很小,塑性变形更小,小到可以忽略不计;而土材料是三相组合体,即使是在各向等压的作用下,随着土体中水的排出和气体的压缩与排出,土体会产生弹性变形和塑性变形,这种性质称为静压屈服特性。

### (2) 硬化或软化特性

土材料的应力应变关系呈非线性的特性,没有明显的弹性阶段和初始屈服点,随着荷载的增大屈服点在不断提高,这种应力应变关系称为硬化;还有一种应力应变关系是应力应变曲线过了峰值以后随着变形的增加屈服点在不断降低,这种情况称为软化。

土材料的硬化或软化特性可以由剪切应力-剪切应变关系加以说明。图 1.2 是三轴试验条件下土的剪应力与剪应变 $[(\sigma_1 - \sigma_3) - \epsilon_d]$ 关系曲线和体积应变与剪应变 $(\epsilon_v - \epsilon_d)$ 的典型关系曲线。图中①号线为正常固结土或松砂的典型试验曲线。由图可知曲线没有明显的弹性段,应力应变关系曲线的屈服点不断升高达到峰值,这样的应力应变关系称为硬化;曲线②是超固结土或密砂的典型试验曲线,剪应力-剪应变



## 土的本构关系

关系曲线达峰值后逐渐下降,即超过峰值点后屈服点降低,称为软化,最终与①号曲线的渐近线相同。

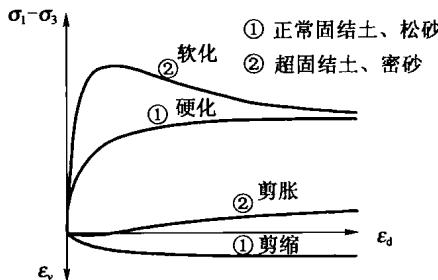


图 1.2 剪应力-剪应变、体积应变-剪应变关系曲线

### (3) 压硬性

土材料是摩擦型材料,土体的破坏是剪切破坏,在一定范围内,土材料的抗剪强度随压应力的增大而增大,或者说平均压应力越大,土能承受的剪应力( $q$ )越大,土的这种性质称为压硬性。例如,地面上的砂土,一脚可以踩一个坑,而深埋在地下的砂土层却是良好的持力层。土的压硬性表现为平均压应力不仅产生弹性和塑性的体应变,还会引起剪切刚度的增大。

土的压硬性还可以由约束应力对应力应变关系的影响加以说明。图 1.3 是固结排水剪  $\sigma_3 = c$  条件下的典型试验结果,表示了不同的约束应力对应力应变关系的影响。由图 1.3a) 中的三条应力路径可知,围压  $(\sigma_3)_1 > (\sigma_3)_2 > (\sigma_3)_3$ 。图 1.3b) 是孔隙比和平均正应力关系曲线即  $e-p$  关系曲线,图 1.3c) 是剪应力剪应变即  $q-\epsilon_d$  关系曲线。由图可知不同约束应力条件下应力应变关系不同。图 1.3c) 表现出约束压カ越大(对应的孔隙比越小)能承受的剪应力越大,表现了土材料的压硬性,这是金属材料没有的特性,也是摩擦性材料所具有的特性。例如,工程中把土装入砂袋中用于筑坝和地基加固,就是利用土的这种特性,在外荷载的作用下,砂袋对其中的土产生了围压,围压越大砂袋中的土能承受的荷载就越大。松冈元(Matsuoka)把工程上的这种做法称之为“化敌为友”(敵を味方に付ける)的方法,或者我们常说的变压力为动力。砂袋可以把作用在土体上的压力转化为围压,从而提高土体的剪切抵抗能力。

### (4) 剪胀性

剪应力不仅会产生弹性与塑性的剪应变,还会引起体积的收缩或膨胀,称为土的剪胀性。土的剪胀性可以由剪切应力-剪切应变-体积应变  $[(\sigma_1 - \sigma_3) - \epsilon_d - \epsilon_v]$  的关系加以说明。观察图 1.2 中的体积变形,曲线①在剪切过程中排水量不断增加,即只产生体积压缩变形,体积应变  $\epsilon_v$  在剪切的过程中不断增大,称为剪缩;曲线②的体积应

变  $\epsilon_v$  开始为正值,不久就变为负值,表示在剪切的过程中先排水体积压缩,然后会吸水体积增大,称为剪胀。

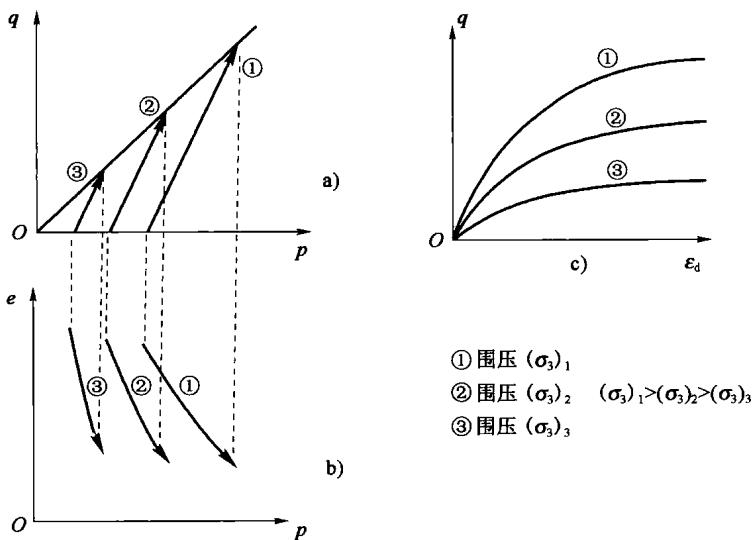


图 1.3 约束应力对应力应变关系的影响

a)  $\sigma_3 = c$  应力路径; b)  $e-p$  关系曲线; c)  $q-\epsilon_d$  关系曲线

土的压硬性和剪胀性表示了平均应力、剪应力与体积应变、剪应变之间的耦合作用。

#### (5) 加载、卸荷对应力应变关系的影响

图 1.4 是在广义剪应力 ( $q = \sigma_1 - \sigma_3$ )、广义剪应变 ( $\epsilon_d$ ) 坐标系下,加载、卸荷情况下土的应力应变关系的示意图。从初始状态加荷到点 A 产生的变形为弹性变形,产生塑性变形时即为屈服,A 是新的屈服点,从点 A 卸荷到 B 产生弹性变形,称为回弹;从点 B 开始加荷到 A 产生弹性变形,加荷超过屈服点后产生弹塑性变形,即从 A 到 C 是弹塑性变形;再从 C 卸荷至 D 产生弹性变形,再由 D 到 C 产生弹性变形,从 C 到 E 产生弹塑性变形;从 E 卸荷到 F 是弹性变形,从 F 加荷到 E 是弹性变形,再由新的屈服点 E 开始继续加荷产生弹塑性变形。

由图 1.4 可知,土材料的变形一开始就由弹性和塑性两部分组成,开始就没有明显比例极限,卸荷将产生弹性变形,再加荷没有超过原有屈服点将产生弹性变形,加荷超过了原有屈服点就会产生新的塑性变形,并且随着荷载的增加屈服点在不断提高,用屈服面表示就是屈服面在不断扩大。图 1.4 是根据经典弹塑性理论对土的应力应变特性的描述,在第 8 章超固结土的本构模型中还会对这种描述进行扩展。

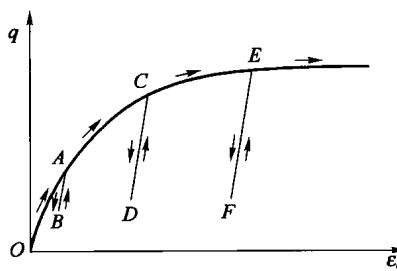


图 1.4 加载、卸荷时土的应力应变关系

#### (6) 应力路径对应力应变关系的影响

图 1.5 是三轴压缩试验不同应力路径的典型试验结果。图 1.5a)是在  $p-q$  坐标系下绘制了三条不同的应力路径:①号是  $\sigma_3 = c$  路径, ②号是  $p = c$  路径, ③号是不排水应力路径。对于三轴压缩试验, 围压  $\sigma_2 = \sigma_3$ , 平均正应力  $p = \frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{3}$ , 广义剪应力  $q = \sigma_1 - \sigma_3$ 。图 1.5b)是孔隙比与平均正应力  $e-p$  关系曲线, 图 1.5c)是在应力比  $\frac{q}{p}$  与广义剪应变  $\epsilon_d$  坐标系下的关系曲线。由图可知, 不同的应力路径应力应变关系不同。

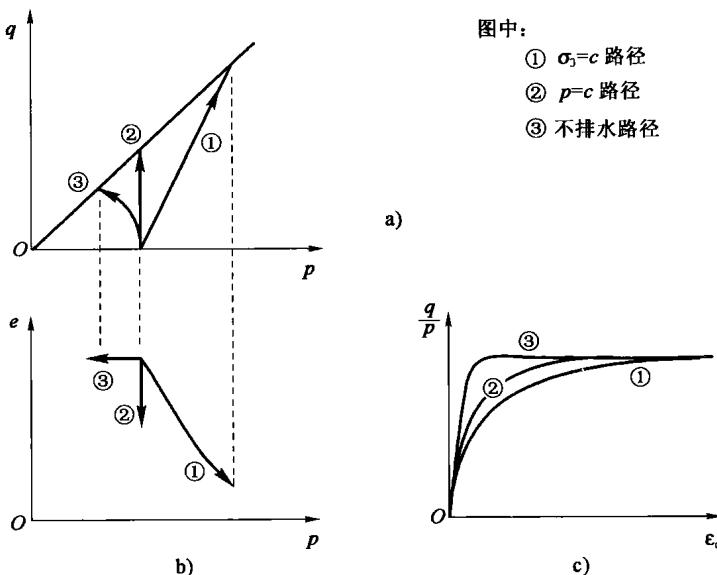


图 1.5 应力路径对应力应变关系的影响

a)  $p-q$  关系曲线; b)  $e-p$  关系曲线; c)  $\frac{q}{p}-\epsilon_d$  关系曲线

### (7) 应力历史对应力应变关系的影响

应力历史对土的应力应变关系的影响可以通过图 1.6 说明。图 1.6a)是三轴不排水剪有效应力路径,图中 4 条曲线虽然起点相同,但因为应力历史不同,有效应力路径亦不同。①号曲线表示一种很松散的砂或敏感的黏土的典型响应,应力应变关系的软化现象是由于松散土体体积有收缩的趋势,使超孔隙水压力增加,有效应力下降的结果;②号曲线是正常固结曲线;③号曲线是超固结曲线;④号曲线的超固结度比③号曲线更高。图 1.6a)中的虚线是总应力路径。图 1.6b)是应力应变关系,可见应力历史不同应力应变关系不同。

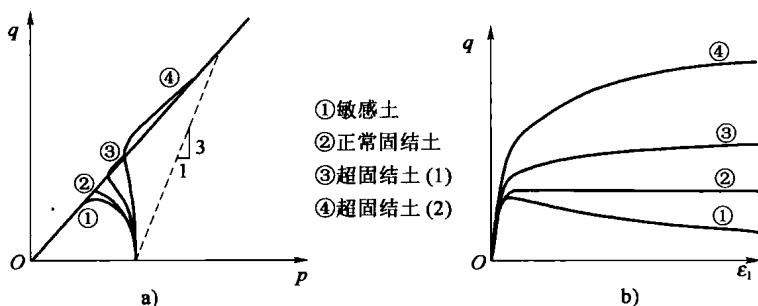


图 1.6 应力历史对应力应变关系的影响  
a) 不排水剪应力路径;b)  $q-\epsilon_1$  关系曲线

### (8) 初始各向异性和应力诱导各向异性

在沉积或地质作用的过程中,形成的土体在各个方向的应力应变特性不同,称为初始各向异性。例如,天然沉积土一般表现为水平方向的横观各向同性。由于应力状态的不同引起强度和变形的不同称为应力诱导各向异性,如当体积应力相同时,土的三轴压缩强度大于三轴伸长强度(详见图 3.4),就可以理解为应力诱导各向异性。

## 1.3 土的本构关系

土的本构关系,应能合理地描述各种情况下土的应力应变关系。对于土在荷载作用下变形特性的研究,土的本构模型主要有非线性弹性理论和弹塑性理论。

土的非线性弹性模型中,第一种方法是由变形模量取代弹性模量,例如,在《建筑地基基础设计规范》(GB 50007—2002)中的变形计算,就是用压缩模量取代弹性模量;第二种方法是用切线模量取代弹性参数的增量法,如切线模量  $E_t$  和切线波松比  $\nu_t$  代替弹性模量  $E$  和泊松比  $\nu$ 。邓肯-张模型(Duncan-Chang)就是典型的  $E-\nu$  模型。



## 土的本构关系

另外,在三维受力状态下,土在体积应力  $p$  和剪应力  $q$  作用下的应力应变关系,可以通过等向固结试验和等  $p$  剪切试验,直接、独立而且较准确地作出测定,因而建立了表示平均应力和体应变、剪应力和剪应变增量关系的 K-G 模型,利用该模型还可考虑  $K$  和  $G$  对应变的交叉影响,考虑土的剪胀性和压硬性,因此,它成为非线性弹性模型研究工作的重要对象。

**弹塑性模型**采用增量法,将应变增量  $d\epsilon$  分为弹性应变增量  $d\epsilon^e$  与塑性应变增量  $d\epsilon^p$  两部分,弹性应变增量按弹性理论的原理和方法计算,塑性应变增量按塑性理论的原理和方法计算。各种不同的弹塑性本构模型在解决屈服条件、流动规律和硬化定律这三大问题上有所不同,即解决屈服面( $f$ )、塑性势面( $g$ )及硬化参量( $H$ )上的不同。目前最著名的弹塑性本构模型是剑桥模型,剑桥模型是建立在临界状态土力学基础上的土的本构模型。剑桥模型亦是当前在土力学领域内应用较广的模型,其主要特点是基本概念明确,较好地适用于正常固结黏土和弱超固结黏土,仅有 4 个参数(详见第 5 章),且都可以通过常规三轴试验求出,并且考虑了岩土材料静水压力屈服特性、剪缩性和压硬性。

剑桥模型从能量方程推导出应力比与应变增量比的关系,根据正交法则确定塑性势函数;再根据塑性势函数与屈服函数相等的相关联流动法则,确定屈服函数;根据等向固结试验结果确定屈服函数中的积分常数,即硬化参数,进而确定出塑性和弹性的应力应变关系。剑桥模型应力应变计算中包含了强度问题,其中的基本参数  $M$  是极限应力比,是与土的内摩擦角相关的材料参数。剑桥模型能较好地适用于正常固结土和弱超固结土,但它仅用塑性体积硬变  $\epsilon_v^p$  作硬化参量,对砂土等不能考虑剪切引起的体积膨胀特性,对超固结土不能考虑超固结土的软化特性。

剑桥模型建立的塑性势函数,不能反映等向固结试验剪应变为零的实际情况,后来罗斯科(Roscoe)等又提出了修正剑桥模型。修正剑桥模型基于塑性势面与  $p$  轴正交的原则,塑性势面为椭圆形。

以临界状态理论发展起来的剑桥模型与修正的剑桥模型,因为具有明确的物理意义得到公认,因此在剑桥模型基础上,针对其局限性进行改进和修正仍是岩土材料建模的主要方向。长期以来,国内外专家学者基于剑桥模型进行了广泛深入的研究,松冈元、姚仰平等采用 SMP(Spatially Mobilized Plane)准则对剑桥模型进行了扩展,将剑桥模型从三轴试验的三轴压缩应力状态扩展至一般应力状态,其方法是引入变换应力,重新定义变换后的广义正应力和剪应力,然后代入剑桥模型中,实现从广义米赛斯(Mises)破坏准则向 SMP 破坏准则的扩展。姚仰平、孙德安将 Lade 屈服准则引入初始的剑桥模型,采用变换应力将拉德(Lade)屈服准则变为扩展的米赛斯屈服函数类型。

关于土的弹塑性本构模型还有黄文熙等的“清华模型”,这是建立在用试验寻求



塑性势面、屈服面以及符合相适应流动规则硬化参量基础上的弹塑性本构模型。黄文熙模型因其第一次由试验直接确定塑性势面和屈服面，并通过选取合适的硬化参量使屈服面与塑性势面达到相关联流动法则的条件再建立弹塑性本构关系，使土工试验发挥了更大的作用。

李广信把在  $p, q$  应力平面上建立的黄文熙模型推广到三维空间，建立了清华三维弹塑性本构模型。通过真三轴试验及平面应变试验，在  $\pi$  平面上确定了一种双圆弧的屈服轨迹，从而建立了该模型的三维形式，提出了相应的流动规则表达式。

另外，还有沈珠江提出的“南水模型”，郑颖人提出的广义弹塑性理论，殷宗泽提出的椭圆-抛物双曲面模型等等。

建立能够适应不同条件下土性的特征规律，可以正确而简易地描述土性，建立实用的解析或经验关系，引用少量必要的土性参数是土本构模型的研究方向。

在各种岩土工程中，土材料会经受不同的应力路径。例如在基坑开挖工程中，位于基坑侧面滑动面上的土体处于三轴压缩应力状态，位于滑动面底部的土体处于纯剪切应力状态，位于基坑底部的土体处于三轴伸长应力状态，堤坝、边坡等的土体则处于平面应变应力状态。不同的应力状态、应力路径对应着不同的应力应变关系，应力路径对土的压硬性、剪胀性等具有不可忽视的影响。

天然地基中的土材料通常是在某种约束下受力而发生变形，可以用应变路径描述这种变形。完全排水条件下受力后的自由变形和完全不排水条件下的受力变形是两种典型的极端状况。部分排水（或吸水）条件下，也即某种变形约束下的受力变形才是普遍的，这种变形约束会影响到土的应力应变关系，对于同一种土，不同的变形约束条件会对应着不同的应力应变规律。

不同的应力路径、应变路径对应着不同的极限应力比。例如，等向固结的极限应力比  $(\frac{q}{p})_t = 0$ ；一维固结的极限应力比  $(\frac{q}{p})_t = \frac{3(1-K_0)}{1+2K_0}$ ，其中  $K_0$  是静止土压力系数；常规三轴剪切试验的极限应力比  $(\frac{q}{p})_t = M_t$ ；不排水三轴剪切试验的极限应力比  $(\frac{q}{p})_t = M_0 < M_t$ 。可知在变形约束条件下的剪切受力极限应力比会比峰值破坏应力比低很多。Gudehus 等最早提出了渐近状态的概念来解释上述现象。能否合理描述各种变形约束条件下的应力应变规律及其极限应力比是判断一个本构模型是否真正反映应力路径影响的一个有效验证途径，这就需要建立能合理描述复杂的应力路径所对应的应力变形特性的本构模型。

本书的主要内容是土的弹塑性本构模型，其中详细介绍了原始剑桥模型、修正剑桥模型；并且介绍了在剑桥模型的基础上扩展的可以反映砂土、黏土应力应变关系的



## 土的本构关系

统一硬化模型,可以反映土的渐近状态特性的土的本构模型,可以反映超固结土特性的超固结土模型。

### 1.4 本章小结

本章根据土力学的发展情况介绍了土的本构模型理论研究的重要性。简要介绍了土的应力应变基本特性,介绍了土的本构理论研究中的非线性弹性模型、弹塑性模型及著名的剑桥模型和修正剑桥模型,同时讨论了在剑桥模型基础上进行进一步研究的必要性,最后对本书的主要内容作了简要介绍。