

趙良五◎編著

# 中西數學史的比較

陳士杰題



臺灣商務印書館 發行

月

巽

山水朱

川東青心

8 泉北



中華科學技藝史叢書

# 中西數學史的比較

陳立夫 主編

趙良五 編著

中華文化復興運動推行委員會<sup>編</sup>  
「中國之科學與文明」編譯委員會  
臺灣商務印書館發行

中西數學史的比較／趙良五編著，-- 初版，--  
臺北市：臺灣商務，1991[民80]  
面：公分，-- (中華科學技藝史叢書)  
ISBN 957-05-0268-1 (平裝)

1. 數學-歷史 2. 數學-比較研究

310.9

84001792

## 中西數學史的比較

定價新臺幣 400 元

|       |                                                                                                                        |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 主 編 者 | 中華文化復興運動推行委員會<br>「中國之科學與文明」編譯委員會                                                                                       |
| 編 著 者 | 趙 良 五                                                                                                                  |
| 封面設計  | 吳 郁 婷                                                                                                                  |
| 校 對 者 | 林曉筠 黃伯勤                                                                                                                |
| 發 行 人 | 張 連 生                                                                                                                  |
| 出 版 者 | 臺灣商務印書館股份有限公司                                                                                                          |
| 印 刷 所 | 臺北市 10036 重慶南路 1 段 37 號<br>電話：(02)3116118・3115538<br>傳真：(02)3710274<br>郵政劃撥：0000165-1 號<br>出版事業：局版臺業字第 0836 號<br>登 記 證 |

- 1991 年 3 月初版第一次印刷
- 1995 年 5 月初版第二次印刷

版權所有・翻印必究

ISBN 957-05-0268-1 (平裝)

51575001

## 前 言

中華文化復興運動推行委員會于五十八年九月間成立「李約瑟氏中國之科學與文明編譯委員會」，至六十三年六月間，原書已出版部分之編譯工作，即將完竣，其未出版部分，聞多未脫稿；而本會工作不宜因等候其出版而間有停頓。因思中華文化有五千年之悠久歷史，對於科技藝術之貢獻，早已傳播世界，而國人對於祖先之成就，反多忽視，甚少有系統而精詳之著述，至可太息。於是商同本會副總編輯劉拓博士及林祕書品石之協助，決定一方面繼續完成翻譯李約瑟氏之鉅著，一方面約請國內學者編著一整套有關中華科技及藝術之史籍，以期相輔相成。惟以本會經費有限，初步計畫先編著數學、天文、物理、農業、水利、醫藥、鐵路、公路、水運、鹽業、氣象、地質、地政、合作事業、社會福利、園藝、書法、雕刻、樂律、國劇等二十種，于六十三年底開始進行，現已陸續出版。茲再繼續編撰印刷、陶瓷、繪畫、礦業、糖業、建築、紡織、郵政、電信、絲路、農具、作物栽培等書，均分別約請專家撰寫；此後仍當隨時擴展。各書自成體例，惟篇幅略加限制，彙編為「中華科學技藝史叢書」。將來如有餘力，擬譯成他國文字，以廣流傳。因略述編著本叢書之意義及經過，置之卷首，以就正于國人，如承惠予批評指教，不勝感荷。

中華民國七十九年五月 總編輯陳立夫 副總編輯熊先舉

# 引 言

本書將中西數學史，分三期研討，最後作比較。

## (一)上古期

自紀元前 2700 年，至紀元 600 年，約當中國黃帝至漢、隋年代。

## (二)中古期

自紀元 600 年，至紀元 1360 年，約當中國唐至宋、元時代。（紀元爲西曆紀元，以下均同此）

## (三)近古期

自紀元 1360 年，至紀元 1910 年，約當中國明初至清末時代。

## (四)比較與結論

# 目 次

|                           |     |
|---------------------------|-----|
| 前 言.....                  | i   |
| 引 言.....                  | iii |
| 第一篇 上古時期 .....            | 1   |
| 第一章 中國之數學史.....           | 1   |
| 1-1-1 曆法.....             | 1   |
| 1-1-2 十進記數.....           | 4   |
| 1-1-3 伏羲之九九.....          | 5   |
| 1-1-4 規矩.....             | 7   |
| 1-1-5 墨子之幾何與數理哲學.....     | 7   |
| 1-1-6 周髀算經.....           | 10  |
| 1-1-7 九章算術.....           | 18  |
| 1-1-8 孫子算經.....           | 25  |
| 1-1-9 數術記遺.....           | 32  |
| 1-1-10 海島算經.....          | 33  |
| 1-1-11 張邱建算經.....         | 36  |
| 1-1-12 夏侯陽算經.....         | 40  |
| 1-1-13 五曹算經.....          | 41  |
| 1-1-14 五經算術.....          | 41  |
| 1-1-15 劉歆之圓周率.....        | 44  |
| 1-1-16 趙君卿之勾股方弦圖註.....    | 45  |
| 1-1-17 劉徽之割圓術.....        | 47  |
| 1-1-18 祖冲之之著綴術.....       | 51  |
| 1-1-19 上古期中國數學所研討之內容..... | 55  |

|        |            |     |
|--------|------------|-----|
| 1-1-20 | 上古期中國之算學教育 | 57  |
| 第二章    | 埃及之數學史     | 59  |
| 1-2-1  | 埃及之曆法      | 59  |
| 1-2-2  | 埃及之記數法     | 60  |
| 1-2-3  | 埃及之算術與代數   | 60  |
| 1-2-4  | 亞麥斯算書      | 60  |
| 1-2-5  | 埃及之幾何      | 65  |
| 1-2-6  | 埃及之算盤      | 67  |
| 第三章    | 巴比倫之數學史    | 69  |
| 1-3-1  | 巴比倫之曆法     | 69  |
| 1-3-2  | 巴比倫之記數法    | 69  |
| 1-3-3  | 巴比倫之幾何     | 71  |
| 第四章    | 希臘之數學史     | 72  |
| 1-4-1  | 希臘之記數法     | 72  |
| 1-4-2  | 希臘之算術與代數   | 73  |
| 1-4-3  | 尼可馬丘之算書    | 76  |
| 1-4-4  | 帶奧著塔斯之代數   | 78  |
| 1-4-5  | 希臘之幾何      | 81  |
| 1-4-6  | 愛奧尼亞學派     | 81  |
| 1-4-7  | 畢達哥拉斯學派    | 83  |
| 1-4-8  | 哲人派        | 85  |
| 1-4-9  | 柏拉圖學派      | 90  |
| 1-4-10 | 第一亞歷山大學派   | 93  |
| 1-4-11 | 第二亞歷山大學派   | 103 |
| 第五章    | 羅馬之數學史     | 109 |
| 1-5-1  | 羅馬之曆法      | 109 |
| 1-5-2  | 羅馬之數字      | 110 |
| 1-5-3  | 羅馬之算術與代數   | 111 |

|        |                    |     |
|--------|--------------------|-----|
| 1-5-4  | 羅馬之幾何·····         | 114 |
| 第六章    | 印度之數學史·····        | 117 |
| 1-6-1  | 印度之記數法·····        | 117 |
| 1-6-2  | 印度之算術與代數·····      | 120 |
| 1-6-3  | 印度之幾何·····         | 121 |
| 第二篇    | 中古時期·····          | 123 |
| 第一章    | 中國之數學史·····        | 123 |
| 2-1-1  | 曆法·····            | 123 |
| 2-1-2  | 唐代流傳之算書·····       | 126 |
| 2-1-3  | 王孝通著輯古算經·····      | 127 |
| 2-1-4  | 李淳風注十部算經·····      | 131 |
| 2-1-5  | 唐代之算學家·····        | 133 |
| 2-1-6  | 唐代邊境算法·····        | 134 |
| 2-1-7  | 唐代算學制度·····        | 136 |
| 2-1-8  | 唐代算學輸入日本·····      | 141 |
| 2-1-9  | 印度曆算之輸入·····       | 143 |
| 2-1-10 | 宋金元時代流傳之算書·····    | 146 |
| 2-1-11 | 宋刊算經十書·····        | 148 |
| 2-1-12 | 宋劉益解高次方程式·····     | 151 |
| 2-1-13 | 宋賈憲求增乘法之廉草法·····   | 155 |
| 2-1-14 | 宋秦九韶著數書九章·····     | 156 |
| 2-1-15 | 宋楊輝之縱橫圖·····       | 169 |
| 2-1-16 | 金李治之測圓海鏡、益古演段····· | 180 |
| 2-1-17 | 元郭守敬之球面三角·····     | 192 |
| 2-1-18 | 元朱世傑研究之級數·····     | 194 |
| 2-1-19 | 宋沈括之堆垛·····        | 202 |
| 2-1-20 | 中古時期之乘除歌訣·····     | 203 |

|        |                |     |
|--------|----------------|-----|
| 2-1-21 | 元代域外算學家·····   | 206 |
| 2-1-22 | 宋代之數學教育制度····· | 206 |
| 2-1-23 | 籌算之開方術·····    | 210 |
| 2-1-24 | 天元術·····       | 213 |
| 2-1-25 | 四元術·····       | 214 |
| 2-1-26 | 天元、四元術演算·····  | 215 |
| 第二章    | 印度之數學史·····    | 221 |
| 2-2-1  | 印度之算術與代數·····  | 221 |
| 2-2-2  | 印度之幾何與三角·····  | 227 |
| 第三章    | 亞拉伯之數學史·····   | 230 |
| 2-3-1  | 亞拉伯之算術與代數····· | 230 |
| 2-3-2  | 亞拉伯之幾何與三角····· | 235 |
| 第四章    | 歐羅巴之數學史·····   | 240 |
| 2-4-1  | 歐羅巴之算術與代數····· | 240 |
| 2-4-2  | 歐羅巴之幾何與三角····· | 248 |
| 第三篇    | 近古時期·····      | 253 |
| 第一章    | 中國之算學史·····    | 253 |
| 3-1-1  | 明代之算學·····     | 253 |
| 3-1-2  | 永樂時期之算書·····   | 253 |
| 3-1-3  | 萬曆時期之算書·····   | 254 |
| 3-1-4  | 明代之算學家·····    | 258 |
| 3-1-5  | 珠算之發展情形·····   | 264 |
| 3-1-6  | 明代研究割圓術之人····· | 274 |
| 3-1-7  | 明代中算輸入日本·····  | 278 |
| 3-1-8  | 西算之輸入情形·····   | 279 |
| 3-1-9  | 明朝議修曆·····     | 286 |
| 3-1-10 | 明代之算學教育制度····· | 289 |

|        |                 |     |
|--------|-----------------|-----|
| 3-1-11 | 清初新舊曆之爭論·····   | 289 |
| 3-1-12 | 清聖祖研習算學·····    | 291 |
| 3-1-13 | 清代之算學家·····     | 295 |
| 3-1-14 | 清代西算之譯述·····    | 319 |
| 3-1-15 | 清代教會算學教育·····   | 319 |
| 3-1-16 | 清代算學教育制度·····   | 322 |
| 第二章    | 意大利之算學史·····    | 328 |
| 3-2-1  | 意大利之算學發展情形····· | 328 |
| 3-2-2  | 特來維蘇算術·····     | 328 |
| 3-2-3  | 偉德曼氏·····       | 329 |
| 3-2-4  | 派塞奧里氏·····      | 329 |
| 3-2-5  | 達達利亞氏·····      | 329 |
| 3-2-6  | 迦但氏·····        | 331 |
| 3-2-7  | 費拉利氏·····       | 331 |
| 3-2-8  | 拉格郎日氏·····      | 332 |
| 第三章    | 德國之算學史·····     | 333 |
| 3-3-1  | 德國之算學發展情形·····  | 333 |
| 3-3-2  | 力佐莽坦納氏·····     | 333 |
| 3-3-3  | 格蘭馬圖氏·····      | 334 |
| 3-3-4  | 路德福氏·····       | 334 |
| 3-3-5  | 阿比安氏·····       | 334 |
| 3-3-6  | 士提發爾氏·····      | 334 |
| 3-3-7  | 萊普尼茨氏·····      | 334 |
| 3-3-8  | 高士氏·····        | 335 |
| 3-3-9  | 亞可比氏·····       | 336 |
| 3-3-10 | 史特納氏·····       | 337 |
| 3-3-11 | 狄里西雷氏·····      | 337 |
| 3-3-12 | 黎曼氏·····        | 337 |

|        |           |     |
|--------|-----------|-----|
| 3-3-13 | 瓦士曲士氏     | 338 |
| 3-3-14 | 克萊因氏      | 338 |
| 第四章    | 英國之算學史    | 339 |
| 3-4-1  | 英國之算學發展情形 | 339 |
| 3-4-2  | 唐士陶爾氏     | 339 |
| 3-4-3  | 勒刻德氏      | 340 |
| 3-4-4  | 哈里奧特氏     | 341 |
| 3-4-5  | 訥白爾氏      | 342 |
| 3-4-6  | 布里格司氏     | 343 |
| 3-4-7  | 華里司氏      | 344 |
| 3-4-8  | 牛頓氏       | 345 |
| 3-4-9  | 格累高里氏     | 346 |
| 3-4-10 | 馬克勞林氏     | 346 |
| 3-4-11 | 泰勒氏       | 347 |
| 3-4-12 | 辛卜生氏      | 347 |
| 3-4-13 | 凱雷氏       | 347 |
| 3-4-14 | 巴勞氏       | 348 |
| 3-4-15 | 西偉斯特氏     | 348 |
| 3-4-16 | 史密斯氏      | 348 |
| 第五章    | 法國之算學史    | 349 |
| 3-5-1  | 法國之算學發展情形 | 349 |
| 3-5-2  | 維塔氏       | 349 |
| 3-5-3  | 柏里臺氏      | 350 |
| 3-5-4  | 極拉得氏      | 350 |
| 3-5-5  | 笛卡兒氏      | 350 |
| 3-5-6  | 帕司卡氏      | 351 |
| 3-5-7  | 拉卜拉士氏     | 352 |
| 3-5-8  | 勒懷德氏      | 352 |

|                       |                  |     |
|-----------------------|------------------|-----|
| 3-5-9                 | 傅立葉氏·····        | 353 |
| 3-5-10                | 達蘭貝氏·····        | 354 |
| 3-5-11                | 棣莫夫氏·····        | 354 |
| 3-5-12                | 柯西氏·····         | 355 |
| 3-5-13                | 伽羅瓦氏·····        | 358 |
| 3-5-14                | 本斯雷氏·····        | 359 |
| 第六章 西方其他各國之數學家·····   |                  | 360 |
| 3-6-1                 | 司帝文氏·····        | 360 |
| 3-6-2                 | 拉底克斯氏·····       | 360 |
| 3-6-3                 | 奧衣勒氏·····        | 360 |
| 3-6-4                 | 阿肯氏·····         | 361 |
| 3-6-5                 | 柏松氏·····         | 361 |
| 3-6-6                 | 阿貝爾氏·····        | 362 |
| 3-6-7                 | 約亨保耶氏·····       | 362 |
| 3-6-8                 | 洛巴齊烏士開氏·····     | 362 |
| 3-6-9                 | 漢米爾頓氏·····       | 363 |
| 第七章 美國之算學史·····       |                  | 364 |
| 3-7-1                 | 美國之權度法·····      | 364 |
| 3-7-2                 | 美國之算學著作家與書籍····· | 365 |
| 3-7-3                 | 美國之算學會·····      | 366 |
| 第四篇 中西數學史之比較·····     |                  | 369 |
| 第一章 上古時期中西數學史之比較····· |                  | 369 |
| 4-1-1                 | 曆法·····          | 369 |
| 4-1-2                 | 記數法·····         | 370 |
| 4-1-3                 | 算術·····          | 370 |
| 4-1-4                 | 代數·····          | 371 |
| 4-1-5                 | 幾何·····          | 371 |

|       |              |     |
|-------|--------------|-----|
| 4-1-6 | 圓周率 $\pi$ 之值 | 372 |
| 4-1-7 | 結論           | 372 |
| 第二章   | 中古時期中西數學史之比較 | 374 |
| 4-2-1 | 曆法           | 374 |
| 4-2-2 | 記數法          | 374 |
| 4-2-3 | 算術           | 374 |
| 4-2-4 | 代數           | 375 |
| 4-2-5 | 幾何           | 375 |
| 4-2-6 | 三角           | 376 |
| 4-2-7 | 結論           | 376 |
| 第三章   | 近古時期中西數學史之比較 | 378 |
| 4-3-1 | 曆法           | 378 |
| 4-3-2 | 算術           | 378 |
| 4-3-3 | 代數           | 379 |
| 4-3-4 | 幾何           | 379 |
| 4-3-5 | 三角           | 380 |
| 4-3-6 | 極限與微積分       | 380 |
| 4-3-7 | 結論           | 380 |
| 編後感言  |              | 383 |
| 附錄    | 西算輸入中國之年表    | 385 |

# 第一篇 上古時期

## 第一章 中國之數學史

### 1-1-1 曆 法

西方人認為中國在紀元前 27000 年前，已有天文學知識，事在史前，已無法可考證矣。班固漢書律歷志云：「自伏羲作八卦，由數起，至黃帝、堯、舜而大備，三代稽古，法度章焉。」此為上古時期算數事實之可考者，又史記云：「黃帝考定量曆、建五行、起消息、正潤餘。」是為曆算之鼻祖。

史記索隱引系本，及律歷志云：「黃帝使羲和占日，常羲占月，史區占星，伶倫造律呂，大撓作甲子，隸首作算數。」黃帝為紀元前 2697 年之人（即中華民國前 4608 年之人），由此可知中國算學、天文在紀元前 2697 年，已經成科矣。

由於月亮繞地球一周與地球繞太陽一周，都不是整數天，故陽曆與陰曆間之調和相當困難，中國古代把陰陽二曆調和得很成功。在春秋中葉時代，中國人已經知道在十九年中，應有七個閏月，又中國古代之曆法，除計算歲首與每月之日數及閏月外，還要根據太陽在春、夏、秋、冬時之黃道上不同位置，進一步區分為二十四個不同之名稱，即所謂之節氣。節氣是逐漸產生出來者，產生之原因是為適應農民耕種之需要而發明者。至戰國末期，呂氏春秋已記載有二十四個節氣之大部分名稱，其十二紀便是記載月令氣候者，每紀一次，共十二篇，分春、夏、秋、冬四季，每季三個月，以孟月、仲月、季月區分之，二十四個節氣中之立春、雨水、立夏、小暑、白露、立秋、霜降、

立冬這八個名稱已見於十二紀中，加上日長至、日短至、日夜分、日分、夜分（指春分、秋分、夏至與冬至），共有十二個節氣，比左傳中之分（指春分與秋分）、至（指夏至與冬至）、啓（指立春與立夏）、閉（指立秋與立冬）已增加四個節氣，而且比較更明確。秦統一中國之時，所制訂之顓頊曆，已經將曆元定在立春，此可以說明二十四個節氣是產生於秦統一中國之前。

西漢武帝時，淮南子卷三天文訓中云：「冬至晉比黃鐘（指十一月），加十五日指癸則小寒，……，加十五日指丑則大寒，加十五日……而立春，加十五日指寅則雨水，加十五日指甲則驚蟄，……加十五日指卯則春分，……，加十五日指乙則清明，……，加十五日指辰則穀雨，……，加十五日指常羊之維，……而立夏，……，加十五日指巳則小滿，……，加十五日指丙則芒種，……，加十五日……，而夏至，……，加十五日指丁則小暑，……，加十五日指未則大暑，……，加十五日指酉……故曰秋分，……加十五日指辛則寒露，……，加十五日指戌則霜降，……加十五日指曉……而立冬，……，加十五日指亥則小雪，……，加十五日指壬則大雪。」

漢武帝時，據此二十四節氣與星象而作太初曆。

二十四個節氣，又分爲兩類，漢志論十二次云：「日至其初爲節，至其中爲中。」其意指二十四節氣，分爲節氣與中氣兩種。從小寒起每隔三十日餘或黃經三十度爲一節氣，又從冬至起每隔三十日餘或黃經三十度爲一中氣，現在列表表示明（見表 1-1）。

在二十四個節氣中，立春、春分、立夏、夏至、立秋、秋分、立冬、冬至這八個節氣比較重要，其中每相鄰二節氣之間大約是四十六日。一年分爲四季，八個節氣中之立，表示四季中每個季節之開始，分或至表示在這個季節之中間。

中國之曆法，自黃帝至漢、隋歷代均有修改，每修改一次，精密度隨之更高，茲述明其中最有價值之二事於下：

1 北朝之何承天，在中國曆法史上有一很大之貢獻，即關於曆法

表 1-1

| 黃經度         | 中 氣 |      | 節 氣 |      |
|-------------|-----|------|-----|------|
| 0° — 30°    | 春分  | 二月中  | 清明  | 三月節  |
| 30° — 60°   | 穀雨  | 三月中  | 立夏  | 四月節  |
| 60° — 90°   | 小滿  | 四月中  | 芒種  | 五月節  |
| 90° — 120°  | 夏至  | 五月中  | 小暑  | 六月節  |
| 120° — 150° | 大暑  | 六月中  | 立秋  | 七月節  |
| 150° — 180° | 處暑  | 七月中  | 白露  | 八月節  |
| 180° — 210° | 秋分  | 八月中  | 寒露  | 九月節  |
| 210° — 240° | 霜降  | 九月中  | 立冬  | 十月節  |
| 240° — 270° | 小雪  | 十月中  | 大雪  | 十一月節 |
| 270° — 300° | 冬至  | 十一月中 | 小寒  | 十二月節 |
| 300° — 330° | 大寒  | 十二月中 | 立春  | 正月節  |
| 330° — 360° | 雨水  | 正月中  | 驚蟄  | 二月節  |

計算之技術改革。中國古代之算學，一以下之小數，都用分數表示，而用分數表示實測所得之數值時，未必能夠正確將之表示出來，何承天發明一種簡便之計算方法，稱為調日法，其計算之方法，為設計算一朔望月之長度為  $29\frac{399}{752}$  日時，先假定日之小數部分之實測值在  $\frac{26}{49}$  與  $\frac{9}{17}$  之間，若前者比實測值大，稱為強率，後者比實測值小，稱為弱率，從這個數值出發，得出其中間值為

$$\frac{26 + 9}{49 + 17} = \frac{35}{66}$$

將之與實測值比較，若還比實測值小，則以此值為新之弱率，而與原來之強率再折衷，得

$$\frac{26 + 35}{49 + 66} = \frac{61}{115}$$

若這個數值仍然比實測值小，可繼續照此法計算之，當計算到十五次時，可得

$$\frac{26 \times 15 + 9}{49 \times 15 + 17} = \frac{399}{752}$$

此結果與實測值一致，這個分式之分母 752 稱為日法，所以這種計算法稱為調日法，此法供後之曆算家很大之方便。

2 南朝祖冲之創造大明曆，將歲差正式計算在曆法中，開始考慮每年改變冬至日躔之位置，過去認為歲差是五十年差一度，祖冲之改為四十六年差一度。大明曆對於閏年也有修改，即趙歆之破章法以 600 年，置 221 個閏月，祖冲之改用 391 年，設 144 個閏年。大明曆以一年為  $365\frac{9589}{39491}$  日，一朔望月為  $29\frac{2090}{3939}$  日，大明曆是紀元 510 年正月開始正式使用者，為中國古代曆法之一大改革。

總之，在魏晉南北朝時代，中國之算學有很大之發展，特別是南北朝時更是突出，所以過去在曆法上之一些缺點，因之大部都已得到精密之改正，為後之治曆法者創立有良好之基礎。

## 1-1-2 十進記數

上古之初，未有文字，先以結繩為記。易繫辭云：「上古結繩而治，後世聖人，易之以書契。」莊子胠篋篇云：「昔者容成氏、大庭氏、伯皇氏、中央氏、栗陸氏、驪畜氏、軒轅氏、赫胥氏、尊盧氏、伏羲氏、神農氏，當是時也，民結繩而用之。」莊子為哲理學家，昧於史實，其所列舉諸氏，尚待考證，而上古已有結繩之制，則無可疑也。

結繩之後，繼之以書契，釋名云：「契，刻也，刻識其數也。」書契之作，今日可考者，實始於殷代，但此非謂殷代以前便沒有書契也。茲將中國古代數字之演變情形說明於下：

|      |            |    |         |
|------|------------|----|---------|
| 殷甲骨文 | 一、二、三、四、五、 | 六、 | 七、八、九、十 |
| 周秦金文 | 一、二、三、四、五、 | 六、 | 七、八、九、十 |
| 許慎說文 | 一、二、三、四、五、 | 六、 | 七、八、九、十 |
| 今日數字 | 一、二、三、四、五、 | 六、 | 七、八、九、十 |