



高等数学(二)

全国高等教育自学考试同步训练·同步过关

主编 / 全国高等教育自学考试命题研究组
主审 / 中央财经大学 吴秉坚副教授



全国高等教育自学考试指定教材辅导用书
经济管理类公共课



(最新版)

全国高等教育自学考试指定教材辅导用书
全国高等教育自学考试同步训练·同步过关

高等数学 (一)

组 编 全国高等教育自学考试命题研究组

主 审 中央财经大学 吴秉坚副教授

图书在版编目 (CIP) 数据

全国高等教育自学考试同步训练·同步过关：公共课类/
北大燕园书店编. —北京：学苑出版社，2002.10
ISBN 7-5077-1849-2

I. 全… II. 北… III. 高等教育—自学考试—自学参
考资料 IV. G642.479

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 025294 号

本书封面贴有防伪标签，如无标签者不得销售

全国高等教育自学考试同步训练·同步过关 高等数学 (一)

主 审 中央财经大学 吴秉坚副教授

*

学苑出版社出版发行

北京市万寿路西街 11 号 100036

北京市朝阳区印刷厂排版印刷 新华书店经销

880×1230 毫米 1/32 开本 180 印张 4320 千字

2004 年 4 月北京第 4 版 2004 年 4 月北京第 1 次印刷

印数：0001—5000 册 定价：150.00 元

(图书出现印装问题，印厂负责调换)

前言

本书是与全国高等教育自学考试《高等数学(一)微积分》自学考试大纲、教材相配套的辅导用书。

编写依据:

1. 全国高等教育自学考试指导委员会颁布的《高等数学(一)微积分自学考试大纲》;
2. 全国高等教育自学考试指导委员会组编的教材《高等数学(一)微积分》(武汉大学出版社,高汝熹主编)。

本书的特点:

1. 以考试大纲规定的考核知识点及能力层次为线索,按最新体例分章节进行编写。每章均列有考点透视,并将每一章可能出现的所有考核知识按考试题型编写同步跟踪强化训练题,以便考生扎实、准确掌握本章内容。
2. 对每一章的重点、难点部分进行解答并举例点评,又将本章最新出现过的题型进行题解,这对于考生全面把握教材内容,掌握重点、难点,正确解答各种题型,富有切实的指导意义。
3. 附录部分包括两套模拟试题、一套最新全真试题及参考答案,以便考生及时了解最新考试动态及方向。

编者

于中央财经大学

目录

◎第一章 函数及其图形	(1)
考点透视	(1)
同步跟踪强化训练	(1)
参考答案	(10)
重点难点举例点评	(13)
历年考题分析	(24)
◎第二章 极限与连续	(27)
考点透视	(27)
同步跟踪强化训练	(27)
参考答案	(39)
重点难点举例点评	(45)
历年考题分析	(58)
◎第三章 导数与微分	(62)
考点透视	(62)
同步跟踪强化训练	(62)
参考答案	(73)
重点难点举例点评	(82)
历年考题分析	(94)
◎第四章 中值定理与导数的应用	(102)
考点透视	(102)
同步跟踪强化训练	(102)
参考答案	(112)
重点难点举例点评	(120)
历年考题分析	(135)
◎第五章 积分	(141)

考点透视	(141)
同步跟踪强化训练	(141)
参考答案	(152)
重点难点举例点评	(159)
历年考题分析	(175)
◎第六章 无穷级数	(182)
考点透视	(182)
同步跟踪强化训练	(182)
参考答案	(192)
重点难点举例点评	(197)
历年考题分析	(206)
◎第七章 多元函数微积分	(212)
考点透视	(212)
同步跟踪强化训练	(212)
参考答案	(223)
重点难点举例点评	(233)
历年考题分析	(243)
◎第八章 微分方程初步	(248)
考点透视	(248)
同步跟踪强化训练	(248)
参考答案	(255)
重点难点举例点评	(261)
历年考题分析	(268)

附录:

◎模拟试题 (一)	(271)
模拟试题 (一) 参考答案	(275)
◎模拟试题 (二)	(279)
模拟试题 (二) 参考答案	(283)
◎2004 年 (上) 高等数学 (一) 试卷	(287)
2004 年 (上) 高等数学 (一) 试卷答案	(293)

第一章 函数及其图形

考点透视

本章主要考核集合和映射,函数的概念,函数的单调,有界,奇偶和周期等几何特性;并要求了解需求函数,供给函数,总收益函数和戈珀兹曲线等常用的经济函数,养成图文并重的思维习惯.

同步跟踪强化训练

一、单项选择题

1. 设集合 $A = \{x | (3^x - 1)(x - 1) = 0\}$, 则下列集合与 A 相同的是 (C)

A. $\{x x^2 - 1 = 0\}$	B. $\{x x(x^2 - 1) = 0\}$
C. $\{x x(x - 1) = 0\}$	D. $\{x (x - 1)\sin x = 0\}$
2. 设集合 $A = \{x | |x| > |x - 2|\}$, $B = \{x | x^2 - 1 > 0\}$, 则下述关系成立的是 ()

A. $A \supset B$	B. $B \supset A$
C. $A = B$	D. $A \cap B = \emptyset$
3. x 满足不等式 $1 - \epsilon < x < 1 + \epsilon$, 与该不等式相应的是 ()

A. $ x - 1 > \epsilon$	B. $ x - 1 < \epsilon$
-------------------------	-------------------------

- C. $|x-1| \leq \epsilon$ D. $0 < |x-1| < \epsilon$
4. 设集合 $A = \{x | (x+2)(x-3) > 0\}$, $B = \{x | x-2 < 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()
- A. $\{x | x < -2\}$ B. $\{x | x < 2\}$
 C. $\{x | x > -2\}$ D. $\{x | x > 3\}$
5. 满足不等式 $|x| + 1 > |x-3|$ 的 x 的集合是区间 ()
- A. $\{x | -1 < x < 1\}$ B. $\{x | 1 < x < +\infty\}$
 C. $\{x | -\infty < x < 1\}$ D. $\{x | 2 < x < +\infty\}$
6. 函数 $y = \arcsin \ln x + \sqrt{1-x}$ 的定义域是 ()
- A. $[e^{-1}, e]$ B. $[1, e]$
 C. $[e^{-1}, 1] \cup [1, e]$ D. $[e^{-1}, 1]$
7. 设函数 $f(x+a)$ 的定义域为 $[0, a]$, 则 $f(x)$ 的定义域为 ()
- A. $[a, 2a]$ B. $[-a, 0]$
 C. $[-2a, -a]$ D. $[0, a]$
8. 设 $f(x) = \arcsin x$, $g(x) = 2x$, 则 $f[g(x)]$ 的定义域是 ()
- A. $[-2, 2]$ B. $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$
 C. $(-2, 2)$ D. $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$
9. 将函数 $f(x) = 1 + |x-1|$ 表示为分段函数时, $f(x) =$ ()
- A. $\begin{cases} 2-x & x \geq 0 \\ x & x < 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x & x \geq 0 \\ 2-x & x < 0 \end{cases}$
 C. $\begin{cases} x & x \geq 1 \\ 2-x & x < 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 2-x & x \geq 1 \\ x & x < 1 \end{cases}$
10. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x, & 2 \leq x \leq 4 \\ 2, & 0 \leq x < 2 \end{cases}$, 则 $F(x) = f(2x) + f(x+2)$ 的定义域为 ()

- A. $[0, 2]$ B. $[-2, 0]$
C. $[-2, 2]$ D. $[1, 3]$
11. 函数 $f(x) = \sqrt{25-x^2} + \ln \cos x$ 的有意义的区域为 ()
A. $[-5, 5]$ B. $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$
C. $(-5, 5) \cap (0, \pi)$ D. $(-5, -\pi) \cup (0, \pi)$
12. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 3, & 0 \leq x \leq 1 \\ 5, & 1 \leq x < 3 \end{cases}$, 则函数 $g(x) = f(2x) + f(x-2)$
()
A. 在 $(-\infty, +\infty)$ 上有意义 B. 在 $[0, 3]$ 上无意义
C. 在 $[0, 6]$ 上有意义 D. 在 $[0, 3]$ 上有意义
13. 设函数 $f(x) = \frac{x}{x+1}$, 则当 $x \neq -1$ 时, $f(f(x)) =$ ()
A. $\frac{x}{x+1}$ B. $\frac{1}{x+1}$
C. $\frac{x}{2x+1}$ D. $\frac{2x+1}{x}$
14. 设 $f(\frac{x}{y}) = f(x) - f(y)$, 则 $f(x) =$ ()
A. x^2 B. $\cos x$
C. e^x D. $\ln x$
15. 设 $f(x-1) = x^3$, 则 $f(x) =$ ()
A. $(x+1)^3$ B. $(x-1)^3$
C. $x^3 - 1$ D. $x^3 + 1$
16. $y = \cos \frac{1}{x}$ 是 ()
A. 奇函数 B. 单调增加函数
C. 周期函数 D. 有界函数

17. $y=(1+x^2)\sin x$ 的图形关于 ()
- A. y 轴对称 B. $y=x$ 直线对称
C. 原点对称 D. x 轴对称
18. 下列函数中, 奇函数为 ()
- A. $1+x^3$ B. $-x$
C. $|x+2|$ D. x^2+x^3
19. 下列函数中, 偶函数为 ()
- A. $\ln \frac{1-x}{1+x}$ B. $\frac{\tan x}{x}$
C. $x+x^2$ D. $x+1$
20. 下列各对函数中, 表示同一函数的是 ()
- A. $f(x)=\ln x^4, g(x)=4\ln x$
B. $f(x)=\frac{x^2-1}{x+1}, g(x)=x-1$
C. $f(x)=x, g(x)=\sqrt{x^2}$
D. $f(x)=\sqrt{(x-2)^2}, g(x)=|x-2|$
21. 若 $f(x)=\frac{x-1}{x+1}$, 则 $f^{-1}(x)=$ ()
- A. $\frac{1+x}{1-x}$ B. $\frac{x-1}{x+1}$
C. $\frac{1-x}{1+x}$ D. $\frac{x+1}{x-1}$
22. 设 $f(x)=\ln x$, 函数 $g(x)$ 的反函数为 $g^{-1}(x)=\frac{2(x+1)}{x-1}$, 则 $f(g(x))=$ ()
- A. $\ln \frac{2-x}{x+2}$ B. $\ln \frac{x-2}{x+2}$
C. $\ln \frac{x+2}{x-2}$ D. $\ln \frac{x+2}{2-x}$

23. 函数 $y = \ln(x + \sqrt{1+x^2}) + e^x \cdot \sin x$, 是 ()
- A. 基本初等函数 B. 初等函数
C. 分段函数 D. 复合函数
24. $f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 0 \\ x^2 + 1, & x > 0 \end{cases}$ 是 ()
- A. 一个函数 B. 复合函数
C. 二个函数 D. 初等函数
25. 已知 $y = u^2, u = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$, 则将 y 表示成 x 的函数的是 ()
- A. $\log_a x^2$ B. $\log_a^2 x$
C. $2 \log_a x$ D. $\log_a 2x$
26. 下列结论正确的是 ()
- A. 函数 $y = 2^x$ 与 $y = -2^x$ 关于原点对称
B. 函数 $y = 2^x$ 与 $y = 2^{-x}$ 关于 x 轴对称
C. 函数 $y = 2^x$ 与 $y = -2^x$ 关于 y 轴对称
D. 函数 $y = 2^x$ 与 $y = \log_2 x$ 关于直线 $y = x$ 对称
27. 设集合 $A = \{x | -3 < x < 3\}, B = \{x | -5 < x < 2\}$, 则 $A \cup B =$ ()
- A. $\{x | -3 < x < 2\}$ B. $\{x | x < 2\}$
C. $\{x | -5 < x < 3\}$ D. $\{x | -5 < x\}$
28. 下列集合中为空集的是 ()
- A. $\{x | -1 < x, -2 < x < 0\}$ B. $\{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$
C. $\{x | x^2 + 1 = 1\}$ D. $\{x | x^4 + 1 = 0\}$
29. 函数 $y = \sqrt{2+x-x^2}$ 的定义域是 ()
- A. $[-1, 2]$ B. $[-2, 1]$
C. $(-\infty, +\infty)$ D. $(-\infty, 0)$

30. 设 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 1]$, 则 $f(x + \frac{1}{4}) + f(x - \frac{1}{4})$ 定义域为 ()
- A. $[-\frac{1}{4}, \frac{5}{4}]$ B. $(-\frac{1}{4}, \frac{5}{4})$
 C. $[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}]$ D. $(\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$
31. 设集合 $E = \{x | -1 \leq x < 2\}$, $F = \{x | 0 < x < 4\}$, 则 $E \cap F =$ ()
- A. $[-1, 0)$ B. $(0, 2)$
 C. $[-1, 4]$ D. $(2, 4)$
32. 不等式 $|5 - x^{-1}| < 1$ 的解集是 ()
- A. $[4, 6]$ B. $(\frac{1}{6}, \frac{1}{4})$
 C. $[\frac{1}{6}, \frac{1}{4}]$ D. $(-2, 4)$
33. 不等式 $|x| > |x - 2|$ 的解集是 ()
- A. $(-1, 1)$ B. $(1, +\infty)$
 C. $(-\infty, 1)$ D. $(-\infty, +\infty)$
34. 函数 $y = \frac{1}{\ln|x-5|}$ 的定义域为 ()
- A. $(-\infty, 5) \cup (5, +\infty)$
 B. $(-\infty, 6) \cup (6, +\infty)$
 C. $(-\infty, 5) \cup (5, 6) \cup (6, +\infty)$
 D. $(-\infty, 4) \cup (4, 5) \cup (6, +\infty)$
35. 下列表示同一个函数的是 ()
- A. $\lg(x+2)^2$ 和 $2\lg(x+2)$
 B. $\frac{(x-1)(x+3)}{x-1}$ 和 $x+3$

- C. $\sqrt{(x+1)(x-1)}$ 和 $\sqrt{x+1}\sqrt{x-1}$
- D. $\sqrt{(x+3)^2}$ 和 $|x+3|$
36. 下列各组函数中,表示同一函数的是 ()
- A. $f(x)=\ln x^2, g(x)=2 \cdot \ln x$
- B. $f(x)=1, g(x)=\sin^2 x+\cos^2 x$
- C. $f(x)=\frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-1}}, g(x)=\sqrt{\frac{x-2}{x-1}}$
- D. $f(x)=x+1, g(x)=\frac{x^2-1}{x-1}$
37. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} -x, & -1 \leq x \leq 1 \\ x^2, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$, 则函数 $g(x)=f(3x)+f(x-3)$ ()
- A. 在 $[-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$ 上有意义 B. 在 $[2, 5]$ 上有意义
- C. $[-\frac{1}{3}, 5]$ 上有意义 D. 无意义
38. 设 $f(x-1)=(x-1)(x+1)$, 则 $f(x)=$ ()
- A. x^2+2x B. x^2+x
- C. x^2+2 D. $(x+1)(x+2)$
39. 设 $f(x)=\begin{cases} -x, & x < 0 \\ x, & x > 0 \end{cases}$ 则 $f(0)=$ ()
- A. 0 B. -1
- C. 1 D. 不存在
40. 若函数 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上有意义, 则函数 $g(x)=f(x-2)+f(2x)$ ()
- A. 无意义 B. 在 $[0, 2]$ 上有意义
- C. 在 $[0, 4]$ 上有意义 D. 在 $[2, 4]$ 上有意义

41. 下列函数中,是奇函数为 ()
- A. $\sin x + \cos x$ B. $\frac{\cos x}{\sqrt[3]{x}}$
- C. $x + x^2$ D. $(e^x - e^{-x}) \cdot \sin x$
42. $y = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$ 是 ()
- A. 奇函数 B. 偶函数
- C. 既奇又偶函数 D. 非奇非偶函数
43. 下列函数中是周期函数的是 ()
- A. $\arccos x$ B. $x \cdot \sin x$
- C. $\cos 2x$ D. $\cos x^2$
44. $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上为周期函数. ()
- A. $\sin x^2$ B. $\sin 2x$
- C. $x \cos x$ D. $\arcsin x$
45. 设 $f(x) = \cos(\sin x)$, $g(x) = \sin(\sin x)$, 则 ()
- A. $f(x)$ 是奇函数, $g(x)$ 是偶函数
- B. 两个都是偶函数
- C. $f(x)$ 是偶函数, $g(x)$ 是奇函数
- D. 两个都是奇函数
46. 设 $f(x) = \sin x^2$, $g(x) = x^2 + 1$, 则 $f[g(x)] =$ ()
- A. $\sin(x^2 + 1)^2$ B. $\sin^2(x^2 + 1)$
- C. $\sin(x^2 + 1)$ D. $\sin^2 + x + 1$
47. 设 $f(x) = \ln x + 1$, $g(x) = \sqrt{x} + 1$, 则 $f[g(x)] =$ ()
- A. $\ln(\sqrt{x} + 1)$ B. $\ln \sqrt{x} + 2$
- C. $\ln(\sqrt{x} + 1) + 1$ D. $\sqrt{\ln(x+1)} + 1$
48. 下列各对函数中,不能复合成一个函数的是 ()
- A. $f(u) = \sqrt{u}, u = 1 + x^2$ B. $f(u) = e^u, u = \sin x$

- C. $f(u) = \arcsin u, u = x^2$ D. $f(u) = \arcsin u, u = e + x^2$
49. 已知 $f(x) = e^x$, 且函数 $g(x)$ 的反函数 $g^{-1}(x) = e^x - 1$, 则 $f(g(x)) =$ ()
- A. x B. $x+1$
 C. $\ln(e^x + 1)$ D. $e^2 + 1$
50. 设 $f(x-1) = x(x-1)$, 则 $f(x) =$ ()
- A. $(x+1)(x+2)$ B. $x(x+1)$
 C. $x(x-1)$ D. $(x-1)(x-2)$

三. 计算题 (一)

51. 设 $f\left(\frac{1}{x}-1\right) = \frac{x}{2x-1}$, 求 $f(x), f(x+1)$. $\frac{1}{1-x}, -\frac{1}{x}$
52. 求函数 $y = \frac{2^x}{2^x+1}$ 的反函数. $y = \ln \frac{x}{1-x} \cdot \frac{1}{\ln 2}$

三. 计算题 (二)

53. 确定函数 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2}, & |x| \leq 1, \\ x^2-1, & 1 < |x| < 3, \end{cases}$ 的定义域并求 $f(1), f(2)$.
 $0 \leq x \leq 1, 1 < x < 3$

四. 应用题

54. 设生产与销售某产品的总收入 R 是产量 x 的二次函数, 经统计知, 当产量 $x=0, 2, 4$ 时, 总收入 $R=0, 6, 8$, 试确定总收入 R 与产量 x 的函数关系. $R(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x$
55. 商场的皮鞋柜台销售某种品牌的女鞋, 从厂方每次进货需付订货费 400 元, 每双鞋的进价为 94 元, 而每双鞋的商场期间的各种花费总数 (统称之贮存费) 为每月 18 元/双, 假定这种女鞋在商场的销售速度均匀, 为 144 双/月, 用 x (双) 表示每次进货数目, 用 y (元) 表示皮鞋柜台承包商每月付出的成本, 试求成本 y (元) 与每次进货数目 x (双) 之间的函数关系.

56. 某商品的需求函数为

$$Q = 360 - 20P$$

企业生产该商品的成本函数为

$$TC = 6Q + 0.05Q^2$$

试求：

- (1) 该商品的总收益函数，平均收益函数；
- (2) 该商品的平均成本函数；
- (3) 该商品的总利润函数；
- (4) 当产品为 60 时的利润。

证明题

57. 设 $f(x) = \lg(x + \sqrt{1+x^2})$ ，证明 $f(x)$ 是奇函数。

参考答案

单项选择题

1. C 2. B 3. B 4. A 5. B 6. D 7. A 8. B 9. C 10. A 11. B
 12. B 13. C 14. D 15. A 16. D 17. C 18. B 19. B 20. D
 21. A 22. C 23. D 24. A 25. B 26. D 27. C 28. D 29. A
 30. C 31. B 32. B 33. B 34. D 35. D 36. B 37. D 38. A
 39. D 40. A 41. B 42. A 43. C 44. B 45. C 46. A 47. C
 48. D 49. B 50. B

计算题 (一)

51. 解：
$$f\left(\frac{1}{x}-1\right) = \frac{x}{2x-1} = \frac{1}{2-\frac{1}{x}} = \frac{1}{1+1-\frac{1}{x}} = \frac{1}{1-\left(\frac{1}{x}-1\right)}$$

令 $\frac{1}{x}-1=t$, 则 $f(t)=\frac{1}{1-t}$, 所以

$$f(x)=\frac{1}{1-x}, f(x+1)=\frac{1}{1-(x+1)}=-\frac{1}{x}$$

52. 解: 因为 $(2^x+1)y=2^x$, 所以 $2^x(1-y)=y$, 于是

$$2^x=\frac{y}{1-y}, \text{ 即 } x=\log_2 \frac{y}{1-y}$$

所以反函数为

$$y=\log_2 \frac{x}{1-x}$$

53. 解: 定义域为 $(-3, 3)$.

$$f(1)=\sqrt{1-x^2} \Big|_{x=1} = \sqrt{1-1^2}=0$$

$$f(2)=(x^2-1) \Big|_{x=2} = 2^2-1=3$$

54. 解: 设 $R(x)=ax^2+bx+C$, $R(0)=0=0+0+C$, $C=0$

$$R(2)=4a+2b=6$$

$$R(4)=16a+4b=8$$

$$\text{联立} \begin{cases} 2a+b=3 \\ 2a+b=2 \end{cases}, \text{ 得} \begin{cases} a=-\frac{1}{2} \\ b=4 \end{cases}$$

$$\text{所以 } R(x)=-\frac{1}{2}x^2+4x$$

55. 解: 设每次进货为 x (双), 那么由于销售速度均为, 每月销售

144 双, 所以每月进货次数等于 $\frac{144}{x}$ (次), 进货周期应为 $\frac{x}{144}$