



曲一线科学备考

让每一位学生分享高品质教育



# 5年<sup>®</sup>高考 3年模拟

WUNIAN GAOKAO SANNIAN MONI

## 高考理数

新课标专用

北京市特级教师徐克兴如此评价：5·3实为高考科学备考领军之作，集学考之精粹，成名世之奇书，有助于迅速提高考试成绩。

北京市特级教师乔家瑞如此评价：谁选用了5·3，谁就选择了一条正确的复习道路；

谁选用了5·3，谁就掌握了科学的复习方法；谁选用了5·3，谁就会取得理想的高考成绩。



首都师范大学出版社  
CAPITAL NORMAL UNIVERSITY PRESS

教育科学出版社  
ESPH Educational Science Publishing House



# 5年高考<sup>®</sup> 3年模拟

WUNIAN GAOKAO SANNIAN MONI

## 高考理数 新课标专用

丛书主编：曲一线

专家顾问：徐克兴 乔家瑞 李俊和 洪安生 刘振贵 王永惠 梁侠 李晓风 王树声

本册主编：王善臣

副主编：宓僚原 李英南 方涛

编委：王文存 王继刚 王成震 刘硕 孙斌 李钦淼 张谱 吕新 吕道清  
刘文浩 刘国勇 杜国杰 汪秋焱 周海静 薛宏源

图书在版编目(CIP)数据

5年高考3年模拟·理科数学/曲一线主编.  
—北京:首都师范大学出版社,2005.6  
ISBN 978-7-81064-822-6

I. 5... II. 曲... III. 数学课—高中—习题—升学参考资料  
IV. G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第060900号

5年高考3年模拟·理科数学  
丛书主编 曲一线

---

责任编辑 王彦冰 责任录排 吴威

出版发行 首都师范大学出版社  
北京西三环北路105号 100048

**教育科学出版社**

北京·朝阳区安慧北里安园甲9号 100101

电话 68418523(总编室) 68982468(发行部)

网址 [www.cnupn.com.cn](http://www.cnupn.com.cn)

河南新华印刷集团有限公司印刷

全国新华书店发行

版次 2010年6月第6版

印次 2010年6月第1次印刷

开本 890毫米×1240毫米 1/16

印张 30

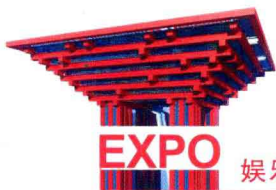
字数 1080千

定价 56.00元

---

版权所有 违者必究

如有质量问题 请与010-63735353联系退换



娱乐世博之摩天轮

YULE SHIBO ZHI MOTIANLUN

一切始于世博会!

——世博会著名口号

世博名言欣赏

菲尔斯大转轮是世界上第一座现代摩天轮，由美国工程师乔治·菲尔斯为1893年美国芝加哥世博会设计建造。

巴黎世博会上，埃菲尔铁塔引起了巨大轰动，作为资本主义新贵的美国，急于用一场盛会在世界面前展示实力。究竟该如何展现美国的独特气势？设计师菲尔斯说，“那就做一个大车轮，因为人们想到天上转转”。于是，菲尔斯大转轮诞生了。这个高80米，有36节车厢，每次最多可乘坐2160人的大家伙，史无前例地把1440名惊叫着的游客旋上了高空。

1900年，巴黎世博会再次引入“娱乐大转轮”。娱乐从此进入世博，以后的世博会几乎都设置了大转轮。1964年纽约世博会后，以世博会游乐园为原型的迪士尼乐园正式诞生。



1985年日本筑波世博会上出现的摩天轮



迪士尼乐园就是以世博会游乐园为原型而建立的



1893年美国芝加哥世博会上第一次出现的摩天轮——菲尔斯大转轮



大转轮



曲一线科学备考心语



沈凌波

北京大学光华管理学院学生，  
毕业于浙江省绍兴鲁迅中学，  
2009年浙江省高考文科状元

# 阳光每天都在

文/沈凌波

北方的夏天艳阳高照。走在北大校园，到处是行色匆匆的学子。或三两成群，背着书包，掖着书本；或独自一人，低头前行。

图书馆里早已坐满了人，堆满了书。个个都为最后的期末冲刺做着准备。忽然想到了我自己，进入北大将近一个学年了，学习确实和高中相差甚大。这让我想到了高三，我奋战的一年——常常捧着一本厚厚的《5年高考3年模拟》，做大量模拟题、高考题。在早上、中午、傍晚吃饭的这段时间里，随身带个小本子，记一些英语单词，随时看看，背背……正是这些良好的习惯塑造着我们。

高三的课桌书堆高了，人却变得冷漠了。好像很多人都刻意把自己封闭起来。走廊上到处都是拿着书在背在记的人，自习室里也可以看见一个个埋头看书做作业的身影。我并不赞同捧着书到处背。于是，对那些条目不屑一顾，而对数学一片痴心。三年中，我做了大量数学题。当别人在感慨我何以一见到题目就知道解法的时候，他们不知道这是我做了多少题目之后的结果。可一模考试之后我明白了一件事：文科生不背书是不行的。书上的概念不是理解就行了，还要懂得运用。于是，我开始一页页地翻书。

人有时候会感到力不从心，但不要沮丧抱怨，不要费事去想自己是否快乐，摩拳擦掌干起来吧：热血沸腾，头脑清醒，行动起来，忙碌起来！这是世界上解决问题最便宜的一种药，也是最好的一种。

累了，就让自己好好放松一下。我会选择网上的休闲，看看新闻，聊聊天。我给自己取了个网名“阳光”。阳光每天都在，只是偶尔躲进了壳里，不想让人看到自己受伤的一面。

高考之前的一段时间，紧张和害怕搅得我不知该怎么办。害怕发挥不好，害怕看到父母失望的眼神，害怕自己的努力付诸东流。可是不到最后，谁也不知道结果会怎么样，能做的就是过好现在的每一秒。

高考第一天，看到学校教学楼上的横幅，莫名地紧张，直到考完才对自己说，可以放松了。结果并不重要，重要的是这个过程。天道酬勤，我明白，灵魂倍受煎熬的时刻，也正是生命中最多选择与机会的时刻。任何事情的成败取决于自己在遭遇困难时是抬起头还是低下头。



北京大学数学学院学生，毕业于北京市人大附中，2009年北京市高考理科状元

5.3基本上是我高三用得最多的教辅图书。它最大的特点及优点，就是题量比较适中，而且题题经典，解析详尽。题目和解析错误率极低，值得我们信赖。

科学备考

一套 **5+3** 就够了

## 5大特性

- 资料性 ▶ 囊括最新5年高考真题，精选最近3年经典模拟，知识覆盖全面，题型覆盖全面
- 权威性 ▶ 最新考纲权威解读，高考真题原味呈现；一线名师心血结晶，高考专家严格审定
- 科学性 ▶ 分类编排科学，选题解析科学，训练设计科学，规律方法科学
- 实用性 ▶ 教学练考一体，题组阶梯分布，试题变式多解，答案全解全析
- 前瞻性 ▶ 深入探究教改理念，科学总结命题规律，精确预测命题趋势

## 3大标准

- 知识习题化 ▶ 以训练为主线
- 考点清单化 ▶ 以考点为核心
- 素材趣味化 ▶ 以兴趣为原点

## 5+3=1套高考整体解决方案

盗版举报专线：010-87606918（李律师）

邮购热线：400 898 5353（免长途费） 客服热线：010-63735353 网络订购：[www.exian.cn](http://www.exian.cn)

### 防伪查询说明

1. 登陆曲一线官方网站[www.exian.cn](http://www.exian.cn)，在“防伪查询”窗口输入防伪码，点击查询按钮，真伪立辨。
2. 查询后如果提示为非正版图书或封面无防伪标志，请及时拨打010-63735353核实登记。确认后请将该书寄至：北京市100176信箱09分箱 邮购部（收）邮编：100176，您将及时得到正版图书并获得意外奖励。如提供有效的打击盗版线索，有重奖。
3. 本次活动最终解释权归曲一线所有。

# 轻轻地告诉你

*Lingqing de gaosu ni*

朋友，我正看着你呢，你也正看着我。

我不是一幅色彩缤纷、线条优美的画卷，也许不能让你感受生活的美妙、世界的神奇；

我不是一曲余音绕梁、三日不绝的仙乐，也许不能让你领悟高山的淳朴、流水的真挚。

我只是一行行前人的足迹，引领你登上书山的峰顶；

我是一句句殷切的叮咛，提醒你拾起遗漏的点滴。

啊，朋友！

其实，我是一页页在久久期待，期待着能与你晤谈的文字。

我给予你的，是需要你辛勤劳作的土地。

我爱你，我对所有的学子充满敬意：你最辛苦，因此你也最美丽。

我爱你，你的勤奋、刻苦、拼搏、进取，将成为我永久的记忆。

我想对你说，拥抱明天，需要你学会做人、学会学习、学会生存，也需要你付出百倍努力，学会考试！

我想对你说，考试就意味着竞争，考试就意味着较量，考试就意味着选拔，考试就意味着优胜劣汰。考试需要有健康的体魄和挺拔的心理，考试更需要有坚韧的毅力和顽强的斗志。

我想对你说，我可能有点丑陋，只是一本毫无表情的普普通通的书，但我的字里行间，流淌着无数老师的良苦，蕴蓄着无数专家学者的睿智。

◆ **五年高考** 这是多少命题专家的心血啊，这是多少命题学者的汗滴。这是智慧的结晶，这是精心的设计，这是苦心的创作，这是优美的诗句。洞悉高考试题及命题规律就等于抓住了上帝的一只手，就等于揭开了上帝手中的谜底！

◆ **解读探究** 这是对考纲最权威的解读，这是对命题最深入的探究，明确高考方向，掌握高考规律，科学备考，事半功倍。

◆ **知识清单** 这是千万老教师的经验，这是无数成功者的累积。这是最系统的归纳，这是最科学的设计。你要记死，不要死记。

◆ **突破方法** 这里重点难点各个突破，这里方法技巧一应俱全。达尔文说：“最有价值的知识是关于方法的知识。”掌握科学的复习方法，你将拥有制胜的利器！

## *Qingqing de gaosu ni*

◆ **三年模拟** 这是一线教师团结起来跟命题人的较量，是命题人不得不阅读的重要信息，也是命题人灵感的发源地。你要精心地去练习，探索个中就里。

◆ **智力背景** 这是知识的拓展，这是能力的延伸，这是智慧的加油站，这是高考的动力臂。如果拥有这个支点，你将会拥有解决所有问题的妙计。

我想对你说，我正迫不及待地走向你。因为你拥有了我，我就拥有了你。你拥有了我，你就多了一份慰藉；我拥有了你，我就多了一份欣喜。

我想对你说，请把我介绍给所有认识你的人，你的成功，你的终生受益是我的唯一。

我想对你说，我虽不是什么“灵丹妙药”，但如果你掌握了我给你讲的应试技巧，你确能“妙手回春”。

我虽不是什么“金钥匙”，却能开启你通往理想王国的大门。

我虽不是什么“救生符”，却是你在短时间内走向成功的阶梯。

我想对你说，军号已经吹响，钢枪正需擦亮，高考正向你走来，东方已露出曙光。时间，不允许你再犹豫；空间，不允许你再逃避。

你和所有人一样都站在同一条起跑线上，既然，天才不常有，蠢材也罕见，既然，智慧就在你的脑袋里，那么，面对高考，你只有充满自信和乐观，决不能留下遗憾和叹息。

我想对你说，不再回头的，不只是那古老的辰光，也不只是那些个夜晚的群星和月亮，还有你的青春。青春，这是上帝赋予你的无限高贵的礼品，青春充满着力量、信心和希冀。

请把烦恼和无奈抛给昨天，面对挑战，无论是输是赢，你都须全身心地投入，向着既定的目标冲刺！

我想轻轻地告诉你，所有的人，都在祝福着你。

你向上看，上面写着，我永远祝福你；你向后看，后面写着，我永远祝福你。这一点毫不怀疑。朋友，你正看着我呢，我也正看着你。



# 诚聘英才作者 诚征优秀书稿

北京曲一线图书策划有限公司怀揣对教育事业的热爱，凭借对教育教学改革的敏锐把握，依靠经验丰富的教师团队，使《5年高考3年模拟》《5年中考3年模拟》等书逐渐成为教辅市场的一面旗帜。为了不断进步，打造更实用更完美的图书品牌，曲一线诚邀全国初高中名师加盟，诚征初高中优秀教辅书稿。

加盟曲一线，真诚到永远！

凡加盟者可享受如下待遇：1 稿酬从优，结算及时。2 参编者一律颁发荣誉证书。3 参编者将免费获得曲一线提供的各种图书资料和培训机会。


来信请寄：北京市100176信箱09分箱 总编室收

邮编：100176

邮箱：zbs@exian.cn

电话：010-87602687

请在信封上注明“应聘作者”

请沿此虚线剪下寄回 

## 2011《5年高考3年模拟（新课标专用）》读者反馈表

亲爱的读者：

您好！感谢您使用《5年高考3年模拟》系列丛书，感谢您对我们的大力支持！

为进一步提高图书质量，请您把使用过程中发现的不足和建议反馈给我们，我们将会认真对待您的每一条意见，并用心把书做得更好。

您的进步是我们的希望，您的成功是我们的欣慰。

来信请寄：北京市100176信箱09分箱 总编室收

邮编：100176

邮箱：zbs@exian.cn

电话：010-87602687

请在信封上注明“读者反馈”

姓名	电话	邮箱	科目
通信地址		邮编	版本
错误记录			
主要不足			
主要优点			

# 目录

## Contents

<b>第 1 章 集合与常用逻辑用语</b> .....	(1)
§ 1.1 集合的概念及运算 .....	(1)
§ 1.2 命题及其关系、充分条件与必要条件 .....	(6)
§ 1.3 简单的逻辑联结词、全称量词与存在量词 .....	(10)
<b>第 2 章 函数概念与基本初等函数</b> .....	(15)
§ 2.1 函数及其表示 .....	(15)
§ 2.2 函数的基本性质 .....	(19)
§ 2.3 一次函数与二次函数 .....	(25)
§ 2.4 指数与指数函数 .....	(29)
§ 2.5 对数与对数函数 .....	(33)
§ 2.6 幂函数 .....	(38)
§ 2.7 函数的图象及其变换 .....	(41)
§ 2.8 函数的值域与最值 .....	(46)
§ 2.9 函数与方程 .....	(49)
§ 2.10 函数模型及其应用 .....	(53)
<b>第 3 章 导数及其应用</b> .....	(58)
§ 3.1 导数的运算与积分 .....	(58)
§ 3.2 导数的应用 .....	(62)
<b>第 4 章 三角函数及三角恒等变换</b> .....	(69)
§ 4.1 三角函数的概念、同角三角函数的关系式和诱导公式 .....	(69)
§ 4.2 三角函数的图象与性质 .....	(74)
§ 4.3 三角函数的最值与综合应用 .....	(82)
§ 4.4 三角恒等变换 .....	(87)
<b>第 5 章 平面向量、解三角形</b> .....	(93)
§ 5.1 平面向量的概念及线性运算、平面向量基本定理 .....	(93)
§ 5.2 平面向量的数量积及平面向量的应用 .....	(98)
§ 5.3 正、余弦定理及其应用 .....	(103)
<b>第 6 章 数列</b> .....	(109)
§ 6.1 数列的概念与简单表示法 .....	(109)
§ 6.2 等差数列及其前 $n$ 项和 .....	(113)
§ 6.3 等比数列及其前 $n$ 项和 .....	(117)
§ 6.4 数列求和、数列的综合应用 .....	(121)
<b>第 7 章 不等式</b> .....	(126)
§ 7.1 不等关系与不等式 .....	(126)
§ 7.2 一元二次不等式及其解法 .....	(130)
§ 7.3 二元一次不等式(组)与简单的线性规划 .....	(134)
§ 7.4 基本不等式: $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} (a, b \geq 0)$ .....	(139)
§ 7.5 不等式的综合应用 .....	(143)

# Contents

<b>第 8 章 立体几何</b> .....	(149)
§ 8.1 空间几何体的结构及其三视图和直观图 .....	(149)
§ 8.2 空间几何体的表面积与体积 .....	(156)
§ 8.3 空间点、直线、平面之间的关系 .....	(161)
§ 8.4 直线、平面平行的判定与性质 .....	(166)
§ 8.5 直线、平面垂直的判定与性质 .....	(172)
§ 8.6 空间角与距离 .....	(178)
§ 8.7 空间向量在立体几何中的应用 .....	(185)
<b>第 9 章 平面解析几何</b> .....	(192)
§ 9.1 直线与方程 .....	(192)
§ 9.2 两条直线的位置关系 .....	(197)
§ 9.3 圆的方程 .....	(201)
§ 9.4 直线与圆、圆与圆的位置关系 .....	(206)
§ 9.5 椭圆及其性质 .....	(211)
§ 9.6 双曲线及其性质 .....	(217)
§ 9.7 抛物线及其性质 .....	(222)
§ 9.8 直线与圆锥曲线的位置关系 .....	(228)
§ 9.9 曲线与方程 .....	(234)
§ 9.10 圆锥曲线的综合问题 .....	(239)
<b>第 10 章 计数原理</b> .....	(246)
§ 10.1 分类加法计数原理与分步乘法计数原理、排列与组合 .....	(246)
§ 10.2 二项式定理 .....	(250)
<b>第 11 章 概率与统计</b> .....	(254)
§ 11.1 统计与统计案例 .....	(254)
§ 11.2 随机事件的概率 .....	(263)
§ 11.3 古典概型与几何概型 .....	(268)
§ 11.4 二项分布及其应用、正态分布 .....	(272)
§ 11.5 离散型随机变量及其分布列、均值与方差 .....	(278)
<b>第 12 章 算法初步</b> .....	(284)
<b>第 13 章 推理与证明</b> .....	(293)
§ 13.1 合情推理与演绎推理 .....	(293)
§ 13.2 直接证明与间接证明 .....	(298)
§ 13.3 数学归纳法 .....	(304)
<b>第 14 章 数系的扩充与复数的引入</b> .....	(309)
<b>第 15 章 几何证明选讲</b> .....	(314)
<b>第 16 章 矩阵与变换</b> .....	(320)
<b>第 17 章 坐标系与参数方程</b> .....	(324)
<b>第 18 章 不等式选讲</b> .....	(330)
<b>答案全解全析</b> .....	(335)

# Contents

## 高考数学智力背景

康托尔与集合论	(1)	比尔·盖茨和计算机	(87)
没有来的人请举手了!	(3)	第一个100分	(89)
世界最长的跨海大桥——杭州湾跨海大桥	(5)	华人“菲尔兹奖”得主——丘成桐	(91)
微分几何之父、国际数学大师——陈省身	(6)	领袖数学家	(93)
自学成才的科学巨匠——华罗庚	(7)	数学家的缔造者	(94)
东方第一几何学家——苏步青	(8)	小欧拉智改羊圈	(95)
中学教师发现了世界数学难题	(9)	理发师悖论	(97)
南北朝时候的数学家——祖冲之	(10)	天才数学家阿贝尔	(98)
你知道“熟鸡蛋悖论”吗?	(11)	数学家韦恩	(99)
你在什么星座?	(12)	决定泊松一生道路的数学趣题	(100)
“神舟七号”创中国航天4个第一	(13)	三十六军官问题	(102)
你了解埃及金字塔的数字与几何结构吗?	(14)	菲尔兹奖	(104)
金字塔高度的古代测量人	(15)	欧拉失明之后	(105)
你知道数学黑洞吗?	(16)	“虎!虎!虎!”	(107)
蝴蝶效应	(17)	莱布尼兹	(109)
爱因斯坦与相对论	(19)	莱布尼兹的最大功绩	(110)
一百个核桃	(20)	麦比乌斯带	(111)
你了解梅森素数吗?	(21)	抛物线反射镜和汽车前灯	(112)
秃头悖论	(23)	整数多还是偶数多?	(114)
计算发现了海王星	(24)	控制论的诞生	(115)
大潮中也“懂”数学——垂直潮	(26)	填2填3?	(117)
几何学的宝藏	(27)	弯弯的小河	(119)
中西方名家史事——阿基米德	(29)	环球旅行	(120)
雪花曲线	(32)	现代系统博弈理论	(122)
你知道分形几何学吗	(34)	布丰投针问题	(123)
熊庆来	(35)	杨辉	(124)
说说奇妙的圆形	(37)	《数书九章》	(125)
聪明的马克·吐温	(39)	破译希特勒密码	(126)
自行车头盔与节能汽车	(40)	电脑游戏解难题	(127)
你知道方程在海湾战争中的应用吗	(41)	生死人数	(129)
巴顿的战舰与浪高	(43)	动物与数学	(130)
战争背后的数学奥秘	(45)	你知道组合数学吗	(132)
小数点与大悲剧	(47)	有限与无限的思想	(134)
“0”的故事	(49)	电脑大王——王安	(136)
含义丰富的0	(50)	钱学森	(138)
神奇的功勋	(51)	生日的奇迹	(140)
托勒密王与欧几里得	(52)	为生命画一片树叶	(142)
图论	(53)	“金字塔倒立”	(143)
药剂师的砝码	(54)	吴文俊	(145)
陈建功	(55)	多少只蚂蚁	(146)
《海岛算经》	(56)	刘徽的贡献和地位	(147)
《孙子算经》	(57)	移动圆盘的传说	(148)
外尔	(58)	你知道数学物理学吗?	(150)
香农和信息论	(59)	概率论	(151)
近代科学的始祖	(60)	徐光启	(152)
你知道对策论吗?	(61)	神奇的数学比喻	(153)
你了解数论吗?	(62)	断箭的故事	(154)
费马大定理	(63)	奔跑的狗	(156)
拉普拉斯	(64)	牵牛花的螺旋	(158)
棋盘上的麦粒问题	(65)	谁为五谷之首	(159)
池塘边的鹅群	(66)	人类能瞬间穿越时空隧道吗	(160)
植物的数学奇趣	(68)	电脑算命	(161)
斐波那契兔子问题	(70)	飞翔的蜘蛛	(162)
梵·高的画中暗藏数学公式	(72)	大海里的船	(163)
窃窃私语的画廊	(73)	华罗庚的退步解题方法	(164)
预测与朝鲜战场	(76)	百鸡问题	(166)
计算数学	(78)	蜂巢断面为正六边形	(167)
强盗的难题	(79)	祖冲之给我们的启示	(169)
韩信点兵	(81)	数学史上的一场论战	(170)
且看诸葛亮如何妙算	(83)	检票问题	(172)
1名数学家=10个师的由来	(85)	历史上的三次数学危机	(174)

# Contents

李群和李代数	(178)	数学家的回答	(262)
“六一七四”问题	(179)	指数效应	(264)
喜欢数学的康熙	(180)	不是洗澡堂	(265)
伯克霍夫	(181)	职业特点	(266)
克莱罗方程	(182)	蜗牛爬井问题	(268)
克莱姆	(183)	老寿星	(269)
花瓣知多少	(184)	习惯路线	(270)
克罗内克	(185)	圆的面积公式	(271)
“勒布朗先生”	(186)	伽利略实验的收获——摆线的发现	(272)
规矩和直尺	(187)	颜色与情绪	(273)
对数符号	(189)	有关人体的一些有趣数字	(274)
珠算与算盘	(191)	机器人经历了三个发展阶段	(275)
机械计算机	(193)	最早的生命	(276)
古代中国的数学文化	(195)	古诗中的数学问题	(277)
运筹学	(197)	数学与墓碑	(278)
纳皮尔骨算筹	(199)	浙江大学	(280)
现代几何公理体系	(201)	从一系列数中获得的天文发现	(282)
概率论的产生和发展	(204)	黄金角 $137.5^\circ$	(284)
虎狐争胜	(206)	牛郎和织女	(285)
“河妇荡杯”	(208)	高明的蜂王	(287)
唐僧取经	(209)	千年数学难题	(288)
免费的午餐	(210)	BSD 猜想	(289)
改革足球赛计分规则	(212)	黎曼假设	(290)
龟兔赛跑与极限	(214)	地震与对数	(291)
利用轨迹解决龟兔赛跑问题	(216)	地震记录仪	(292)
石钟慈与中国计算数学的发展	(217)	分栗子	(293)
刘应明——中国的查德	(218)	三维空间气泡的变化规律	(294)
袁亚湘	(219)	不可能的三接棍	(296)
景氏算子	(220)	假币谜题	(297)
王氏悖论	(221)	被墨水盖住的算式	(298)
杨-张定理	(222)	数理统计学	(299)
夏氏不等式	(223)	莱氏数学游戏	(300)
姜伯驹	(224)	古埃及纸草书	(301)
陈氏文法	(225)	最早的希腊数学记载	(303)
柯氏定理	(226)	《九章算术》与中国数学	(304)
李氏恒等式	(227)	《九章算术》简介	(305)
印度数学家拉玛奴江	(228)	天开图画——黄山的壮美数字	(306)
数学家达朗贝尔的故事	(229)	神奇的古建筑 完美的几何体	(307)
田刚	(231)	增强记忆的五步法	(308)
数学家李华宗	(232)	学数学就像学骑自行车	(310)
国际应用数学大师林家翘	(233)	武汉大学	(312)
陶哲轩——数学界的莫扎特	(235)	分解质因数的来源	(313)
周春荔	(238)	流星数学家	(314)
奥林匹克五环图案的数学美	(239)	小洪的实用数学	(316)
从倒数第一到数学大师的嬗变	(240)	爱迪生巧算灯泡容积	(317)
爱因斯坦告诉你：学习其实很简单	(242)	代数与几何	(318)
放弃就意味着死亡	(243)	一个死囚的数学智慧	(319)
数学家逐渐开始统治 IT	(244)	自由落体定律——反证法的典例	(320)
自恋性数字	(245)	四色猜想	(321)
《测圆海镜》——开元术	(246)	刘徽的割圆术	(322)
华罗庚的读书法——“厚薄”法	(247)	菲尔兹奖	(323)
田中角荣的“撕书”读书法	(248)	耐普尔灌醉鸽子	(324)
对数螺线与蜘蛛网	(250)	动物中的数学“天才”	(325)
用数字解释一切	(252)	珊瑚虫的日历	(326)
世界是数学的	(253)	长江三峡枢纽工程	(327)
“纳什平衡”理论	(255)	第一个算出地球周长的人	(329)
何谓“对称”？	(256)	数学经典问题·几何的三大问题	(330)
隐藏于大自然中的“对称”	(257)	米的诞生	(331)
网球选手的动作暗含数学原理	(258)	为什么放大镜不能把角放大？	(332)
隐藏在日常生活中的数学	(259)	你了解 e 这个数吗？	(333)
数学的作用	(260)	素数的魅力	(334)



# 第一章 集合与常用逻辑用语

## § 1.1 集合的概念及运算

### 五年高考

#### A组 2010年全国高考题组

##### 一、选择题

- (2010 课标全国,1) 已知集合  $A = \{x \mid |x| \leq 2, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $B = \{x \mid \sqrt{x} \leq 4, x \in \mathbf{Z}\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )  
A.  $(0, 2)$     B.  $[0, 2]$     C.  $\{0, 2\}$     D.  $\{0, 1, 2\}$
- (2010 北京,1) 集合  $P = \{x \in \mathbf{Z} \mid 0 \leq x < 3\}$ ,  $M = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 \leq 9\}$ , 则  $P \cap M =$  ( )  
A.  $\{1, 2\}$     B.  $\{0, 1, 2\}$   
C.  $\{x \mid 0 \leq x < 3\}$     D.  $\{x \mid 0 \leq x \leq 3\}$
- (2010 天津,9) 设集合  $A = \{x \mid |x - a| < 1, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $B = \{x \mid |x - b| > 2, x \in \mathbf{R}\}$ . 若  $A \subseteq B$ , 则实数  $a, b$  必满足 ( )  
A.  $|a + b| \leq 3$     B.  $|a + b| \geq 3$     C.  $|a - b| \leq 3$     D.  $|a - b| \geq 3$
- (2010 山东,1) 已知全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $M = \{x \mid |x - 1| \leq 2\}$ , 则  $\complement_U M =$  ( )  
A.  $\{x \mid -1 < x < 3\}$     B.  $\{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$   
C.  $\{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > 3\}$     D.  $\{x \mid x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 3\}$
- (2010 广东,1) 若集合  $A = \{x \mid -2 < x < 1\}$ ,  $B = \{x \mid 0 < x < 2\}$ , 则集合  $A \cap B =$  ( )  
A.  $\{x \mid -1 < x < 1\}$     B.  $\{x \mid -2 < x < 1\}$   
C.  $\{x \mid -2 < x < 2\}$     D.  $\{x \mid 0 < x < 1\}$
- (2010 安徽,2) 若集合  $A = \left\{x \mid \log_2 x \geq \frac{1}{2}\right\}$ , 则  $\complement_{\mathbf{R}} A =$  ( )  
A.  $(-\infty, 0] \cup \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty\right)$     B.  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty\right)$   
C.  $(-\infty, 0] \cup \left[\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty\right)$     D.  $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty\right)$
- (2010 浙江,1) 设  $P = \{x \mid x < 4\}$ ,  $Q = \{x \mid x^2 < 4\}$ , 则 ( )  
A.  $P \subseteq Q$     B.  $Q \subseteq P$     C.  $P \subseteq \complement_{\mathbf{R}} Q$     D.  $Q \subseteq \complement_{\mathbf{R}} P$
- (2010 福建,9) 对于复数  $a, b, c, d$ , 若集合  $S = \{a, b, c, d\}$  具有性质“对任意  $x, y \in S$ , 必有  $xy \in S$ ”, 则当  $\begin{cases} a = 1, \\ b^2 = 1, \text{ 时, } b + c + d \\ c^2 = b \end{cases}$  等于 ( )  
A. 1    B. -1    C. 0    D. i

- (2010 湖南,1) 已知集合  $M = \{1, 2, 3\}$ ,  $N = \{2, 3, 4\}$ , 则 ( )  
A.  $M \subseteq N$     B.  $N \subseteq M$   
C.  $M \cap N = \{2, 3\}$     D.  $M \cup N = \{1, 4\}$
- (2010 江西,2) 若集合  $A = \{x \mid |x| \leq 1, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $B = \{y \mid y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )  
A.  $\{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$     B.  $\{x \mid x \geq 0\}$   
C.  $\{x \mid 0 \leq x \leq 1\}$     D.  $\emptyset$
- (2010 陕西,1) 集合  $A = \{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$ ,  $B = \{x \mid x < 1\}$ , 则  $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) =$  ( )  
A.  $\{x \mid x > 1\}$     B.  $\{x \mid x \geq 1\}$   
C.  $\{x \mid 1 < x \leq 2\}$     D.  $\{x \mid 1 \leq x \leq 2\}$
- (2010 辽宁,1) 已知  $A, B$  均为集合  $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  的子集, 且  $A \cap B = \{3\}$ ,  $(\complement_U B) \cap A = \{9\}$ , 则  $A =$  ( )  
A.  $\{1, 3\}$     B.  $\{3, 7, 9\}$   
C.  $\{3, 5, 9\}$     D.  $\{3, 9\}$

##### 二、填空题

- (2010 江苏,1) 设集合  $A = \{-1, 1, 3\}$ ,  $B = \{a + 2, a^2 + 4\}$ ,  $A \cap B = \{3\}$ , 则实数  $a$  的值为\_\_\_\_\_.
- (2010 四川,16) 设  $S$  为复数集  $\mathbf{C}$  的非空子集. 若对任意  $x, y \in S$ , 都有  $x + y, x - y, xy \in S$ , 则称  $S$  为封闭集. 下列命题:  
①集合  $S = \{a + bi \mid a, b \text{ 为整数, } i \text{ 为虚数单位}\}$  为封闭集;  
②若  $S$  为封闭集, 则一定有  $0 \in S$ ;  
③封闭集一定是无限集;  
④若  $S$  为封闭集, 则满足  $S \subseteq T \subseteq \mathbf{C}$  的任意集合  $T$  也是封闭集.  
其中的真命题是\_\_\_\_\_. (写出所有真命题的序号)
- (2010 重庆,12) 设  $U = \{0, 1, 2, 3\}$ ,  $A = \{x \in U \mid x^2 + mx = 0\}$ ; 若  $\complement_U A = \{1, 2\}$ , 则实数  $m =$ \_\_\_\_\_.

##### 三、解答题

- (2010 北京,20,13 分) 已知集合  $S_n = \{X \mid X = (x_1, x_2, \dots, x_n), x_i \in \{0, 1\}, i = 1, 2, \dots, n\} (n \geq 2)$ . 对于  $A = (a_1, a_2, \dots, a_n), B = (b_1, b_2, \dots, b_n) \in S_n$ , 定义  $A$  与

### 智力背景

**康托尔与集合论(一)** 集合论简介: 由于研究无穷时往往推出一些合乎逻辑的但又荒谬的结果(称为“悖论”), 许多大数学家唯恐陷进去而采取退避三舍的态度. 在 1874~1876 年期间, 不到 30 岁的德国年轻数学家康托尔向神秘的无穷宣战. 他靠着辛勤的汗水, 成功地证明了一条直线上的点能够和一个平面上的点一一对应, 也能和空间中的点一一对应. (图为康托尔)



$B$  的差为  $A-B=(|a_1-b_1|, |a_2-b_2|, \dots, |a_n-b_n|)$ ;

$A$  与  $B$  之间的距离为  $d(A, B) = \sum_{i=1}^n |a_i - b_i|$ .

(1) 证明:  $\forall A, B, C \in S_n$ , 有  $A-B \in S_n$ , 且  $d(A-C, B-C) = d(A, B)$ ;

(2) 证明:  $\forall A, B, C \in S_n$ ,  $d(A, B), d(A, C), d(B, C)$  三个数中至少有一个是偶数;

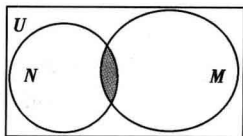
(3) 设  $P \subseteq S_n$ ,  $P$  中有  $m(m \geq 2)$  个元素, 记  $P$  中所有两元素间

距离的平均值为  $\bar{d}(P)$ . 证明:  $\bar{d}(P) \leq \frac{mn}{2(m-1)}$ .

## B组 2006—2009 年新课标地区高考题组

### 一、选择题

1. (2009 山东, 1, 5 分) 集合  $A = \{0, 2, a\}$ ,  $B = \{1, a^2\}$ . 若  $A \cup B = \{0, 1, 2, 4, 16\}$ , 则  $a$  的值为 ( )  
A. 0      B. 1      C. 2      D. 4
2. (2009 广东, 1, 5 分) 已知全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $M = \{x | -2 \leq x - 1 \leq 2\}$  和  $N = \{x | x = 2k - 1, k = 1, 2, \dots\}$  的关系的韦恩(Venn)图如右图所示, 则阴影部分所示的集合的元素共有 ( )  
A. 2 个      B. 3 个  
C. 1 个      D. 无穷多个
3. (2009 宁夏、海南, 1, 5 分) 已知集合  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ,  $B = \{0, 3, 6, 9, 12\}$ , 则  $A \cap \complement_N B =$  ( )  
A.  $\{1, 5, 7\}$       B.  $\{3, 5, 7\}$       C.  $\{1, 3, 9\}$       D.  $\{1, 2, 3\}$
4. (2009 辽宁, 1, 5 分) 已知集合  $M = \{x | -3 < x \leq 5\}$ ,  $N = \{x | -5 < x < 5\}$ , 则  $M \cap N =$  ( )  
A.  $\{x | -5 < x < 5\}$       B.  $\{x | -3 < x < 5\}$   
C.  $\{x | -5 < x \leq 5\}$       D.  $\{x | -3 < x \leq 5\}$
5. (2009 浙江, 1, 5 分) 设  $U = \mathbf{R}$ ,  $A = \{x | x > 0\}$ ,  $B = \{x | x > 1\}$ , 则  $A \cap \complement_U B =$  ( )  
A.  $\{x | 0 \leq x < 1\}$       B.  $\{x | 0 < x \leq 1\}$   
C.  $\{x | x < 0\}$       D.  $\{x | x > 1\}$
6. (2008 山东, 1, 5 分) 满足  $M \subseteq \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ , 且  $M \cap \{a_1, a_2, a_3\} = \{a_1, a_2\}$  的集合  $M$  的个数是 ( )  
A. 1      B. 2      C. 3      D. 4



7. (2008 浙江, 2, 5 分) 已知  $U = \mathbf{R}$ ,  $A = \{x | x > 0\}$ ,  $B = \{x | x \leq -1\}$ , 则  $(A \cap \complement_U B) \cup (B \cap \complement_U A) =$  ( )  
A.  $\emptyset$       B.  $\{x | x \leq 0\}$   
C.  $\{x | x > -1\}$       D.  $\{x | x > 0 \text{ 或 } x \leq -1\}$
8. (2007 山东, 2, 5 分) 已知集合  $M = \{-1, 1\}$ ,  $N = \{x | \frac{1}{2} < 2^{x+1} < 4, x \in \mathbf{Z}\}$ , 则  $M \cap N$  等于 ( )  
A.  $\{-1, 1\}$       B.  $\{-1\}$       C.  $\{0\}$       D.  $\{-1, 0\}$
9. (2006 山东, 1, 5 分) 定义集合运算  $A \odot B = \{z | z = xy(x+y), x \in A, y \in B\}$ . 设集合  $A = \{0, 1\}$ ,  $B = \{2, 3\}$ , 则集合  $A \odot B$  的所有元素之和为 ( )  
A. 0      B. 6      C. 12      D. 18
10. (2006 安徽, 2, 5 分) 设集合  $A = \{x | |x-2| \leq 2, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $B = \{y | y = -x^2, -1 \leq x \leq 2\}$ , 则  $\complement_{\mathbf{R}}(A \cap B)$  等于 ( )  
A.  $\mathbf{R}$       B.  $\{x | x \in \mathbf{R}, x \neq 0\}$   
C.  $\{0\}$       D.  $\emptyset$

### 二、填空题

11. (2009 江苏, 11, 5 分) 已知集合  $A = \{x | \log_2 x \leq 2\}$ ,  $B = (-\infty, a)$ , 若  $A \subseteq B$ , 则实数  $a$  的取值范围是  $(c, +\infty)$ , 其中  $c =$  \_\_\_\_\_.
12. (2009 陕西, 14, 4 分) 某班有 36 名同学参加数学、物理、化学课外探究小组, 每名同学至多参加两个小组. 已知参加数学、物理、化学小组的人数分别为 26、15、13, 同时参加数学和物理小组的有 6 人, 同时参加物理和化学小组的有 4 人, 则同时参加数学和化学小组的有 \_\_\_\_\_ 人.

## 解 读 探 究



### 考纲解读

#### 1. 考纲内容

##### (1) 集合的含义与表示

① 了解集合的含义、元素与集合的属于关系.

② 能用自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题.

##### (2) 集合间的基本关系

① 理解集合之间包含与相等的含义, 能识别给定集合的子集.

② 在具体情境中, 了解全集与空集的含义.

##### (3) 集合的基本运算

① 理解两个集合的并集与交集的含义, 会求两个简单集合的并集与交集.

② 理解在给定集合中一个子集的补集的含义, 会求给定子



**康托尔与集合论(二)** 这样看起来, 1 厘米长的线段内的点与太平洋面上的点, 以及整个地球内部的点都“一样多”, 后来几年, 康托尔对这类“无穷集合”问题发表了一系列文章, 通过严格证明得出了许多惊人的结论. 康托尔的创造性工作与传统的数学观念发生了尖锐冲突, 遭到一些人的反对、攻击甚至谩骂. 有人说, 康托尔的集合论是一种“疾病”, 康托尔的概念是“雾中之雾”, 甚至说康托尔是“疯子”. 1897 年举行的第一次国际数学家会议上, 他的成就得到承认.

## 智力背景

集的补集.

③能使用韦恩(Venn)图表达集合的关系及运算.

## 2. 分析解读

从考纲内容上看,与以往无太大变化,属于比较平稳的过渡.主要能力要求有:

(1)理解、掌握集合的表示方法,能够判断元素与集合、集合与集合之间的关系.

(2)能判断集合是否相等.

(3)能够正确处理含有字母问题的讨论.

(4)掌握集合的交、并、补的运算和性质.

(5)会用韦恩图(文氏图)表示集合与集合间的关系.

(6)会用数形结合和分类讨论的思想解决有关集合的问题.



## 命题规律

1. 从考查内容上看,高考命题仍以考查概念和计算为主,考查两个集合的交集与并集、补集.例如 2010 山东,1、2010 浙江,1.

2. 从考查形式上看,多以选择题、填空题的形式出现,联系

不等式的解集与不等关系.例如 2010 全国课标,1、2010 四川,16.

3. 从能力要求上看,注重基础知识和基本技能的考查,要求具备数形结合的思想意识,会借助 Venn 图、数轴等工具解决集合运算问题.例如 2010 北京,1、2010 安徽,2.



## 命题趋势

### 1. 考查内容

预计 2011 年高考主要考查:

(1)以考查集合的运算为主,也会考查集合的性质及集合与元素、集合与集合之间的关系.同时注意 Venn 图的考查.

(2)以集合为载体考查函数、不等式、方程、三角函数、曲线及轨迹等有关知识.

(3)考查集合中的信息迁移题.

(4)利用集合之间的关系求参数的取值范围.

### 2. 难度与赋分

本专题考查一般以集合的运算为主,兼顾集合表示法的应用.一般为容易题,每年高考分值在 5 分左右.

## 知识清单

### 常考点清单

#### 1. 元素与集合

(1)元素与集合的关系有且仅有两种:\_\_\_\_\_ (用符号“ $\in$ ”表示)和\_\_\_\_\_ (用符号“ $\notin$ ”表示).如  $a \in A, a \notin B$  等.

#### (2)集合中元素的特征

确定性	作为一个集合中的元素,必须是确定的.即一个集合一旦确定,某一个元素属于不属于这个集合是确定的.要么是集合中的元素,要么不是,二者必居其一,这个特性通常被用来判断涉及的总体是否能构成集合
互异性	集合中的元素必须是互异的.对于一个给定的集合,它的任何两个元素都是不同的.这个特性通常被用来判断集合的表示是否正确,或用来求集合中的未知元素
无序性	集合与其中元素的排列顺序无关,如 $a, b, c$ 组成的集合与 $b, c, a$ 组成的集合是相同的集合.这个特性通常被用来判断两个集合的关系

(3)集合的分类:\_\_\_\_\_ ; \_\_\_\_\_.特别地,我们把不含有任何元素的集合叫做\_\_\_\_\_,记作 $\emptyset$ .

#### (4)常用数集及其表示符号

名称	非负整数集 (自然数集)	正整数集	整数集	有理数集	实数集
符号	_____	_____	_____	_____	_____

(5)集合的表示方法:\_\_\_\_\_ ; \_\_\_\_\_ ; \_\_\_\_\_.

#### 2. 集合间的关系

##### (1)集合间的运算关系

名称	自然语言描述	符号语言表示	Venn 图表示
子集	如果集合 $A$ 中所有元素都是集合 $B$ 中的元素,则称集合 $A$ 为集合 $B$ 的子集	$A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$ )	
真子集	如果集合 $A \subseteq B$ , 但存在元素 $a \in B$ , 但 $a \notin A$ , 则称集合 $A$ 是集合 $B$ 的真子集	_____	
集合相等	集合 $A$ 与集合 $B$ 中元素相同,那么就说集合 $A$ 与集合 $B$ 相等	$A = B$	

## 智力背景

没有来的人请举手了! (一) 从前,山东省有个大军阀,在一次会议开始时想点点名,了解一下哪些人来,哪些人没来.可是,到会的人数比较多,点名很费事,于是这个不学无术的军阀就想了一个“办法”,他大声地叫道:“没有来的人请举手了!”他认为没有来的人总是少数,只要知道哪些人没来,来的人无需一一点名就明白了.到会的人面面相觑,都感到莫名其妙.





并集	对于两个给定集合 $A, B$ , 由所有属于集合 $A$ 或属于集合 $B$ 的元素组成的集合	$A \cup B = \{x   x \in A, \text{ 或 } x \in B\}$	
交集	对于两个给定集合 $A, B$ , 由所有属于集合 $A$ 且属于集合 $B$ 的元素组成的集合	_____	
补集	对于一个集合 $A$ , 由全集 $U$ 中所有属于集合 $U$ 但不属于集合 $A$ 的所有元素组成的集合称为集合 $A$ 在全集 $U$ 中的补集, 记作 $\complement_U A$	$\complement_U A = \{x   x \in U, \text{ 且 } x \notin A\}$	

(2) 集合间的逻辑关系

交集:  $A \cap B \subseteq A; A \cap B \subseteq B; A \cap B \subseteq I; A \cap A = A; A \cap \emptyset = \emptyset.$

并集:  $A \cup B \supseteq A; A \cup B \supseteq B; A \cup I = I; A \cup A = A; A \cup \emptyset = A.$

补集:  $\complement_U(\complement_U A) = A; \complement_U U = \emptyset; \complement_U \emptyset = U; A \cap (\complement_U A) = \emptyset;$

$A \cup (\complement_U A) = U.$

3. 设有限集合  $A, \text{card}(A) = n (n \in \mathbf{N}^+)$ , 则

(1)  $A$  的子集个数是 \_\_\_\_\_;

(2)  $A$  的真子集个数是 \_\_\_\_\_;

(3)  $A$  的非空子集个数是 \_\_\_\_\_;

(4)  $A$  的非空真子集个数是 \_\_\_\_\_.

## 易错题清单

忽视题目中的隐含条件或已知条件

[易错题] 若  $A = \{1, 3, x\}, B = \{x^2, 1\}$ , 且  $A \cup B = \{1, 3, x\}$ , 则这样的  $x$  的不同取值有 ( )

A. 2个      B. 3个      C. 4个      D. 5个

\* 答案 B

\* 解析 由已知得  $B \subseteq A, \therefore x^2 \in A, x^2 \neq 1. \textcircled{1} x^2 = 3, \text{得 } x = \pm\sqrt{3}, \text{都符合. } \textcircled{2} x^2 = x, \text{得 } x = 0 \text{ 或 } x = 1, \text{而 } x \neq 1, \therefore x = 0. \text{综合} \textcircled{1}$

②, 共有 3 个值.

错因分析 本题在解答过程中容易因为没考虑互异性或考虑不全面而出错. 由  $x^2 = 1, x^2 = 3, x^2 = x$  三种情况, 一共解出 5 个值, 选择 D. 另外, 考虑互异性时, 由  $x \neq 1$ , 将  $x^2 = x$  这种情况也舍去, 只剩  $x^2 = 3$ , 选择 A.

## 突破方法



### 重点难点

1. 集合中的元素三个基本特性的应用

(1) 确定性: 任意给定一个对象, 都可以判断它是不是给定集合的元素, 也就是说, 给定集合必须有明确的条件, 依此条件, 可以明确地判定某一对象是这个集合的元素或不是这个集合的元素, 二者必居其一, 不会模棱两可.

如: “较大的数”“著名科学家”等均不能构成集合.

(2) 互异性: 即一个集合中的任何两个元素都应该是不相同的, 特别是含有字母的问题, 解题后需进行检验.

(3) 无序性.

2. 集合中三种语言的互化是解决集合问题的关键

即文字语言、符号语言、图象语言的互化.



### 方法技巧

一、数形结合思想

对于某些问题, 文字描述较为抽象, 可借助韦恩图及坐标轴, 利用几何的直观性, 以“形”助“数”, 形象、直观、方便快捷.

二、补集思想

对于某些问题, 如果从正面求解较困难, 则可考虑先求解问题的反面, 采用“正难则反”的解题策略. 具体地说, 就是将研究对象的全集视为全集, 求出使问题反面成立的集合  $A$ , 则  $A$  的补集即为所求.

## 智力背景



没有来的人请举手了! (二) 在教学中, 集合是一个重要的基本概念. 今天会议应到的人就构成一个集合. 其中实到的人是应到的人的一部分. 我们就把应到的人叫做“全集”, 实到的人叫做它的“子集”. 未到的人也是应到的人的一部分, 所以它也是一个子集. 实到的人这个子集与未到的人这个子集正好是应到的人这个全集, 我们把这两个子集叫做互补的集合. 这个军阀为了了解“实到的人”这个子集, 转而去了解这个子集的补集——未到的人的集合. 这个方法是不错的. 不过由于他脱离了实际, 结果闹了个大笑话.