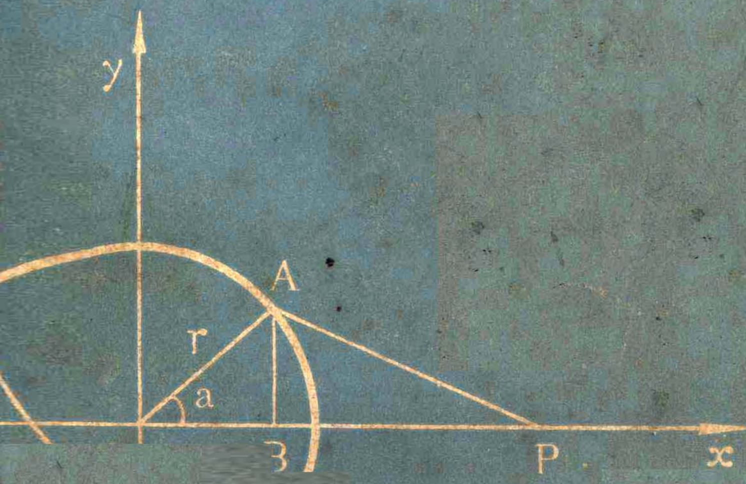
初中三年级

数学习题解

黄云浦



初中三年级

数学习题解

黄云浦

内蒙古人民出版社

一九八一·呼和浩特

初中三年级数学习题解

黄云浦

*

内蒙古人民出版社出版
（呼和浩特市新城西街82号）
内蒙古新华书店发行　内蒙古新华印刷厂印刷
开本：787×1092 1/32 印张：11.875 字数：252千
1980年9月第一版　1981年12月第1次印刷
印数：1—64,700册
统一书号：7089·163　每册：1.00元

内 容 简 介

本书是配合全国统编教材，为初中三年级学生编写的课外数学读物。全书共七章，包括了初中三年级数学教学的全部内容；各章紧密配合基础理论，选了相当数量、有一定代表性的习题，并有详细解题过程；此外，各章还有适量的思考题加提示。本书不仅有利于巩固学生的基础知识，也可作为系统的复习资料，供学生反复熟悉各种习题的演算方法。

本书与《初中一年级数学习题解》、《初中二年级数学习题解》组成一套完整的数学读物，亦可供一般数学爱好者自学之用。

目　　录

第一章　直角坐标系

1、正方形$ABCD$的边长为a，按下述情况，求各顶点坐标。

（1）顶点A在坐标原点，AB·AD分别在X、Y轴的负方向上；

（2）AC和BD之交点在坐标原点，边平行于坐标轴；

（3）AC和BD之交点在坐标原点，OA在X轴的正方向上。

解：

（1）如图1.1，A、B、C、D各点坐标分别为：(O,O)，$(-a,\ O)$，$(-a,-a)$，$(O,\ -a)$。

（2）如图1.2，A、B、C、D各点坐标分别为：

$$\left(\frac{a}{2},\ \frac{a}{2}\right),\ \left(-\frac{a}{2},\ \frac{a}{2}\right),\ \left(-\frac{a}{2},\ -\frac{a}{2}\right),$$

$$\left(\frac{a}{2},\ -\frac{a}{2}\right).$$

（3）如图1.3，$CA=DB=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2}\,a$，

$OA=\frac{\sqrt{2}}{2}a$，

A、B、C、D各点坐标分别是：

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a,\ O\right),\ \left(O,\ \frac{\sqrt{2}}{2}a\right),\ \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}a,\ O\right),$$

$$\left(O,\ -\frac{\sqrt{2}}{2}a\right),$$

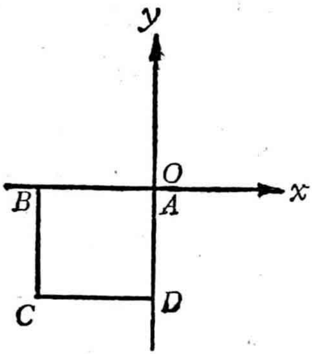


图　1-1

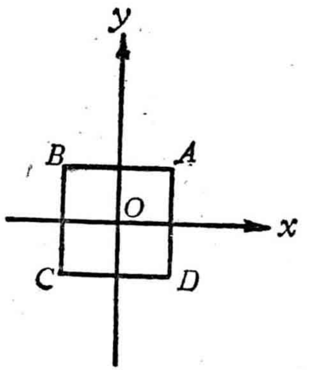


图　1-2

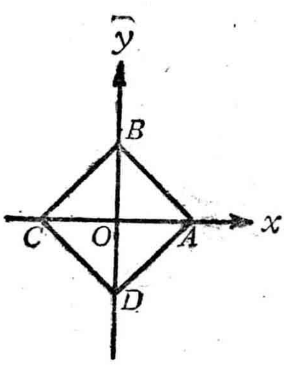


图　1-3

2、菱形每边长是5，一条对角线的长是6，取两条对角线所在的直线作坐标轴，求四个顶点的坐标。

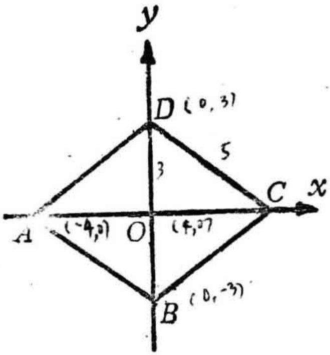


图　1-4

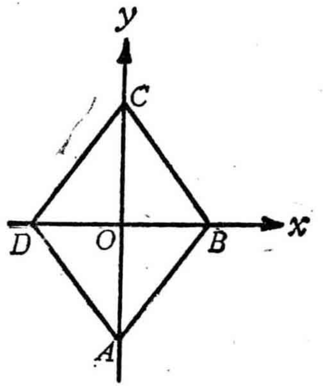


图　1-5

解：如图1.4，设长为 6 的对角线在Y轴上，

即$BD=6$，则$OD=3, OC=\sqrt{5^2-3^2}=4$，

A、B、C、D、各点的坐标分别为：

（－4，0），（0，－3），（4，0），（0，3）

如图1.5，长为 6 的对角线在X轴上，

即$DB=6$，$OB=3$，$OC=4$

A、B、C、D各点坐标分别为：

（0，－4），（3，0），（0，4），（－3，0）

3、边长为a的正三角形，按下述情况，求各顶点的坐标。

（1）一边所在的直线作X轴，这边中点作坐标原点；

（2）一边所在直线作X轴，一个顶点作原点，另一顶点在第Ⅱ象限或第Ⅳ象限；

（3）三角形的重心为原点，一边平行于X轴，且另一顶点在X轴的上方。

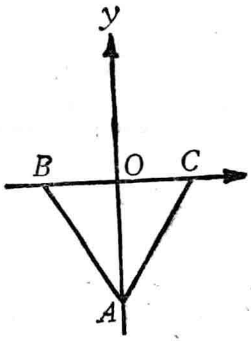


图 1-6

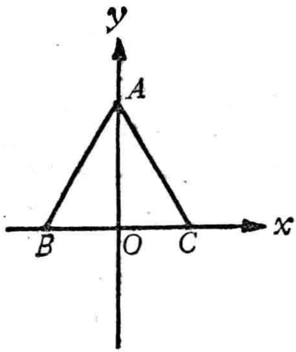


图 1-7

解：（1）设等边三角形ABC之边BC在X轴上，BC之中点作原点，当A在X轴的下方（图1.6）时，由于AO

$=\sqrt{a^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，得$A$、$B$、$C$的坐标分别是：

$\left(O,\ -\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)$，$\left(-\frac{a}{2},\ O\right)$，$\left(\frac{a}{2},\ O\right)$。

当A在X轴的上方（图1.7）时，

得A、B、C的坐标分别是：

$\left(O,\ \frac{\sqrt{3}}{2}a\right)$，$\left(-\frac{a}{2},\ O\right)$，$\left(\frac{a}{2},\ O\right)$。

（2）如图1.8，C为原点，BC在X轴上，

当A在第Ⅱ象限时，A、B、C三点坐标分别是：

$\left(-\frac{a}{2},\ \frac{\sqrt{3}}{2}a\right)$。

$(-a,\ O)$，
$(O,\ O)$

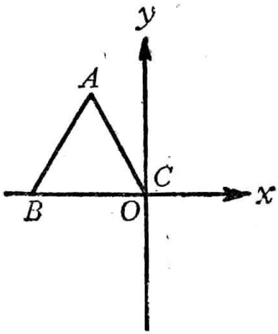


图　1-8

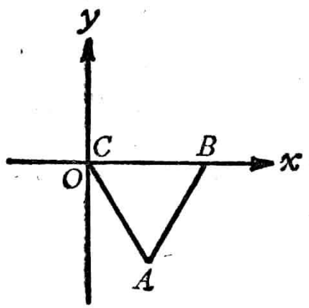


图　1-9

如图1.9，当A在第Ⅳ象限时，A、B、C三点坐标分别是：

$\left(\frac{a}{2},\ -\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)$，$(a,\ O)$，$(O,\ O)$，

（3）如图1·10，O为$\triangle ABC$之重心，
BC平行于X轴，点A在
Y轴上，

$$OA=\frac{2}{3}DA=\frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}a=\frac{\sqrt{3}}{3}a,$$

$$DO=\frac{1}{3}DA=\frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}a=\frac{\sqrt{3}}{6}a$$

∴A、B、C各点的坐标

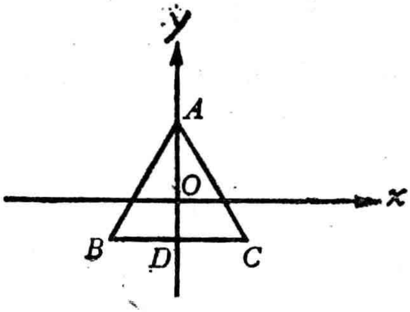


图 1-10

分别是：

$$\left(O,\ \frac{\sqrt{3}}{3}a\right),\ \left(-\frac{a}{2},\ -\frac{\sqrt{3}}{6}a\right),\ \left(\frac{a}{2},\ -\frac{\sqrt{3}}{6}a\right),$$

4、平行四边形$ABCD$中，$AB=8$，$AD=5$，$\angle A=60°$，如果取A作原点，AB所在的直线作X轴，C点所在的象限作第Ⅰ象限，求它的各顶点的坐标。

解：如图1.11，从D、C分别向X轴作垂线DE、CF，

$\because \angle DAB=60°$，

$\therefore AE=\frac{1}{2}AD=\frac{5}{2}$

$ED=\sqrt{5^2-\left(\frac{5}{2}\right)^2}=\frac{5}{2}\sqrt{3}$

又$\because \triangle ADE\cong\triangle BCF$，

$\therefore AE=BF$，

$\therefore A$、B、C、D各点坐标分别是：

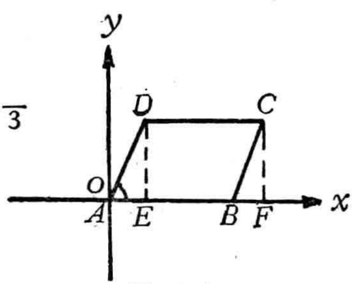


图 1-11

$(0, 0)$ $(8, 0)$, $\left(\frac{21}{2}, \frac{5}{2}\sqrt{3}\right)$, $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\sqrt{3}\right)$

5、一船向北偏东60°航行40公里，再向北偏东45°航行24公里，这时船在起点的东面多少公里？北面多少公里？

解：设X轴正向为东，Y轴正向为北，

如图1.12，$\angle AOE = 30°$，$\angle BAC = 45°$，

$OA = 40$，$AB = 24$，

则$EA = \frac{1}{2}OA = 20$，

$OE = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 40$

$= 20\sqrt{3}$，

$AC = CB = 12\sqrt{2}$

$\therefore OD = OE + ED$

$= 20\sqrt{3} + 12\sqrt{2}$（公里）

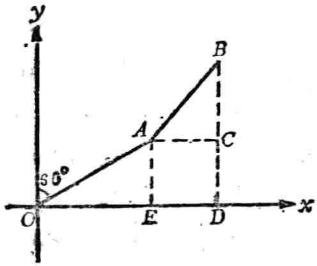


图 1-12

$DB = DC + CB = 20 + 12\sqrt{2}$（公里）.

答：船在起点东面（$20\sqrt{3} + 12\sqrt{2}$）公里，在起点北面（$20 + 12\sqrt{2}$）公里.

6、分别求点（a、b）关于X轴、Y轴、原点的对称点坐标。

解：关于X轴对称的两点的横坐标相同，纵坐标绝对值相等，符号相反，故（a、b）关于X轴对称点的坐标为(a, $-b$)，关于Y轴对称的两点的纵坐标相同，横坐标绝对值相等，符号相反，故(a、b)关于Y轴对称点的坐标为($-a$,b)、关于原点对称的两点的横、纵坐标都是绝对值相等，符号相反，故（a、b）关于原点对称点的坐标为（$-a$，$-b$）.

7、证明点M（a、b）关于两坐标轴在第Ⅰ象限和第Ⅳ象限

的夹角平分线的对称点M'的坐标是（b、a）。

证明：作$MB\perp Y$轴垂足为B，$M'A\perp X$轴垂足为A，设：l为Ⅰ、Ⅲ象限坐标轴夹角的平分线，

$\because M$与M'关于l对称，

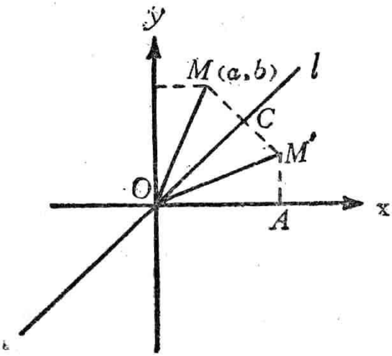


图 1-13

$\therefore l$为MM'之垂直平分线。

$\therefore OM=OM'$，$\angle MOC=\angle M'OC$。

$\therefore \angle MOB=\angle M'OA$。

$\angle B=\angle A=90°$

$\therefore \triangle OMB\cong\triangle OM'A$。

$\therefore BM=AM'$，$OB=OA$。

但$BM=a, OB=b$

$\therefore AM'=a$，$OA=b$。

即M'的坐标为（b、a）。

8、两圆相交于A、B两点并且它们关于连心线对称，已知A的坐标是（5，$-\sqrt{5}$），根据下列条件求B点的坐标。

（1）两个圆心都在X轴上；

（2）两个圆心都在Y轴上；

（3）两个圆心都在Ⅰ、Ⅳ象限角的平分线上。

解：（1）$\because$ 连心线在X轴上，

$\therefore$ A、B是关于X轴对称的点。

而 A（5，$-\sqrt{5}$），

$\therefore$ $B(5, \sqrt{5})$。

（2）$\because$ 连心线在Y轴上，

$\therefore$ A、B是关于Y轴对称的点。

而 $A(5, -\sqrt{5})$，

$\therefore$ $B(-5, -\sqrt{5})$.

（3）$\because$ 连心线为Ⅰ、Ⅳ象限角的平分线，

$\therefore$ A、B是关于Ⅰ、Ⅳ象限角的平分线对称的点。

而 $A(5, -\sqrt{5})$，

$\therefore$ $B(-\sqrt{5}, 5)$。

9、设A、B是数轴上的点，不管A、B在数轴上什么位置，证明$AB = X_B - X_A$，其中X_A，X_B分别表示点A和点B的坐标。

证明：数轴上A、B二点关于原点O的位置关系有如下六种：

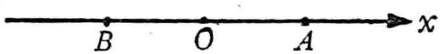


图 1-14

i）图1.14，A点在B点的左边，且A、B都在原点的右边。

则 $AB = |AB| = |OB| - |OA|$，

而 $OB = |OB|$，$OA = |OA|$，

$\therefore$ $AB = OB - OA$，

而 $OB = X_B$，$OA = X_A$，

∴ $AB = X_B - X_A$.

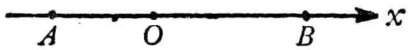


图 1-15

ii) 图1.15，A点在B点的左边，且O在AB之间，

$AB = |AB| = |OA| + |OB|$.

但 $OA = -|OA|$，$OB = -|OB|$，

∴ $AB = -OA + OB = X_B - X_A$.

图 1-16

iii) 图1.16，A点在B点的左边，且A、B都在O点的左边

$AB = |AB| = |OA| - |OB|$

但 $OA = -|OA|$，$OB = -|OB|$，

∴ $AB = -OA - (-OB) = OB - OA = X_B - X_A$

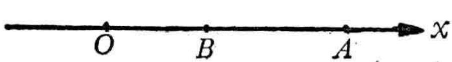


图 1-17

iv) 图1.17，A点在B点的右边，且A、B都在O点的右边。

$AB = = |AB| = = (|OA| - |OB|) = |OB| - |OA|$

但　$OB=|OB|$，$OA=|OA|$。

∴　$AB=OB-OA=X_B-X_A$。

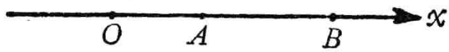


图　1-18

v）图1.18，A点在B点的右边，且O在A.B之间，$AB=-|AB|=-(|OB|+|OA|)=-|OB|-|OA|$

但　$OB=-|OB|$，$OA=|OA|$。

∴$AB=OB-OA=X_B-X_A$

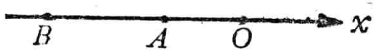


图　1-19

vi）图1·19，A点在B点的右边，且A、B都在O点的左边。

$AB=-|AB|=-(|OB|-|OA|)=-|OB|+|OA|$。

但　$OB=-|OB|$，$OA=-|OA|$。

∴　$AB=OB-OA=X_B-X_A$

10、已知，数轴上有三点A、B、C，它们的坐标依次是-3，4，7，

（1）求AB，BA，BC，CA的数量；

（2）求AB，BA，BC，CA的长度；

（3）求$AB+BC+CA$的数量；

（4）证明：$AB+BC=AC$。

解：（1）$AB=X_B-X_A=4-(-3)=7$；

$BA=X_A-X_B=-3-4=-7$；

$BC=X_C-X_B=7-4=3$；

$CA=X_A-X_C=-3-7=-10$。

（2）由（1）得 $|AB|=|BA|=7$； $|BC|=3$；$|CA|=10$。

（3）$AB+BC+CA=7+3-10=0$，

（4）$AB+BC=7+3=10$，$AC=7-(-3)=10$，

$\therefore\ AB+BC=AC$。

11、设 P是 A、B、C三点所在直线上任一点，

求证：$PA\cdot BC+PB\cdot CA+PC\cdot AB=0$

证明：取A、B、C三点所在直线作数轴，并设A、B、C三点的坐标依次为o、b、c，p点的坐标为x，则

$PA\cdot BC+PB\cdot CA+PC\cdot AB=-x(c-b)+(b-x)(-c)+(c-x)b=-cx+bx-bc+cx+bc-bx=0$。

12、四点A、B、C、D在一直线上，且$\frac{2}{AC}=\frac{1}{AB}+\frac{1}{AD}$时，

求证：$\frac{AB}{BC}=-\frac{AD}{DC}$

证明：取A、B、C、D所在的直线作数轴，A作原点，则B、C、D的坐标依次为b，c，d。

$\therefore\ AC=c$，$AB=b$，$AD=d$

代入所给条件，$\frac{2}{c}=\frac{1}{b}+\frac{1}{d}$