特色专业

普通高等教育电子通信类国家级特色专业系列规划教材

精品课程系列规划教材

信号与系统（第二版）

马金龙　胡建萍
王宛苹　胡晓萍　编著

科学出版社
www.sciencep.com

普通高等教育电子通信类国家级特色专业系列规划教材
精品课程系列规划教材

信号与系统

（第二版）

马金龙　胡建萍
王宛苹　胡晓萍　编著

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书共分8章。内容包括：信号概述，系统概述，LTI系统的时域分析，连续时间信号和连续时间系统的频域分析，连续时间系统的复频域分析，离散时间系统的 z 域分析，状态变量分析法，MATLAB在信号与系统中的应用。

本书可作为高等学校电子工程、通信工程、计算机、自动化等专业学生信号与系统课程的教材，也可作为相关专业、相关领域的研究人员参考书，同时也是一本考研的辅导书。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统/马金龙等编著．—2版．—北京：科学出版社，2010.4
（普通高等教育电子通信类国家级特色专业系列规划教材·精品课程系列规划教材）
ISBN 978-7-03-026963-8

Ⅰ.①信… Ⅱ.①马… Ⅲ.①信号系统-高等学校-教材 Ⅳ.①TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字（2010）第040396号

责任编辑：贾瑞娜／责任校对：刘小梅
责任印制：张克忠／封面设计：耕者设计工作室

科学出版社出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码 100717
http://www.sciencep.com
骏杰印刷厂印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销
*
2006年1月第 一 版 开本：787×1092 1/16
2010年4月第 二 版 印张：25
2010年4月第一次印刷 字数：593 000
印数：10 501—14 500

定价：39.00元

（如有印装质量问题，我社负责调换）

第二版前言

本书第一版于2006年在科学出版社出版，经过5年的使用，广泛征求和听取各方意见，第二版作了大幅修订，目的是使教材的体系和内容编排更合理、更适合教与学。

第二版共8章：第1章信号概述，第2章系统概述，第3章LTI系统的时域分析，第4章连续时间信号和连续时间系统的频域分析，第5章连续时间系统的复频域分析，第6章离散时间系统的z域分析，第7章状态变量分析法，第8章MATLAB在信号与系统中的应用。

此次修订再版，把第一版的第一章中有关信号的内容、第三章中信号的算子表示和第四章中信号的卷积合并成第二版的第1章，把第一版的第一章和第三章中有关系统的内容合并成第2章，把第一版的第五章和第八章合并成第二版的第3章，把第一版的第二章和第六章合并成第4章，第一版的第七章变为第二版的第5章，第一版的第九章变为第二版的第6章，第一版中的第十章变为第二版的第7章；在第二版的第1章中增加了信号的相关概念，在第7章中增加了系统的可控性和可观性，增加了第8章MATLAB在信号与系统中的应用。

本书按64学时编写，前7章是必学内容，增加第8章的目的是介绍MATLAB软件在信号与系统中的应用，可作为实验内容，附有习题程序。对于48学时的“信号与系统”课，可以适当选学前7章内容。

本书由马金龙担任主编，他负责拟定大纲和统稿，编写第1章、第2章、第5章、第6章和全部的习题，编写了第3章、第4章、第7章和第8章的部分内容，并用CORELDRAW绘制了书上的所有图形。胡建萍编写第7章的部分内容，王宛苹编写第3章和第4章的部分内容，胡晓萍编写第8章的部分内容。

衷心感谢官伯然、刘敬彪、周巧娣、宋强、杜铁钧、钱志华、刘芳、吕幼华等老师，他们认真审查书稿并提出了宝贵意见。

由于作者水平有限，时间较紧，书中难免会有一些缺点和疏漏，恳请广大读者和各位专家予以指正。

马金龙

2010年1月于杭州电子科技大学

第一版前言

“信号与系统”课程是电子电气工程、通信工程、计算机工程、自动化工程等专业的一门主干专业基础课，也是相关专业研究生入学考试课程之一。这门课程的主要任务是研究确定信号通过线性时不变系统进行传输、处理的基本理论和分析方法。主要内容是研究信号的时域和频域特性，研究系统的五种分析方法，即时域分析法（包括卷积分析法）、傅里叶变换分析法、拉普拉斯变换分析法、z 变换分析法和状态变量分析法。其课程特点是原理多、性质多、公式多、理解难、解题要技巧。

杭州电子科技大学“信号与系统”是 2004 年浙江省级精品课程，编写高质量的易教易学的教材是我们的主要任务之一。本书以本科学生为授课对象，以培养应用型、适当兼顾研究型人才为目标，既便于教师授课，又便于学生自学。

全书共分十章：第一章信号与系统的基本概念，第二章连续时间信号的频域分析，第三章 LTI 系统方程的建立与系统模拟，第四章卷积的计算，第五章连续时间系统的时域分析，第六章连续时间系统的频域分析，第七章连续时间系统的复频域分析，第八章 离散时间系统的时域分析，第九章离散时间系统的 z 域分析，第十章状态变量分析法。内容符合教育部本科“信号与系统”课程要求。

本书系统全面地介绍了信号与系统的基本理论和分析方法。从信号到系统，从连续系统到离散系统，从输入输出方程到状态变量方程，以统一的观点阐明基本原理、概念和方法。其主要特点是：重在基本概念、基本原理和基本方法的讲解，从易到难，难易结合；编写上通俗易懂、易教易学、重在原理，压缩烦琐的理论推导；在保证教材结构体系完整的前提下，注重基本概念的讲解，其过程简明、清晰和准确；对于连续的和离散的，采用并行叙述的方法；例题占较大的篇幅，例题、习题紧扣基本原理和基本概念，避免偏和怪；书中叙述了很多既实用又易接受的求解方法和解题技巧。所以，本书也是很好的考研辅导书。

本书以“实用、适用”为基本原则。“实用”是对本课程涉及的基本原理、基本性质和方法阐述全面透彻，概念准确清晰。“适用”是适用于我们的授课对象——应用型适当兼顾研究型人才。

本书由杭州电子科技大学马金龙担任主编，负责拟定大纲和统稿，并编写第一至四章，第六、八、九章和全部的习题。胡建萍编写第十章，王宛苹编写第五、七章。

很荣幸也特别感谢毛培法教授和陈显萼教授担任本书的主审。毛培法教授是我国信号与系统领域的元老之一，曾翻译出版了郑钧著的《线性系统分析》（科学出版社）和帕普里斯著的《信号分析》（人民邮电出版社）等国外优秀教材，在信号与系统领域有很深的造诣。陈显萼教授从事了很多国家级攻关项目，发表了众多高水平的论文，是位德高望重的长辈。两位教授认真审阅了全文并提出了许多宝贵的修改意见。特别感谢教研室的张蜀章教授、周巧娣副教授和吕幼华副教授，他们仔细审核了书稿，提出了许多有价值的意

见。特别感谢胡晓萍老师为本书做了大量的工作。可以说，这是我们集体智慧的结晶，是我们二十年教学经验的概括和总结。

非常感谢浙江省教育厅的大力支持，非常感谢杭州电子科技大学和电子信息学院各级领导的大力支持和帮助，衷心感谢所有关心、支持和提供帮助的各位领导和同事。

由于作者水平有限，时间较紧，书中会有一些缺点和疏漏，恳请广大读者和专家予以指正。

马金龙

于杭州电子科技大学

2005年11月20日

目　　录

第1章 信号概述

几乎所有的信息类学科如电子电气工程、通信工程、计算机工程、自动化工程及其他的工程学科都需要用到信号(signal)与系统(system)的概念和原理,因此信号与系统是信息类学科的基础学科。本章信号概述及第2章系统概述是整个信号与系统的基础。

本章介绍信号的定义和分类、典型连续时间信号、典型离散时间信号、信号的基本运算、因果信号的算子表示、信号的卷积计算和信号的分解。

1.1 信号的定义和分类

人们在日常生活和工作中离不开各种信息,需要对各种信息进行获取、存储、传输和处理。现实世界中存在各种信号,很多信号对我们至关重要。如马路上的交通信号是行人安全的保障;有了手机信号我们可以进行无线通信;有了电视信号我们可以了解世界丰富生活;人体会发出各种不健康的信号,医生抢救病人时需要多种医疗仪器观察病人的生命体征及时作出反应;股市在每次暴涨暴跌前都会发出一定的信号;每次地球发生大的灾难如地震海啸前也会发出各种信号,等等。

由于信号与系统是电专业的基础学科,所以电信号是我们的描述对象。

1.1.1 信号的定义

人们常常把来自外界的各种报道统称为消息(message),把消息中有意义的内容称为信息(information)。为了有效地传播和利用信息,常常要把信息转换成便于传输和处理的信号,所以信号是信息的载体,通过信号传递信息。

人类对自然界的认识和改造过程都离不开对自然界中信息的获取。所谓信息,是指存在于客观世界的一种事物形象,是关于事物运动规律的知识。一般泛指消息、情报、指令、数据、信号等有关周围环境的知识。消息是指用来表达信息的某种客观对象。

信号的定义:信号是带有信息的某种物理量,是变量的函数或序列。变量可以是时间或空间距离等,变量的个数可以是一个或多个,本书研究的变量是时间且一个的信号。

信息的传送一般都不是直接的,而必须借助于一定形式的信号才能便于传输和进行各种处理。由于信号是带有信息的某种物理量,这些物理量的变化包含着信息。

信号有多种形式,如电信号、光信号、声音信号等。电信号是常用的信号,所谓电信号是随时间变化的某个电的物理量,常用的有电压信号和电流信号,此外也把电容的电荷及电感的磁链作为电信号。

研究信号是为了对信号进行处理和分析,所谓信号处理是对信号进行某种加工或变换,目的是提取有用的部分,去掉多余的内容,滤除各种干扰和噪声,或将信号进行转化,便于分析和识别。

信号的特性可以从时间特性和频率特性两方面进行描述。

信号可用函数解析式表示(有时域的、频域的及变换域的),也可用波形或频谱表示。

1.1.2 信号的分类

从不同的角度,大体可把信号分成以下几类:确定信号(determinate signal)和随机信号(random signal)、连续时间信号(continuous-time signal)和离散时间信号(discrete-time signal)、周期信号(periodic signal)和非周期信号(aperiodic signal)、能量信号(energy signal)和功率信号(power signal)、时限信号(time-finite signal)和无时限信号等。此外,还有偶信号(even signal)和奇信号(odd signal)、实信号(real signal)和复信号(complex signal)、普通信号(normal signal)和奇异信号(singular signal)等之分。

1. 确定信号和随机信号

确定信号是一个可以用明确数学关系式表达的信号,预先可以知道其变化规律,是时间的确定函数,如正弦信号 $2\sin(3t)$。本书研究的是确定信号。

随机信号与之相反,是在任意给定时刻其值不确定的信号,不能预知其变化规律,不是时间的确定函数,如通信中的各种干扰。但随机信号具有统计特性,可以通过统计方法来表征。

2. 连续时间信号和离散时间信号

按时间取值的连续性,信号有连续时间信号和离散时间信号之分。连续时间信号简称为连续信号,离散时间信号简称为离散信号。本书中用 $f(t)$ 表示连续信号,用 $x(n)$ 表示离散信号。

如果变量 t 是连续的,对应的信号就是连续信号。连续信号是指在讨论的时间内,除若干个间断外,对于任意时刻都可以确定其函数值,连续信号的幅度可以是连续的(称为模拟信号,analog signal),也可以是离散的(只取某些规定值),如图 1.1-1 所示。

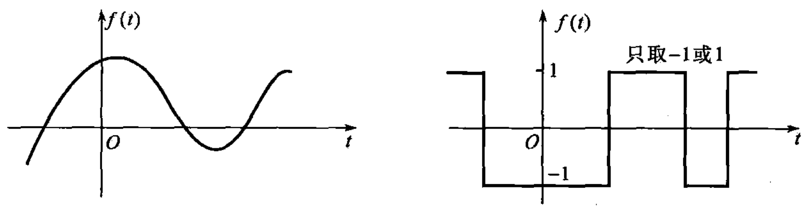
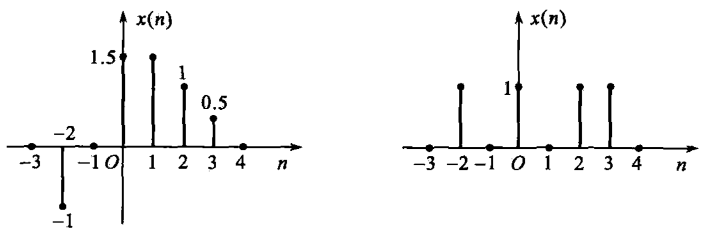


图 1.1-1 连续时间信号

离散信号在讨论的时间范围内,只有某些时刻才有数值,而其他时刻没有给定函数值。离散信号的间隔时间是相等的,用 T 表示。图 1.1-2 所示为离散信号,变量为 n(n 是整数)。



(a) 离散信号　　(b) 数字信号

图 1.1-2 离散时间信号

在离散信号中，如信号的幅值限定在某些数值，这种信号称为数字信号(digital signal)，典型的数值只取“0”和“1”二者之一，图 1.1-2(b)是数字信号。

3. 周期信号和非周期信号

既然信号可用函数表示，函数有周期函数和非周期函数之分，故信号分为周期信号和非周期信号。

一个连续时间信号 $f(t)$，如果存在非零的正数 T，对于任意整数 m 和所有 t，满足

$$f(t+mT)=f(t) \tag{1.1-1}$$

则称 $f(t)$是周期为 T 的周期信号。满足式(1.1-1)的最小正数称为 $f(t)$的基本周期 T_0。

对于离散信号 $x(n)$，如存在正整数 N，对任意整数 m 和任意 n，有

$$x(n+mN)=x(n) \tag{1.1-2}$$

则称 $x(n)$是周期为 N 的周期信号。其中 $x(n)$的基本周期 N_0 是满足式(1.1-2)的最小正整数。

从波形上看，周期信号函数有一个基本波形，而其余的是基本波形经平移 T_0(或 N_0)的整数倍后的重复复制。

例 1.1-1　确定下面的信号是否是周期信号？如果是，求基本周期。

(1) $f(t)=\sin\left(\frac{\pi}{3}t\right)+\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right)+2$；　(2) $f(t)=\sin t+\cos(\pi t)$；

(3) $x(n)=\begin{cases}1, & n=\text{偶数}\\ -1, & n=\text{奇数}\end{cases}$。

解　(1)　$f(t)=\sin\left(\frac{\pi}{3}t\right)+\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right)+2=f_1(t)+f_2(t)+f_3(t)$

其中：

$f_1(t)=\sin\left(\frac{\pi}{3}t\right)$是周期信号，基本周期 $T_1=\frac{2\pi}{\omega_1}=6$；

$f_2(t)=\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right)$也是周期信号，基本周期 $T_2=\frac{2\pi}{\omega_2}=8$；

$f_3(t)=2$ 是直流信号，可以看成是任何周期的周期信号。

因为 $\frac{T_1}{T_2}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$是有理数，则 $f(t)$是周期信号。基本周期 $T_0=4T_1=3T_2=24$。

(2)　$f(t)=\sin t+\cos(\pi t)=f_1(t)+f_2(t)$

其中：

$f_1(t)=\sin t$ 是周期信号，基本周期 $T_1=2\pi$；

$f_2(t)=\cos(\pi t)$也是周期信号，基本周期 $T_2=2$。

因为$\frac{T_1}{T_2}=\pi$ 是无理数，所以 $f(t)$是非周期信号。可见两个周期信号相加不一定是周期信号。

(3) $x(n)$的波形如图 1.1-3 所示，显然 $x(n)$是周期信号。基本周期 $N_0=2$

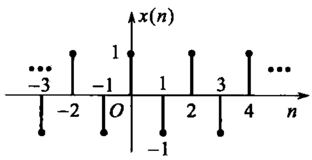


图 1.1-3　$x(n)$的波形

4. 能量信号和功率信号

从信号的能量和功率角度，信号分为能量信号和功率信号，还有一些信号既不是能量信号也不是功率信号。

连续信号 $f(t)$ 的能量 E 和平均功率 P 定义为

$$E=\int_{-\infty}^{\infty}|f(t)|^2\mathrm{d}t \tag{1.1-3}$$

$$P=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}|f(t)|^2\mathrm{d}t \tag{1.1-4}$$

如 $f(t)$ 为非周期信号，取 $T\to\infty$ 的极限。

离散信号 $x(n)$ 的能量 E 和平均功率 P 定义为

$$E=\sum_{n=-\infty}^{\infty}|x(n)|^2 \tag{1.1-5}$$

$$P=\frac{1}{2N+1}\sum_{n=-N}^{N}|x(n)|^2 \tag{1.1-6}$$

如 $x(n)$ 为非周期信号，取 $N\to\infty$ 的极限。

式中的 $|f(t)|$ 和 $|x(n)|$ 是 $f(t)$ 和 $x(n)$ 的模。式(1.1-4)和式(1.1-6)表明，信号的平均功率是信号能量的平均值。

如果：

(1) 信号的能量 E 有界而平均功率 $P=0$（即 $0<E<\infty, P=0$），该信号是能量有限信号，简称为能量信号。

(2) 信号的平均功率 P 有界而能量 $E\to\infty$（即 $0<P<\infty, E\to\infty$），该信号是功率有限信号，简称为功率信号。

(3) 信号的能量 $E\to\infty$，平均功率 $P\to\infty$，该信号既不是能量信号也不是功率信号，简称为非功非能信号。

由于周期信号的能量 $E\to\infty$ 而平均功率 P 有界，所以一般的周期信号是功率信号。

例 1.1-2 判断下列信号是能量信号、功率信号还是非功非能信号。

(1) $f(t)=\begin{cases}\mathrm{e}^{-2t}, & t\geqslant 0\\ 0, & t<0\end{cases}$； (2) $x(n)=\begin{cases}2, & n\geqslant 0\\ 0, & n<0\end{cases}$； (3) $f(t)=\begin{cases}t, & t\geqslant 0\\ 0, & t<0\end{cases}$。

解 (1) $$E=\int_{-\infty}^{\infty}|f(t)|^2\mathrm{d}t=\int_0^{\infty}\mathrm{e}^{-4t}\mathrm{d}t=\frac{1}{4}\quad（有界）$$

因此，该信号是能量信号。

(2) $$P=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{n=-N}^{N}|x(n)|^2=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{n=0}^{N}2^2=\lim_{N\to\infty}\frac{4(N+1)}{2N+1}=2\quad（有界）$$

因此，该信号是功率信号。

(3) $$E=\int_{-\infty}^{\infty}|f(t)|^2\mathrm{d}t=\int_0^{\infty}t^2\mathrm{d}t=\infty$$

$$P=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{\frac{-T}{2}}^{\frac{T}{2}}|f(t)|^2\mathrm{d}t=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^{\frac{T}{2}}t^2\mathrm{d}t=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{3T}\left(\frac{T}{2}\right)^3=\infty$$

因此，该信号是非功非能信号。

5. 时限信号和无时限信号

时限信号在时间段（$t_1<t<t_2, n_1\leqslant n\leqslant n_2$）以外的值为零；否则称为无时限信号，如 $\sin t$。

若信号在 $t>t_0$（或 $n\geqslant n_0$）不等于零，在 $t<t_0$（或 $n<n_0$）为零，称为有始信号（又称右边信号）。如果 $t_0=0$（或 $n_0=0$），则称为因果信号，因果信号常以 $f(t)=g(t)u(t)$ 或 $x(n)=$

$v(n)u(n)$形式出现，其中 $u(t)$和 $u(n)$是单位阶跃信号。

若信号在 $t<t_0$(或 $n<n_0$)不等于零，在 $t>t_0$(或 $n\geqslant n_0$)为零称为有终信号(又称左边信号)。如果 $t_0=0$(或 $n_0=0$)，则称为反因果信号，反因果信号以 $f(t)=g(t)u(-t)$或 $x(n)=v(n)u(-n-1)$形式出现。

例 1.1-1 中的信号都是无时限信号，例 1.1-2 中的信号都是因果信号。

如果表示信号的函数是奇函数，则该信号是奇信号；如果表示信号的函数是偶函数，则该信号是偶信号；如果表示信号的函数有不连续点(间断点)或其导数函数或其积分函数有不连续点，则该信号是奇异连续信号。

1.2 典型连续时间信号

本节中介绍几种典型的连续时间信号，这些信号在信号与系统中经常用到。

1. **直流信号**(DC signal)

直流信号的函数公式为

$$f(t)=E \tag{1.2-1}$$

式中的 E 是实数。

2. **指数信号**(exponential signal)

指数信号分实指数信号(real exponential signal)和复指数信号(complex exponential signal)两种。

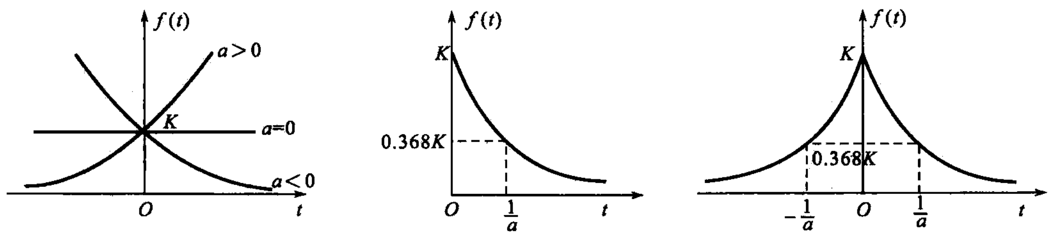
1) 实指数信号

实指数信号简称为指数信号，函数公式为

$$f(t)=Ke^{at} \tag{1.2-2}$$

式中 K 和 a 都是实数。

实指数信号中的两个重要参数，a 决定函数值随 t 变化的速率，K 决定函数在 $t=0$ 时的值，波形如图 1.2-1(a)所示。



(a) $f(t)=Ke^{at}$波形　(b) 单边指数信号的波形　(c) 双边指数信号的波形

图 1.2-1 实指数信号

常用的是 $a<0$ 的衰减指数信号，如一阶 RC 放电电路中，电容的端电压 $u_C(t)=U_0e^{-\frac{t}{RC}}$ $(t>0)$。在电路分析中定义 $\tau=RC$ 为一阶 RC 电路的时间常数，在此也定义 $\tau=\frac{1}{|a|}$为实指数信号的时间常数。

在衰减的实指数信号中，常用的有单边和双边指数信号，分别定义为

$$f(t)=\begin{cases}Ke^{-at}, & t\geqslant 0\\ 0, & t<0\end{cases} \tag{1.2-3}$$

$$f(t)=Ke^{-a|t|} \tag{1.2-4}$$

式中 $a>0$。波形如图 1.2-1(b)和(c)所示。

2) 复指数信号

复指数信号表示为 $f(t)=Ke^{st}$，式中的 K 或 s 是复数。如 $f(t)=2e^{(-1+j2)t}$，其中 $s=-1+j2$为复数。可将复数指数信号表示为

$$f(t)=2e^{(-1+j2)t}=2e^{-t}e^{j2t}=2e^{-t}\cos(2t)+j2e^{-t}\sin(2t)$$

即表示为模和相角或实部和虚部形式。

3. 正弦信号(sinusoidal signal)

正弦信号的函数公式为

$$\left.\begin{aligned}f(t)&=K\sin(\omega t+\theta)\\ f(t)&=K\cos(\omega t+\varphi)\end{aligned}\right\} \tag{1.2-5}$$

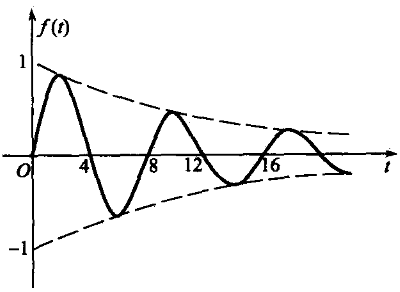


图 1.2-2 衰减正弦信号

一般 K 是实常数(称为幅度)，此时正弦信号是周期信号，基本周期 $T_0=\frac{2\pi}{\omega}$。

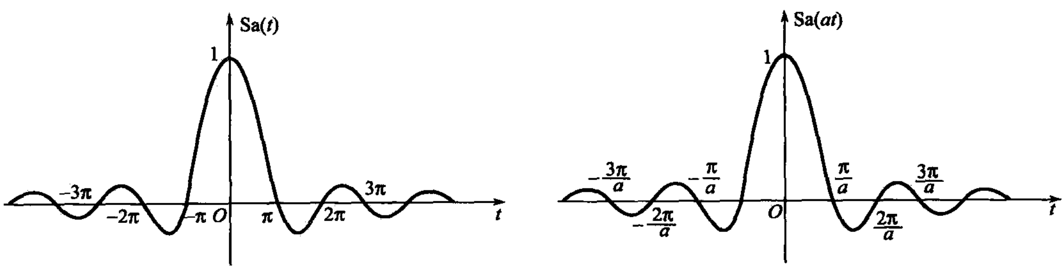
我们经常使用衰减的正弦信号，即其幅度随时间而衰减，如 $f(t)=e^{-0.1t}\sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)$，衰减的正弦信号是非周期信号。图 1.2-2 所示为 $f(t)=e^{-0.1t}\sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)(t\geqslant 0)$的波形。

4. 抽样信号 (sampling function)

抽样信号 Sa(t)定义为

$$\mathrm{Sa}(t)=\frac{\sin t}{t} \tag{1.2-6}$$

波形如图 1.2-3(a)所示。



(a) Sa(t)信号波形

(b) Sa(at)信号波形

图 1.2-3 抽样信号

抽样信号是一个偶函数，即 $\mathrm{Sa}(-t)=\mathrm{Sa}(t)$，以及在 $t=n\pi(n=\pm1,\pm2,\cdots)$过零点，且 $\int_0^{\infty}\mathrm{Sa}(t)\mathrm{d}t=\frac{\pi}{2}$ 或 $\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{Sa}(t)\mathrm{d}t=\pi$。

常用的是 Sa(at)信号，波形如图 1.2-3(b)所示。典型的是辛格信号 sinc(t)，有

$$\mathrm{sinc}(t)=\mathrm{Sa}(\pi t),\quad \mathrm{Sa}(t)=\mathrm{sinc}\left(\frac{t}{\pi}\right)$$

5. *单位阶跃信号*(unit step signal)

单位阶跃信号 $u(t)$定义为

$$u(t)=\begin{cases}1, & t>0\\ 0, & t<0\end{cases}\tag{1.2-7}$$

波形如图 1.2-4 所示，单位阶跃信号 $u(t)$在 $t=0$ 时函数值从 0 跳变到 1。

无时限信号 $f(t)$与单位阶跃信号 $u(t)$相乘，即 $f(t)u(t)$，变成一个因果信号。

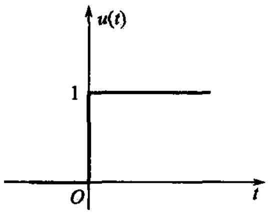


图 1.2-4　单位阶跃信号

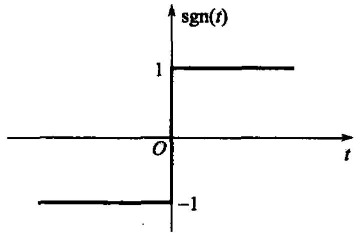


图 1.2-5　符号函数信号

6. *符号函数信号*(sign function)

定义符号函数信号 sgn(t)为

$$\mathrm{sgn}(t)=\begin{cases}1, & t>0\\ -1, & t<0\end{cases}\tag{1.2-8}$$

波形如图 1.2-5 所示。显然有

$$\mathrm{sgn}(t)=2u(t)-1\tag{1.2-9}$$

7. *单位斜坡信号*(unit ramp signal)

图 1.2-6 所示为单位斜坡信号 $R(t)$的波形，函数表示为

$$R(t)=tu(t)\tag{1.2-10}$$

单位斜坡信号与单位阶跃信号有如下关系

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}R(t)=u(t)\\ &\int_{-\infty}^{t}u(\tau)\mathrm{d}\tau=R(t)\end{aligned}\right\}\tag{1.2-11}$$

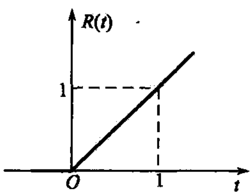


图 1.2-6　单位斜坡信号

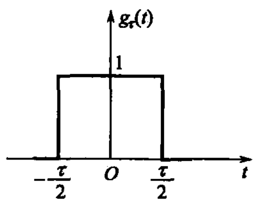


图 1.2-7　门函数信号

8. 门函数信号(unit gate function)

门函数信号 $g_\tau(t)$ 是个两边对称的单脉冲,高度为 1,宽度为 τ,如图 1.2-7 所示,公式表示为

$$g_\tau(t)=\begin{cases}1, & -\frac{\tau}{2}<t<\frac{\tau}{2}\\0, & \text{其余}\end{cases}$$
$$=u\left(t+\frac{\tau}{2}\right)-u\left(t-\frac{\tau}{2}\right) \tag{1.2-12}$$

9. 三角脉冲信号(triangular pulse signal)

图 1.2-8 所示为三角脉冲信号 $\Delta_{2\tau}(t)$ 波形,函数公式表示为

$$\Delta_{2\tau}(t)=\begin{cases}1+\frac{t}{\tau}, & -\tau\leqslant t\leqslant 0\\1-\frac{t}{\tau}, & 0\leqslant t\leqslant\tau\end{cases}$$
$$=\left(1-\frac{|t|}{\tau}\right)[u(t+\tau)-u(t-\tau)] \tag{1.2-13}$$

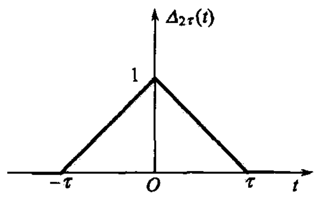


图 1.2-8 三角脉冲信号

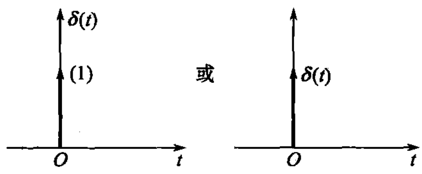


图 1.2-9 单位冲激信号

10. 单位冲激信号(unit impulse signal)

单位冲激信号 $\delta(t)$ 定义为

$$\begin{cases}\delta(t)=\begin{cases}\infty, & t=0\\0, & t\neq 0\end{cases}\\ \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1\end{cases} \tag{1.2-14}$$

单位冲激信号 $\delta(t)$ 的图形如图 1.2-9 所示。

$\delta(t)$ 有如下性质:

(1) 抽样性。如函数 $f(t)$ 在 $t=0$ 及 $t=t_0$ 处连续,则

$$\left.\begin{aligned}f(t)\delta(t)&=f(0)\delta(t)\\f(t)\delta(t-t_0)&=f(t_0)\delta(t-t_0)\end{aligned}\right\} \tag{1.2-15}$$

$$\left.\begin{aligned}\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t)\mathrm{d}t&=f(0)\\\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t-t_0)\mathrm{d}t&=f(t_0)\end{aligned}\right\} \tag{1.2-16}$$