



2012

百题大过关

吃透百题闯三关 * 事半功倍定过关

中考数学



第二关

核心题

曾大洋 黄世民◎主编



华东师范大学出版社

2012 百题大过关

中考数学

第二关 核心题

主 编：曾大洋 黄世民

编写者：

曾大洋 黄世民 杨进南 林顺民



NLIC 2970701367

 华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

中考数学百题大过关. 第二关. 核心题/曾大洋, 黄世民
主编. —上海: 华东师范大学出版社, 2011. 3

(百题大过关)
ISBN 978-7-5617-8435-8

I. ①中… II. ①曾…②黄… III. ①中学数学课—
初中—习题—升学参考资料 IV. ①G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 032908 号

中考数学百题大过关

第二关 核心题

主 编 曾大洋 黄世民
策划组稿 倪 明 舒 刊
项目编辑 舒 刊
审读编辑 徐惟简
装帧设计 卢晓红

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
网 址 www.ecnupress.com.cn
电 话 021-60821666 行政传真 021-62572105
客服电话 021-62865537 门市(邮购)电话 021-62869887
地 址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口
网 店 <http://ecnup.taobao.com/>

印 刷 者 华东师范大学印刷厂
开 本 787×1092 16 开
印 张 8.25
字 数 206 千字
版 次 2011 年 5 月第一版
印 次 2011 年 5 月第一次
印 数 16000
书 号 ISBN 978-7-5617-8435-8/G·4964
定 价 16.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题, 请寄回本社客服中心调换或电话 021-62865537 联系)

丛书前言

图书市场上有关小升初及中、高考的复习用书不胜其多,不少书的训练题或失之偏少,或庞杂无度。同时选择几种作参考,往往重复不少,空白依旧甚多,费时费钱还未必能完全过关。怎样在有限的的时间里得到充分而有效的训练?怎样使训练达到量与质的最完美匹配?依据对小学毕业班、初三和高三优秀教师的调研,总结出“百题过关”的复习理念。为此,我们邀请经验丰富的教师担任作者,每本书或每个考点精心设计一百道互不重复且具有一定梯度的训练题,以求用最快的速度,帮助学生完全过关。

丛书共 26 种,涵盖小升初及中、高考语文、数学、英语的全部题型。

丛书具有四大特点:

一、丰富性。丛书涉及的内容囊括了小升初及中、高考所有知识点,覆盖面广,内容丰富。

二、层次性。题目排列杜绝杂乱无章和随意性,一般分为三个层次:第一,精选历年来的相关考题;第二,难度稍小的训练题;第三,难度稍大的训练题。这样编排既能让读者了解近年来小升初及中、高考的命题特点及其走向,又能得到渐次加深的足够量的训练。

三、指导性。为了方便使用本丛书的老师和同学,对有一定难度的题目,丛书不仅提供参考答案,还力求作最为详尽的解说,目的在于让读者知其然,更知其所以然。同学们有了这套书,就等于请回了随时可以请教的老师。

四、权威性。丛书的编写者都是国内名校骨干教师,有些还是参加国家教育部“名师工程”的著名特级教师,在各地享有盛名。他们丰富的教学实践经验和深厚的理论修养,为本丛书在同类书中胜人一筹打下坚实基础。

愿这套高质量的丛书能帮助考生顺利闯过小升初及中、高考大关,也愿考生以小升初及中、高考为新起点,步入美好的未来。

华东师范大学出版社教辅分社

目录

专题一 数与式 / 1

专题二 方程、不等式与函数 / 12

专题三 图形的认识与证明 / 30

专题四 图形与变换 / 50

专题五 锐角三角函数及其应用 / 72

专题六 统计与概率 / 85

参考答案或提示 / 104

专题一 数与式

解题指导



“数与式”核心题的内容包括实数与代数式(整式、分式和二次根式). 这部分内容主要考查实数和代数式的相关概念、运算、性质及其应用, 如相反数、倒数、绝对值、算术平方根、科学记数法以及实数的混合运算、代数式的运算、化简与求值等, 从中发展数感与符号感, 提升数、式运算与变形等方面技能, 渗透转化化归、数形结合、整体代换、分类讨论、方程等数学思想, 培养类比思维, 提高合情推理能力. 要注意这部分知识点与其他知识点的结合以及它们在日常生活中的运用, 体会数学与现实生活的紧密联系, 增强应用意识, 提高运用代数知识与方法解决问题的能力.

在中考试卷中出现的“数与式”核心题重视基础知识的考查, 试题的呈现形式较多贴近生活实际, 试题的难度属中档题, 多数来源于教材的习题或稍加变通, 题型主要有填空题、选择题和计算题等, 其中计算题的难度不大, 重视对算理的考查, 没有繁杂的计算. 近几年来, 许多中考试卷还设计了开放探索题、合情推理题、阅读理解题等创新题型, 值得大家关注. 建议同学们要重视这部分内容的复习, 在解答时努力做到“会而对”、“对而全”. 下面将数与式核心题考查内容进行整理、分析, 相信会使你得到较大的收获.

1 概念辨析题

例 1. 实数 a 在数轴上的位置如图 1-1 所示, 则关于 a 、 $-a$ 、 1 的大小关系表示正确的是().



图 1-1

(A) $a < 1 < -a$

(B) $a < -a < 1$

(C) $1 < -a < a$

(D) $-a < a < 1$

解析: 通过数轴可确定实数的符号及其绝对值的大小, 能找出一个数的相反数, 并会比较实数的大小, 这充分体现了数形结合思想. 数轴上的点与实数有着——对应关系, 由实数 a 在数轴上的位置可知: $a < 0$, $-a > 0$, 且 $|-a| > 1$, 因此 $a < 1 < -a$, 故选 A. 由于本题是选择题, 也可用“特殊值法”验证.

例 2. 若 $a^2 - 4a + 4 + \sqrt{b-3} = 0$, 则 $a^2 - b =$ _____.

解析: 原式可化为 $(a-2)^2 + \sqrt{b-3} = 0$, 根据平方数及算术平方根的概念知 $(a-2)^2 \geq 0$ 且 $\sqrt{b-3} \geq 0$, 因为几个非负数之和为零, 则这几个数皆为零, 可得 $\begin{cases} (a-2)^2 = 0, \\ \sqrt{b-3} = 0. \end{cases}$ 所以

$$\begin{cases} a = 2, \\ b = 3. \end{cases} \text{ 则 } a^2 - b = 2^2 - 3 = 4 - 3 = 1.$$

2 运算求值题

例 3. 估算 $\sqrt{24} + 3$ 的值().

(A) 在 5 和 6 之间

(B) 在 6 和 7 之间

(C) 在 7 和 8 之间

(D) 在 8 和 9 之间

解析: 本题解题思想是用有理数估计无理数, 借助估算考查数感. 为了用整数对它作估

计,关键在于找两个相邻正整数,使得其中一个数的平方小于 $(\sqrt{24})^2$,另一个数的平方大于 $(\sqrt{24})^2$. 因为 $4^2 < (\sqrt{24})^2 < 5^2$, 所以 $4 < \sqrt{24} < 5$, 于是 $7 < \sqrt{24} + 3 < 8$. 本题选 C.

例 4. 若代数式 $x^2 + 5x + 7$ 的值为 8, 则代数式 $2x^2 + 10x - 9$ 的值为_____.

解析: 由 $x^2 + 5x + 7 = 8$, 可得 $x^2 + 5x = 1$. 而代数式 $2x^2 + 10x - 9$ 可化为 $2(x^2 + 5x) - 9$, 故其值为 $2 \times 1 - 9 = -7$. 解答本题的关键是将 $x^2 + 5x$ 看成一个整体进行等量代换.

例 5. 若 $x + \frac{1}{x} = \sqrt{6}$, 则 $x - \frac{1}{x} =$ _____.

解析: 若直接求 x 的值, 则计算过程较繁. 根据本题特点, 可先求 $(x - \frac{1}{x})^2$ 的值, 再进行开方, 便可得到计算结果. 由已知可得 $(x + \frac{1}{x})^2 = 6$, 则 $x^2 + \frac{1}{x^2} = 4$, 故 $(x - \frac{1}{x})^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 2$, 所以 $x - \frac{1}{x} = \pm\sqrt{2}$.

3 实际应用题

“数与式”的应用非常广泛, 在人们日常的生产生活、市场经营、经济核算、体育比赛、生态环保、国情国策等各个领域都有其应用的范例. 近年来, 各地的中考试卷中考查数与式的应用问题更是数量多、选材广、题型新. 在解决此类问题时, 需要仔细地阅读题意, 学会把实际问题转化成数学问题.

例 6. 某音像公司对外出租光盘的收费方法是: 每张光盘出租后的前 2 天每天收费 0.8 元, 以后每天收费 0.5 元, 那么一张光盘在出租后第 n 天 ($n > 2$ 且为整数) 应收费_____元.

解析: 代数式的特点是含有数、字母和运算符号, 列代数式实际上是用数学符号语言表达文字语言的一种形式, 其关键是能准确地理解题目的含义, 认真审题, 抓住其中的关键词. 本题由题意知每张光盘出租后的前 2 天共收费 1.6 元, 以后每天收费 0.5 元, 则出租后第 n 天应收费: $1.6 + 0.5(n - 2) = (0.5n + 0.6)$ (元).

例 7. 如图 1-2, 某边长为 a 的正方形广场四角铺上了四分之一圆形的草地, 若圆形的半径为 r .

(1) 用含 a 、 r 的代数式表示图中空地部分面积;

(2) 若 $a = 200$ 米, $r = 36$ 米, 求空地面积 (π 取 3.14, 结果精确到 0.1 米).

解析: 本题是一道实际应用题. 用代数方法来解决几何问题, 既体现数形结合思想, 又考查数的运算及取近似值的方法. 当讨论近似数的精确度和有效数字时, 要特别注意根据题目的要求进行近似计算. 本题的答案为: (1) $a^2 - \pi r^2$; (2) 约 35 930.6 米².

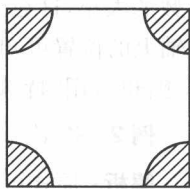


图 1-2

4 开放探索题

例 8. 如图 1-3, 由一个边长为 a 的小正方形与两个长、宽分别为 a 、 b 的小矩形拼接成矩形 $ABCD$, 则整个图形可表达出一些有关多项式分解因式的等式, 请你写出图中能表达中的任意三个等式:

(1) _____;

(2) _____;

(3) _____.

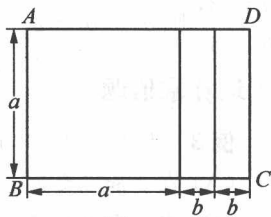


图 1-3

解析: 本题结论开放, 由于一个图形的面积可用不同方式来表

示,本题的参考答案为:

$$(1) a(a+2b) - ab = a(a+b);$$

$$(2) a(a+b) + ab = a(a+2b);$$

$$(3) a^2 + 2ab = a(a+2b).$$

5 合情推理题

《全日制义务教育课程数学课程标准》(以下简称《课程标准》)要求在数学思考方面“经历观察、试验、猜想、证明等数学活动过程,发展合情推理能力”,在此理念指导下,中考数学题越来越重视对合情推理能力的考查.解决此类问题的关键就是要掌握数学研究的方法:从简单的情形入手,通过研究简单问题中存在的规律,猜测复杂情形下存在的规律.

例 9. 按一定规律排列的一列数依次为: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{10}, \frac{1}{15}, \frac{1}{26}, \frac{1}{35}, \dots$, 按此规律排列下去, 这列数中的第 7 个数是_____, 第 n 个数是_____ (n 为正整数)

解析: 经过观察可以发现这列数的分子均为 1, 分母依次为 $2 = 1^2 + 1, 3 = 2^2 - 1, 10 = 3^2 + 1, 15 = 4^2 - 1, 26 = 5^2 + 1, 35 = 6^2 - 1$, 依此规律, 接下去的第 7 个数的分母应为: $7^2 + 1 = 50$. 故本题答案为: 第 7 个数是 $\frac{1}{50}$, 当 n 是奇数时, 第 n 个数是 $\frac{1}{n^2+1}$; 当 n 是偶数时, 第 n 个数是 $\frac{1}{n^2-1}$.

6 阅读理解题

《课程标准》比较重视让学生在老师的指导下经历数学知识的形成过程,这就需要培养学生的自学能力,阅读理解型试题能够较好地考查以上要求.这类题型需要我们在平时的学习和练习中要做到耐心、细致地读题,结合所学的知识领会题中所蕴含的计算原理和解题思想方法,并将此迁移到新的数学情境中,从而使问题得到解决.

例 10. 我们常用的数是十进制的数,而计算机程序处理中使用的是只有数码 0 和 1 的二进制数.这两者可以相互换算,如将二进制数 1101 换算成十进制数应为 $1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 13$, 按此方式,则将十进制数 25 换算成二进制数应为_____.

解析: 此题考查了学生的转化能力和逆向思维能力:即应先把要求的问题按“新运算”的规定转化成原有的运算来表示,然后按照原运算求出结果.

因为 $25 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$, 所以所求数为 11 001.

综上所述,可以预测的是中考对“数与式”核心题的考查,题型以填空题、选择题和计算题为主;在方法设计上,注重对基本概念、基本技能以及基本数学思想方法的考查.希望同学们在复习的过程中要注意:(1)加强训练,落实双基.对实数的有关概念(如数轴、相反数、绝对值、倒数、平方根、立方根……)要理解透彻,不能含糊;对整式、代数式、同类项、分式、二次根式等概念要加强理解;应熟练地掌握运算法则,注意运算顺序,这是提高计算能力的前提;要狠抓整式、分式、二次根式的化简与求值,掌握各种因式分解的方法.(2)分析题型,训练思维.开放探索题、合情推理题和阅读理解题侧重于考查数学思想方法和解决问题能力,同学们在解题时一定要重视分析过程,总结解题方法,如可采用图示、猜想、归纳、计算、验证等方法,做到以不变应万变.在研究问题时,先从简单入手,通过研究简单情况下数量之间的变化关系,从而猜测、归纳复杂情况下存在的一般关系.(3)查漏补缺,落到实处.解题时所犯的某个错误的背后,往往隐藏着某个知识的漏洞.因此要提高复习效率,必须正确地对待错误.除了认真订正之外,还需找出错误的原因,这样才能不断完善自己的知识体系,达到查漏补缺的效果.

过关演练



1 选择题

001. 若 a, b 均为实数, 下列说法中正确的是().

(A) 若 $a+b=0$, 那么 a, b 互为相反数 (B) a 的倒数是 $\frac{1}{a}$

(C) $\sqrt{a^2} = a$ (D) b^2 是一个正数

002. 如图 1-4, 以数轴的单位长线段为边作一个正方形, 以数轴的原点为旋转中心, 将过原点的对角线顺时针旋转, 使对角线的另一端点落在数轴正半轴的点 A 处, 则点 A 表示的数是().

(A) $1\frac{1}{2}$ (B) 1.4 (C) $\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{2}$

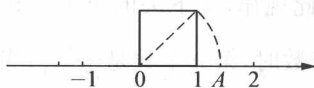


图 1-4

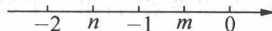


图 1-5

003. 实数 m, n 在数轴上的位置如图 1-5 所示, 则下列不等关系(①~④)中正确的有().

① $n > m$, ② $n^2 > m^2$, ③ $n^0 > m^0$, ④ $|n| > |m|$.

(A) 0 个 (B) 1 个 (C) 2 个 (D) 3 个

004. 一个自然数的算术平方根为 a , 则和这个自然数相邻的下一个自然数是().

(A) $a+1$ (B) a^2+1 (C) $\sqrt{a^2+1}$ (D) $\sqrt{a}+1$

005. 估计 $\sqrt{8} \times \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{3}$ 的运算结果应在().

(A) 1 到 2 之间 (B) 2 到 3 之间
(C) 3 到 4 之间 (D) 4 到 5 之间

006. 当 $0 < x < 1$ 时, $x, \frac{1}{x}, x^2$ 的大小顺序是().

(A) $\frac{1}{x} < x < x^2$ (B) $x < x^2 < \frac{1}{x}$

(C) $x^2 < x < \frac{1}{x}$ (D) $\frac{1}{x} < x^2 < x$

007. 若代数式 $2y^2 + 3y = 1$, 则代数式 $4y^2 + 6y - 9$ 的值是().

(A) 2 (B) 17 (C) -7 (D) 7

008. 正方形的面积为 S_1 , 圆形的面积为 S_2 , 如果正方形和圆形的周长相等, 则 S_1 与 S_2 的大小关系是().

(A) $S_1 > S_2$ (B) $S_1 < S_2$ (C) $S_1 = S_2$ (D) 无法比较

009. 若 $a \leq 0$, 化简 $|a - \sqrt{a^2}|$ 的结果是().

(A) 0 (B) $2a$ (C) $-2a$ (D) $2a$ 或 $-2a$

010. 法国的“小九九”从“一一得一”到“五五二十五”和我国的“小九九”是一样的, 之后的就改用手势了. 下面两个图框(如图 1-6 所示)是用法国“小九九”计算 7×8 和 8×9 的两个示

例. 若用法国的“小九九”计算 7×9 , 左、右手依次伸出手指的个数是().

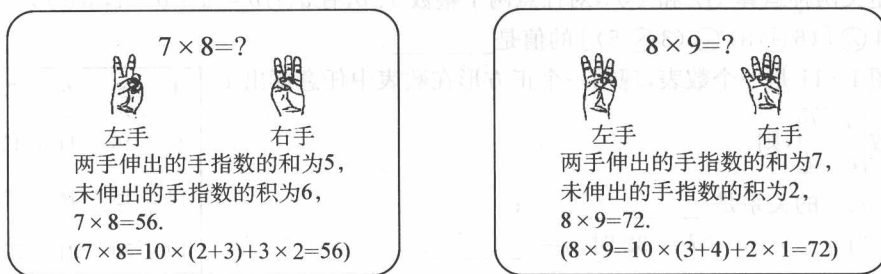


图 1-6

- (A) 2、3 (B) 3、3 (C) 2、4 (D) 3、4

011. 如图 1-7, 在边长为 a 的正方形中挖去一个边长为 b 的小正方形 ($a > b$), 把余下的部分剪拼成一个矩形如图 1-8, 通过计算两个图形(阴影部分)的面积, 验证了一个等式, 则这个等式是().

- (A) $(a+2b)(a-b) = a^2 + ab - 2b^2$ (B) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
(C) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ (D) $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

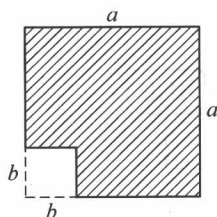


图 1-7

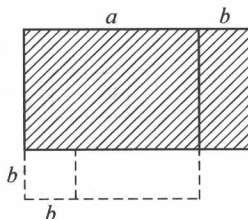


图 1-8

012. 如图 1-9 所示, 下列每个图是由若干盆花组成的形如三角形的图案, 每条边(包括两个顶点)有 n 盆花, 每个图案花盆总数是 S , 按此推断 S 与 n 的关系式为().

- (A) $S = 3n$ (B) $S = 3(n-1)$ (C) $S = 3n-1$ (D) $S = 3n+1$

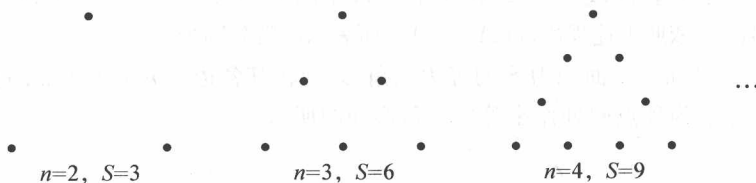


图 1-9

2 填空题

013. 如果 $|x-3| = x-3$, 那么点 $A(x, 3)$ 在第_____象限.

014. 如图 1-10 是一个正方体纸盒的展开图, 在其中的四个正方形内标有数字 1、2、3 和 -3, 要在其余两个正方形内分别填上 -1, -2, 使得按虚线折成正方体后, 相对面上的两个数互为相反数, 则 A 处、B 处所填的数字之和为_____.

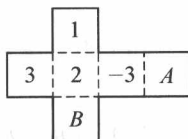


图 1-10

015. 已知 x, y 是实数, 且满足 $|x-3| + \sqrt{y-6} = 0$, 则以 x, y 为两边

长的等腰三角形的周长是_____.

016. 现定义两种运算“ $\oplus$ ”和“ $\otimes$ ”,对任意两个整数 a, b , 有 $a \oplus b = a + b - 1$, $a \otimes b = ab - 1$. 则 $4 \otimes [(6 \oplus 8) \oplus (3 \otimes 5)]$ 的值是_____.

017. 如图 1-11 是一个数表,现用一个正方形在数表中任意框出 4

个数 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, 则

- (1) a, c 的关系是_____;
- (2) 当 $a + b + c + d = 32$ 时, $a =$ _____.

018. 已知 $a_n = (-1)^n + 1$, 当 $n = 1$ 时, $a_1 = 0$; 当 $n = 2$ 时, $a_2 = 2$; 当 $n = 3$ 时, $a_3 = 0$; $\dots$. 则 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6$ 的值为_____.

4	5	6	7	8
9	10	11	12	13
14	15	16	17	18
19	20	21	22	23
24	25	26	27	28

图 1-11

019. 某商品标价为 800 元,现按九折销售,仍可获利 20%,则此商品的进价为_____元.
020. 某同学上学时步行,回家时乘车.路上共用 a 小时;如果往返都乘车,则共需 b 小时,那么往返都步行需要_____小时.
021. 按图 1-12 所示的程序计算,若开始输入的 x 的值为 48,我们发现第一次得到的结果为 24,第 2 次得到的结果为 12, $\dots$,请你探索第 2010 次得到的结果为_____.

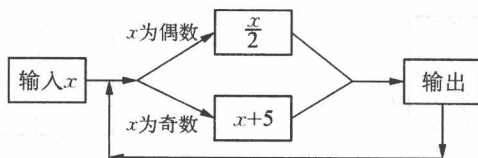


图 1-12

022. 数学游戏:规定,对任意实数对 (a, b) , 按规则会得到一个新的实数: $a^2 + b + 1$. 例如把 $(5, -1)$ 放入其中,就会得到 $5^2 + (-1) + 1 = 25$. 现将实数对 $(-3, 2)$ 放入其中得到实数 n ,再将实数对 $(n, -1)$ 放入其中后,得到的实数是_____.
023. 点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ (n 为正整数)都在数轴上.点 A_1 在原点 O 的左边,且 $A_1O = 1$; 点 A_2 在点 A_1 的右边,且 $A_2A_1 = 2$; 点 A_3 在点 A_2 的左边,且 $A_3A_2 = 3$; 点 A_4 在点 A_3 的右边,且 $A_4A_3 = 4$; $\dots$,依照上述规律,点 A_{2008}, A_{2009} 所表示的数分别为_____.
024. 如图 1-13,已知一个面积为 S 的等边三角形,现将其各边 n (n 为大于 2 的整数)等分,并以相邻等分点为顶点向外作小等边三角形如图所示.

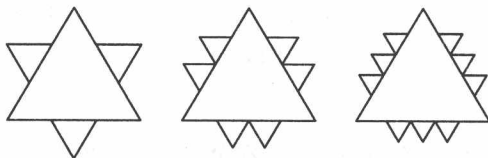


图 1-13

- (1) 当 $n = 8$ 时,共向外作出了_____个小等边三角形,每个小等边三角形的面积为_____;
- (2) 当 $n = k$ 时,共向外作出了_____个小等边三角形,这些小等边三角形的面积和为_____. (用含 k 的式子表示)

3 解答题

025. 实数 a 、 b 、 c 在数轴上对应的点分别是 A 、 B 、 C ，其位置如图 1-14 所示.

试化简： $|c| - |c+b| + |a-c| + |b+a|$.

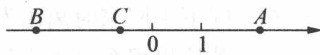
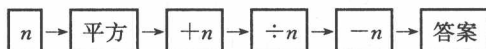


图 1-14

026. 给出三个多项式 $X = 2a^2 + 3ab + b^2$, $Y = 3a^2 + 3ab$, $Z = a^2 + ab$, 请你任选两个进行加(或减)法运算, 再将结果分解因式.

027. 按下列程序计算把答案写在表格内:



(1) 填写表格

输入 n	3	$\frac{1}{2}$	-2	-3	...
输出答案	1				...

(2) 请将题中计算程序用代数式表达出来, 并化简.

028. 已知 $a^2 - 3a + 1 = 0$, 求 $\frac{a^2}{a^4 + 1}$ 的值.

029. 已知 $a + b + c = 0$, 求 $a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ 的值.

030. 某出租车沿一条笔直公路东、西行驶,向东为正,向西为负,某天早上从 A 地出发,到下午回家时所走的路程如下(单位:千米):

+8, -9, +4, +7, -2, -10, +18, -3, +7, +5

- (1) 问下午回家时离出发点 A 有多少千米?
(2) 若该出租车每千米耗油 0.3 升,问从 A 地出发到下午回家时,共耗油多少升?

031. 阅读下面题目的计算过程:

$$\begin{aligned}\frac{x-3}{x^2-1} - \frac{2}{1+x} &= \frac{x-3}{(x+1)(x-1)} - \frac{2(x-1)}{(x+1)(x-1)} & \text{①} \\ &= (x-3) - 2(x-1) & \text{②} \\ &= x-3-2x+2 & \text{③} \\ &= -x-1, & \text{④}\end{aligned}$$

- (1) 上面计算过程从哪一步开始出现错误? 请写出该步的代号;
(2) 写出正确的解答过程.

032. 如图 1-15, 在一块边长为 a cm 的正方形纸板四角, 各剪去一个边长为 b cm ($b < \frac{a}{2}$) 的正方形.

- (1) 用代数式表示剩余面积;
(2) 利用因式分解计算, 当 $a = 13.2$, $b = 3.4$ 时, 剩余部分的面积.

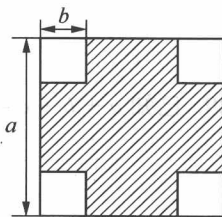


图 1-15

033. 阅读下文,寻找规律并按要求计算:

已知: $x \neq 1$, 有

$$(1-x)(1+x) = 1-x^2,$$

$$(1-x)(1+x+x^2) = 1-x^3,$$

$$(1-x)(1+x+x^2+x^3) = 1-x^4,$$

.....

(1) 观察上式,猜想: $(1-x)(1+x+x^2+\cdots+x^n) =$ _____;

(2) 根据你的猜想结论,利用计算器计算: $(1-2)(1+2+2^2+\cdots+2^{19})$.

034. 有规律排列的一列数: 2, 4, 6, 8, 10, 12, ... 它的每一项可用式子 $2n$ (n 是正整数) 来表示. 现有有规律排列的一列数: 1, -2, 3, -4, 5, -6, 7, -8, ...

(1) 它的每一项你认为可用怎样的式子来表示?

(2) 它的第 100 个数是多少?

(3) 2011 是不是这列数中的数? 如果是, 是第几个数?

035. 已知 $a_1 = x$, $a_{n+1} = 1 - \frac{1}{a_n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$).

(1) 求 a_2, a_3, a_4 ;

(2) 求 $a_{2010} \cdot a_{2011} \cdot a_{2012}$.

036. 设某商品原价为 a 元, 现先涨价 $p\%$, 再降价 $q\%$, (1) 求所得到的该商品的价格; (2) 若 $p = q > 0$, 则所得到的该商品的价格与原价相比有无变化? 若有变化, 是比原价贵还是比原价便宜?

037. 现有 $a \times a$, $b \times b$ 的正方形纸片和 $a \times b$ 的矩形纸片各若干块, 如图 1-16, 试选用这些纸片(每种纸片至少用一次), 在下面的虚线方框中拼一个矩形(每两块纸片之间既不重叠, 也无空隙, 拼出的图中必须保留拼图的痕迹), 使拼出的矩形面积为: $a^2 + 5ab + 4b^2$, 并标出此矩形的长和宽.

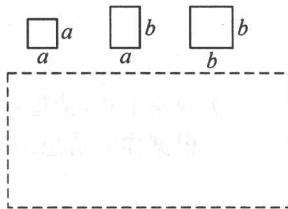


图 1-16

038. 我国古代数学家秦九韶在《数书九章》中记述了“三斜求积术”, 即已知三角形的三边长, 求它的面积. 用现代式子表示即为:

$$S = \sqrt{\frac{1}{4} \left[a^2 b^2 - \left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2} \right)^2 \right]} \quad ①$$

(其中 a 、 b 、 c 为三角形的三边长, S 为面积).

而另一个文明古国古希腊也有求三角形面积的海伦公式:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad ②$$

(其中 $p = \frac{a+b+c}{2}$).

- (1) 若已知三角形的三边长分别为 5、7、8, 试分别运用公式①和公式②, 计算该三角形的面积 S ;
- (2) 你能否由公式①推导出公式②? 请试试.

039. 问题探索:

- (1) 已知一个正分数 $\frac{n}{m}$ ($m > n > 0$), 如果分子、分母同时增加 1, 分数的值是增大还是减小? 请证明你的结论;
- (2) 若正分数 $\frac{n}{m}$ ($m > n > 0$) 中分子和分母同时增加 2, 3, $\dots$, k (整数 $k > 0$), 情况如何?
- (3) 请你用上面的结论解释下面的问题:

建筑学规定: 民用住宅窗户面积必须小于地板面积, 但按采光标准, 窗户面积与地板面积的比应不小于 10%, 并且这个比值越大, 住宅的采光条件越好. 问同时增加相等的窗户面积和地板面积, 住宅的采光条件是变好还是不好? 请说明理由.

040. 据了解, 火车票价按“ $\frac{\text{全程参考价} \times \text{实际乘车里程数}}{\text{总里程数}}$ ”的方法来确定. 已知 A 站至 H 站总里程数为 1500 千米, 全程参考价为 180 元. 下表是沿途各站至 H 站的里程数:

车站名	A	B	C	D	E	F	G	H
各站至 H 站的里程数 (单位: 千米)	1500	1130	910	622	402	219	72	0

例如, 要确定从 B 站至 E 站火车票价, 其票价为 $\frac{180 \times (1130 - 402)}{1500} = 87.36 \approx 87$ (元).

- (1) 求 A 站至 F 站的火车票价 (结果精确到 1 元);
- (2) 旅客王大妈乘火车去女儿家, 上车过两站后拿着火车票问乘务员: “我快到站了吗?” 乘务员看到王大妈手中票价是 66 元, 马上说: “下一站就到了.” 请问王大妈是在哪一站下车的? (要求写出解答过程).

专题二 方程、不等式与函数

解题指导



方程、不等式与函数是初中代数的核心内容,这三者之间既相互独立又相互统一. 方程、不等式与函数核心题的内容主要包括三大方面:一是各自知识的灵活应用;二是体现方程、不等式与函数三者之间联系;三是会用方程(组)、不等式(组)与函数知识来解决数学问题和实际生活中的相关问题. 其中函数核心题的内容包括函数的概念、一次函数(正比例函数)、反比例函数及二次函数知识的灵活运用. 而函数自身蕴含着平面直角坐标系、方程与不等式的知识,例如,已知一次函数 $y = kx - 3$ 的图象经过点 $(\frac{1}{2}, -2)$, 解答以下问题: (1) 画出该函数图象; (2) x 取什么值时, 函数值 $y = 0$? (3) x 取什么值时, 函数值 $-3 < y < 0$? 显然, 该题反映了方程、方程、不等式三者之间有着密切的内在联系. 因而数形结合、方程与函数思想及待定系数法是本专题的重要数学思想方法.

在中考试卷中,本专题既注重对基础知识、基本技能、基本数学思想方法的考查,又加强了对综合运用知识解决数学问题和实际问题的考查,如数学建模、函数与几何的结合等. 因而这部分内容的考试题型有填空题、选择题和解答题中档题等. 下面就本专题主要考查题目类型及特征进行整理分析,希望对同学们的学习掌握有所帮助.

1 考查各自知识的灵活应用

例 1. 已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} ax + by = 3, \\ bx + ay = 7 \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x = 2, \\ y = 1. \end{cases}$ 则 $a + b$ 的值是_____.

解析: 本题有两种解法:一种是利用方程组解的定义,把 $\begin{cases} x = 2, \\ y = 1 \end{cases}$ 代入原方程组求 a, b ; 另一种是根据代入后方程组中 a, b 的系数相等的特点,直接把两个方程相加,易得结果;因而解题时要注意学会观察方程中系数特点,灵活解题. 本题答案为: $a + b = \frac{10}{3}$.

例 2. 已知关于 x 的不等式

$$\frac{4x + a}{3} > 1, \quad \text{①}$$

与

$$\frac{x - 1}{3} < x. \quad \text{②}$$

(1) 若它们的解集相同,求 a 的值;

(2) 若不等式①的解都是不等式②的解,求 a 的取值范围.

解析: 本题要求掌握不等式的解集的定义及会解不等式. 分别解不等式①与不等式②的解集为: $x > \frac{3-a}{4}$ 与 $x > -\frac{1}{2}$, 由不等式解集的定义,依题意,得 (1) $\frac{3-a}{4} = -\frac{1}{2}$, 解得 $a = 5$; (2) $\frac{3-a}{4} \geq -\frac{1}{2}$, 解得 $a \leq 5$. 其中 $a = 5$ 的情形容易被遗漏,应该注意.