

中国数学教育研究30年丛书

主编 喻平 涂荣豹 徐文彬

中国数学教育 心理研究30年

喻平 连四清 武锡环 主编



科学出版社

全国教育科学“十一五”规划重点课题(DAA080080)

中国数学教育研究 30 年丛书

主编 喻 平 涂荣豹 徐文彬

中国数学教育心理研究 30 年

喻 平 连四清 武锡环 主编

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书对中国数学教育心理 30 年(1978 ~ 2008)的研究概况进行了全面的回顾和梳理。内容涉及:数学概念与命题学习、数学问题解决、数学学习迁移、工作记忆系统与数学认知、数学元认知、数学学习策略、数学认知结构、数学能力、数学思维、数学学习的非智力因素、数学教师心理。在对每一类问题的主要研究成果进行综述的基础上作了比较全面的评析,结合国外的相关研究,进行反思并提出值得进一步研究的问题。

本书可供数学教育专业研究生、本科生,教育硕士,中小学数学教研人员阅读参考,也可以作为中小学数学教师培训的辅助读物。

图书在版编目(CIP)数据

中国数学教育心理研究 30 年/喻平,连四清,武锡环主编. —北京:科学出版社,2011

(中国数学教育研究 30 年丛书)

ISBN 978-7-03-029961-1

I. ①中… II. ①喻… ②连… ③武… III. ①数学—教育心理学—中国—1979~2008 IV. G447

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 005159 号

责任编辑:徐园园 赵彦超/责任校对:张凤琴

责任印制:钱玉芬/封面设计:王 浩

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

西源印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2011 年 2 月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2011 年 2 月第一次印刷 印张:27 1/4

印数:1—2 500 字数:528 000

定价:78.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

《中国数学教育研究 30 年丛书》序

中国基础教育中的数学教育及其研究，自 20 世纪 70 年代末以来，经历了拨乱反正、恢复秩序、确立传统和学习先进等历程；自 21 世纪元年以来，又经历了课程改革、争鸣反思、认识传统与自我创新等过程，其中的自我创新还在经历一个艰辛的探索过程。中国数学教育研究正在走着继往开来、方兴未艾之路。

回顾这 30 多年来的风风雨雨、点滴积累、改革尝试和开拓创新，不仅对我们的数学教育实践会有所启发与警醒：就儿童的发展而言，我们的数学教育实践是合适的吗？就时代的发展而言，我们的数学教育实践是合时的吗？就数学的发展而言，我们的数学教育是适切的吗？与世界其他国家或地区相比较而言，我们的“能”或优势何在？我们的“拙”或不足又在哪里？……而且，它对我们的数学教育研究也会有所引导与警觉：数学能否确立人类的认知人性论之认知理性？如果能，那么数学教育又该怎样培养儿童的认知理性呢？如果不能，那么数学教育又该如何培养儿童的认知理性呢？数学能否确立人类的伦理人性论之伦理德性呢？如果能，那么数学教育又该怎样培养儿童的伦理德性呢？如果不能，那么数学教育又该如何培养儿童的伦理德性呢？数学文化在人类文化发展中的作用究竟如何？数学教育对数学文化的“继往开来”究竟能够起到何种作用？又该起到何种作用？作为人类“共有文化”与“普适文化”之一的数学文化之教育，与教育者和受教育者自身的文化之间是何种关系？这种关系又是如何影响数学文化之习得的呢？儿童个体的数学习得与儿童群体的数学习得之间有何不同？数学教育该如何把握这种不同？儿童的数学习得是否与成人有所不同？若相同，那么作为数学教师的成人又该如何把握这种相同呢？若不同，那么作为数学教师的成人又该如何把握这种不同呢？我们如何突破数学教材的限制而在数学课程上开拓数学教育的功能？信息技术在其中的作用与限度各是什么？如果我们可以说，数学教学是实实在在的数学教育，那么，这种实实在在的数学教育有“放之四海而皆准”的客观规律吗？如果有，我们能够揭示多少呢？又能够把握多少呢？如果没有，我们又该如何开展这种实实在在的数学教育呢？信息技术在其中的作用与限度又各是什么呢？……

概言之，这 30 多年的数学教育研究可以归结为以下五个主要方面：数学教育哲学研究、数学教育文化研究、数学教育心理研究、数学课程与教材研究、数学教学研究。其中，数学教育哲学研究和数学教育文化研究可谓是数学教育研究的新领

域,而数学教育心理、课程(教材)和教学研究则属于数学教育研究比较传统的领域。

1. 数学教育哲学研究

基础教育中的数学教育之哲学研究不仅离不开数学之哲学思考,也离不开教育之哲学思考,更离不开数学方法的能力锻造。这一部分内容主要包括以下一些核心主题:(1) 数学哲学研究的概述;(2) 代表人物的数学哲学思想的研究;(3) 数学的对象、本质与真理性;(4) 数学教育哲学的基本问题;(5) 教育哲学研究概述;(6) 数学教育的本质;(7) 数学教育的价值与目的;(8) 数学方法论研究概述;(9) 数学方法研究的基本问题;(10) 数学方法论与数学教育等。

2. 数学教育文化研究

基础教育中的数学教育之文化研究不仅包括数学本身的文化理解,也包括现代数学和传统数学、西方数学思维方式与东方数学思维方式之间的融通,更包括数学学习与数学教育的文化现实境遇之规约和发展选择之困惑。这一部分内容主要包括以下一些核心主题:(1) 数学教育文化研究之问题与对象、内容与方法、内涵与外延;(2) 西方数学文化研究;(3) 东方数学文化研究;(4) 民族数学研究;(5) 数学教育的文化传统研究;(6) 数学文化的数学教育探索研究。

3. 数学教育心理研究

基础教育中的数学教育之心理研究不仅涉及学生的学习心理,也涉及教师的教学心理,更涉及学与教的文化心理。这一部分内容主要包括以下一些核心主题:(1) 数学学习中的认知因素:数学学习迁移、数学学习中的元认知、数学认知结构、数学能力、数学思维等;(2) 数学学习中的非认知因素:数学学习动机、数学学习兴趣、数学学习焦虑等;(3) 数学知识学习心理:数学概念学习、数学命题学习、数学问题解决;(4) 数学教师心理:数学教师的知识结构、数学教师的能力结构、数学教师的专业发展、数学教师的德性等。

4. 数学课程与教材研究

基础教育中的数学教育之课程研究不仅关注数学内容本身,也关注数学内容的实现,更关注社会对数学课程的育人功能之关切。这一部分内容主要包括以下一些核心主题:(1) 数学课程的对象、意义与方法;(2) 数学课程的制约因素;(3) 数学课程的结构与类型;(4) 数学课程的目标设计;(5) 数学课程的内容选择;(6) 数学课程的编制;(7) 数学课程的实施;(8) 数学课程的评价;(9) 数学课程的比较与发展。

5. 数学教学研究

基础教育中的数学教育之教学研究不仅注重数学教学之诸多具体方面,也注重数学教学的艺术,更注重数学教学的不断改进与完善。这一部分内容主要包括

以下一些核心主题：(1) 数学教学理论；(2) 数学教学目的；(3) 数学教学原则；(4) 数学教学过程；(5) 数学教学方法；(6) 数学教学手段；(7) 数学教学组织形式；(8) 数学教学设计；(9) 数学教学艺术；(10) 数学教学评价；(11) 数学教学模式；(12) 数学教学策略；(13) 数学有效教学；(14) 数学教学改革实验。

本丛书中每一本书的体例结构都是相似的。首先，每本书都是选择上述五个主要研究领域之一，并依据其核心主题设计章节；其次，除前言（或绪论、导论）之外，每一章都是大致按照“基本历程、主要内容、反思与前瞻”等来展开。此外，本丛书还拥有以下几个方面特点：

就研究开拓而言，本丛书是国内外首次就中国基础教育中的数学教育 30 年研究成果所进行的全面、系统的梳理、探微与反思。除了对文献进行客观评述外，本丛书还提出了若干理性的思考，并就这些领域需要进一步研究的问题作出推断和评估，试图为建构有中国文化元素的中国基础教育之数学教育体系及其研究做些基础性的工作。

就学术思想而言，本丛书尝试站在时代发展的高度和基础教育改革实践的前沿，就我国基础教育之数学教育的未来发展之路，探寻其过去 30 年的研究轨迹，并借鉴、参照国外相关研究，期望能够为确立我国数学教育的思想与观念奠定本土思想资源。

就内容范围而言，本丛书涵盖了我国基础教育之数学教育研究 30 年来的五大主要研究领域：数学教育哲学、数学教育文化、数学教育心理、数学课程与教材、数学教学，期待能够为拓展数学教育研究的新领域或新方向探明一二。

就结构体系而言，有两条线索贯穿于整个研究当中：一个是时间历史线索（融过去、现在和未来于一体），另一个是研究领域之延续与拓展。其实，这两条线索是相互交织在一起的，须臾不可分离，却又不得不“时而分述，时而合论”。

就写作特点而言，本丛书主要以综述为主：研究现状、存在问题和未来发展，并以时间历史之流变和研究领域之拓展为主要线索，谋篇布局、建构章节。

喻 平 涂荣豹 徐文彬

于南京师范大学随园

2010 年 12 月 12 日

前 言

将数学教育心理学作为专门研究领域始于 20 世纪 70 年代。在第 3 届国际数学教育大会(ICME)召开期间,国际数学教育心理学组织(PME Group)于 1976 年在德国的卡尔斯鲁厄成立,并且第 1 届数学教育心理学大会于 1977 年由弗赖登塔尔组织在荷兰的乌特列支召开。此后,数学教育心理学大会每年都会在全球的某个地方组织召开。从最初开始,国际数学教育心理学组织逐渐发展成教育研究领域中最成功的国际合作研究的典范之一。当前,这种发展趋势仍在持续,经过数学教育心理学组织的不懈努力,不断地寻找和发展新的研究数学的教和学的方法,并且整合其他科学研究领域中新观点,使数学教育心理的研究得到了长足的发展。

国外对于数学教育心理的研究主要涉及的领域包括:代数的教与学、几何与空间思维、高级数学思维、数学教与学中的视觉化问题、教学中的技术使用、学习心理的社会及文化视角、数学学习中的非智力因素、数学教师的专业发展等。在研究方法上以心理学实证主义思想为基础,从微观层面入手探讨数学学习的基本规律,突出数学学习心理的特殊性。从国际数学教育心理学历年的论文来看,在许多方面都取得了令人瞩目的成就。除了发表的论文之外,还出现了大量论著,例如,《学习数学的心理学》(斯根普,1971)、《中学数学的教与学》(贝尔,1978)、《建构主义观下的数学教学》(戴维斯,1990)、《高级数学思维》(塔勒,1991)、《数学学习的改造》(白克豪斯,1992)等,这些著作作为形成数学教育心理理论体系奠定了基础。

国内数学教学心理学以论著形式出现的成果要比国外晚十几年。毛鸿翔、季素月在 1988 年出版的《数学教学与学习心理学》是国内第一本数学教学心理的论著,它的问世标志着这一领域系统性研究的发端。在此之前,有各种关于数学学习或教学心理研究的文章散见于期刊杂志,但研究不是系统的。近 30 年来,我国数学教育心理研究的领域主要包括:①数学学习中的认知因素,如数学学习迁移、数学学习中的元认知、数学认知结构、数学能力、数学思维等;②数学学习中的非认知因素,如数学学习动机、数学学习兴趣、数学学习焦虑等;③数学知识学习心理,如数学概念学习、数学命题学习、数学问题解决;④数学教师心理,如数学教师的知识结构、数学教师的能力结构、数学教师的专业发展、数学教师的德行等。应当说,我国数学教育心理学的研究成绩斐然,研究内容由点及面,从狭窄走向宽泛地拓展;研究队伍从个体走向群体,学术共同体逐步形成;研究方法从单纯思辨走向思辨与实证的融合,研究水平不断提升。

那么,具体地说我国数学教育心理研究取得了哪些成果,形成了什么特色,应当如何看待已有的研究,存在哪些缺陷与不足,数学教育心理应当进一步研究哪些课题,它的研究走向是什么,等等,这些问题都需要学界反思和明晰。基于这种想法,促成了编撰本书的意向。

本书撰写的基本思路为:综合梳理、分类处理、综述分析、反思展望。具体地说:

1. 综合梳理。详细收集了 1978 ~ 2008 年关于数学教育心理研究的文献,包括论著、期刊论文和部分学位论文,对文献进行初步筛选,选出具有一定学术价值或实践价值的文献作为备用材料。

2. 分类处理。将所有文献进行编码分类,共分为 11 个类别:数学概念与命题学习、数学问题解决、数学学习迁移、工作记忆系统与数学认知、数学元认知、数学学习策略、数学认知结构、数学能力、数学思维、数学学习的非智力因素、数学教师心理。以这种分类为基础分为 11 章,形成本书的基本结构。

3. 综述分析。对每一个专题进行比较详细的综述,依据研究内容和成果的重要性程度对文献进行不同处理,对于重要的研究成果在论题、研究设计、研究方法、研究结论等方面进行细致介绍,一般的研究成果只介绍作者的观点。在综述过程中加入对内容的评论和分析。

4. 反思展望。每一个专题都有反思与展望部分,指出研究的不足,借助国外相关研究作为参照,提出该领域值得进一步研究的问题,展望该领域研究的基本走势。

基于这种编写思路,本书力图做到:①客观性。即准确反映事实,对 30 年来我国数学教育心理研究的基本情况作出写实描述。②全面性。收集的资料翔实、全面。③参照性。以国外的相关研究作为参照,启迪读者对相关问题的进一步思考。

本书由喻平拟订框架,写作小组由博士生、硕士生组成。具体分工是喻平负责第一、二、三、七、八、十一章,参加编写的人员有李渺(第一章、第十一章)、唐剑岚(第三章)、王振平(第二章)、陆珺(第七章)、宁宁(第八章);连四清负责第四、五、六章,参加编写人员有孙雨静(第四章)、冯汝静(第五章)、王雷、宋华(第六章);武锡环负责第九、十章,参加编写人员有吴保平(第九章)、王振平(第十章)。喻平对全书进行了统稿,修订和充实了每一章的“反思与展望”内容。

我们对书中所引用参考文献的作者表示感谢,如果对作者的原意有曲解和理解不当之处,请原文作者批评和指正。

喻 平 连四清 武锡环

2010 年 6 月

目 录

《中国数学教育研究 30 年丛书》序

前言

第一章 数学概念与命题学习	1
第一节 数学概念学习研究的基本历程	1
一、纯心理学研究与经验性研究并发阶段	1
二、整合与探索研究阶段	2
三、深化与系统研究阶段	2
第二节 数学概念研究的主要内容及其评析	3
一、数学概念的内涵	3
二、数学概念的表征	8
三、数学概念的掌握	12
四、影响数学概念学习的因素	17
五、数学概念学习中的错误分析	19
六、数学概念学习的实证研究	21
第三节 数学概念学习研究的反思与展望	26
一、数学概念学习研究的反思	26
二、数学概念学习研究展望	29
参考文献	35
第二章 数学问题解决	41
第一节 数学问题解决研究的基本历程	41
一、初步探索阶段	41
二、逐步发展阶段	41
三、深化研究阶段	42
第二节 数学问题解决研究的主要内容及其评析	43
一、数学问题	43
二、数学问题解决的含义与观念	46
三、数学问题解决的理论与模式	51
四、影响数学问题解决的因素	56

五、数学问题表征	59
六、数学问题解决的认知加工	67
七、数学问题解决的策略与方法	70
八、数学问题解决的数学	74
第三节 数学问题解决研究的反思与展望	82
一、数学问题解决研究中存在的问题	82
二、数学问题解决的当代研究	84
参考文献	93
第三章 数学学习迁移	103
第一节 数学学习迁移研究的基本概况	103
一、理论移植	103
二、经验提升	104
三、实证研究	104
第二节 数学学习迁移研究的主要内容及其评析	105
一、数学学习迁移的理论研究	105
二、数学学习迁移的实证研究	108
三、学习迁移规律在数学学习和教学中的应用	119
第三节 数学学习迁移研究的反思与展望	121
一、对数学学习迁移研究的反思	121
二、数学学习迁移研究的展望	126
参考文献	132
第四章 工作记忆系统与数学认知	136
第一节 工作记忆系统与数学认知研究的基本概况	136
一、工作记忆系统的基本概念	136
二、国内对工作记忆系统与数学认知的研究概况	137
第二节 工作记忆与数学认知研究的主要内容及评析	138
一、工作记忆在数学认知中的作用	138
二、数学认知中的工作记忆资源分配	141
三、数学认知和工作记忆广度	144
第三节 工作记忆系统与数学认知研究的反思与展望	145
一、工作记忆各子系统在数学认知中的作用	145
二、数学认知中工作记忆资源分配	147
三、数学认知和工作记忆广度	147

参考文献	148
第五章 数学元认知	149
第一节 我国数学元认知研究的发展历程	149
一、元认知与数学元认知的起源	149
二、数学元认知的定性研究阶段	150
三、数学元认知的实证研究阶段	151
第二节 数学元认知研究的内容与评析	151
一、数学元认知的结构	151
二、数学元认知对数学学习的影响	154
三、元认知干预及其效应	155
四、数学元认知发展	160
五、元认知的个体差异	162
第三节 数学元认知研究的反思与展望	166
一、数学元认知研究的反思	166
二、数学元认知研究的展望	168
参考文献	171
第六章 数学学习策略	174
第一节 数学学习策略研究的发展历程	174
一、数学学习策略研究的初期阶段	174
二、数学学习策略研究的迅速发展阶段	175
第二节 数学学习策略研究的主要内容与评析	175
一、数学学习策略的体系	175
二、学生数学学习策略的发展	178
三、数学学习策略的个体差异	182
四、培养学生形成良好的数学学习策略	185
五、数学学习策略与相关因素的关系	191
第三节 数学学习策略研究的反思与展望	193
一、数学学习策略体系的研究	193
二、数学学习策略的发展研究	194
三、数学学习策略的个体差异研究	196
四、与数学学习策略相关的干预研究	197
五、数学学习策略与相关因素的研究	197
参考文献	198

第七章 数学认知结构	201
第一节 数学认知结构研究的概况	201
一、基于认知发展理论的实验研究	201
二、理论探索	202
三、理论深化与实证研究的结合	202
第二节 数学认知结构研究的主要内容及其评析	203
一、数学认知结构的内涵	203
二、学生数学认知结构的发展	208
三、数学认知结构形式	211
四、数学认知结构对数学学习的影响	214
五、建构和完善学生数学认知结构的措施	216
六、不同群体的数学认知结构差异性研究	222
第三节 数学认知结构研究的反思与展望	223
一、数学认知结构研究的反思	223
二、数学认知结构研究的展望	226
参考文献	231
第八章 数学能力	234
第一节 数学能力研究的基本概况	234
一、数学能力研究的背景	234
二、数学能力研究的特征	235
第二节 数学能力研究的主要内容与评析	237
一、数学能力的成分与结构	237
二、数学能力的发展	248
三、数学能力的培养	256
第三节 数学能力研究的反思与展望	260
一、数学能力研究中存在的问题	260
二、数学能力研究的走势	261
参考文献	266
第九章 数学思维	274
第一节 数学思维研究的基本概况	274
一、数学思维研究的背景分析	274
二、数学思维研究的历程	278
第二节 数学思维研究的主要内容及其评析	279

一、数学思维的基本理论	279
二、数学思维的发展	285
三、数学直觉思维及其培养	291
四、数学创造性思维及其培养	293
五、数学思维品质及其培养	299
六、数学思维能力的培养	305
第三节 数学思维研究的反思与展望	309
一、数学思维研究的反思	309
二、数学思维研究的展望	312
参考文献	317
第十章 数学学习的非智力因素	327
第一节 数学学习非智力因素研究的背景和历程	327
一、非智力因素研究的背景	327
二、数学学习非智力因素研究的历程	328
第二节 数学学习非智力因素研究的主要内容及其评析	330
一、非智力因素的概念、结构和功能	330
二、非智力因素的研究方法及量化问题	336
三、数学学习的一些具体非智力因素研究	339
四、非智力因素与数学学习的关系	349
五、数学学习非智力因素的个体差异	353
六、数学学习中非智力因素与其他因素的相关性	356
七、数学学习非智力因素的培养	356
第三节 数学非智力因素研究的反思与展望	363
一、数学学习非智力因素研究的反思	363
二、数学学习非智力因素研究的展望	368
参考文献	371
第十一章 数学教师心理	379
第一节 数学教师心理研究的基本历程	379
一、初步探索阶段	379
二、逐步发展阶段	379
三、深化研究阶段	379
第二节 数学教师心理研究的主要内容及其评析	380
一、数学教师的素质	380

二、数学教师的知识	382
三、数学教师的能力	389
四、数学教师的观念	395
五、数学教师的角色	400
六、数学教师的认知偏差	401
七、数学教师的教学行为	403
八、数学教师的教学风格	404
九、数学教师的个性特征	407
第三节 数学教师心理研究的反思与展望	409
一、数学教师心理研究中存在的问题	409
二、数学教师心理需进一步研究的问题	410
参考文献	412

第一章 数学概念与命题学习

数学概念与数学命题的学习是学生学习数学的基础，其重要性是不言而喻的，其相关问题得到来自多方研究者的关注。正如有学者说道：“数学知识中最普遍的形式是概念，所以概念学习是数学学习的核心。数学实践表明，学生在解决数学问题时出错或产生困难，原因往往在于概念的了解上产生了障碍。因此必须十分重视概念学习”（曹才翰等，1989）。

本章着重探讨 30 年来我国学者对数学概念与数学命题学习问题研究的基本历程和主要内容，并对相关的研究进行理性反思。需要说明的是，由于近 30 年单独针对数学命题学习问题的研究比较少，所以下面着重介绍数学概念学习的有关研究。

第一节 数学概念学习研究的基本历程

从 100 余篇有关数学概念学习的研究论文（包括一些学位论文）和多部有代表性的著作中可以发现，自 1978 年至 20 世纪 80 年代后期，有关数学概念学习的研究多集中于纯心理学理论的探讨，而针对如何促进数学学习的研究并不多，其中也有数学概念学习的经验性研究；之后，有关数学概念学习的研究转向如何有效促进数学学习的整合与探索研究阶段；20 世纪 90 年代末以后进入深化与系统研究阶段。

一、纯心理学研究与经验性研究并发阶段

从 20 世纪 80 年代开始，关于数学概念学习的研究有两个发端，一是从纯粹心理学角度探讨数学概念学习的心理规律；二是来自教学实践基础之上的经验性研究。

一些心理学研究者从一般学习论和一般认知理论的角度，来探讨儿童学习数学概念的一些心理特性。比如说，儿童数学概念稳定性的研究，儿童数学概念的发展研究，其中涉及儿童掌握一些具体概念的实验研究（分数、面积等分、概率等），儿童掌握数学概念的心理特点等。这些研究关心的是对儿童学习数学概念的心理规律探讨，其研究方法规范，研究结论的信度和效度较好。但是，研究也存在一些缺陷。第一，从教学的角度看，这些研究没有考虑如何促进儿童学习数

学概念,没有采用干预手段去研究如何促进儿童学习数学概念的策略及数学概念的教学策略。第二,研究的对象多是小学生或学龄前儿童,没有对复杂数学概念学习展开研究。

在教学一线的数学教师、数学教育工作者也很关注数学概念的学习,但其研究主要是基于数学概念教学经验的学习建议。同时,他们也借鉴一般学习论中的有关名词与内容,采用“心理学+数学例子”的研究思路。尽管许多研究从某些侧面切入问题,在一定程度上反映了学生数学概念学习的一些规律,对教学具有一定的指导意义,但研究的层面比较,很难在深层面揭示问题的本质。

二、整合与探索研究阶段

20 世纪 90 年代,随着国际数学教育心理学(psychology of mathematics education, PME)研究的不断深入发展,人们已形成了一条共识:“我们不当从一般的、内容中性的学习论出发,并且由它导出数学学习论。要是我们从一开始就集中到了特殊内容的学习过程中,即我们所关心的数学学习过程上,更可能会对促进教学发展做出更有效益的贡献。”(丁尔升,1987a)在此潮流的影响下,我国数学概念学习的研究进入了整合与探索研究阶段,有关的研究旨趣在于如何有效促进学生的数学概念学习。

此阶段又有如下几个基本特征:

第一,数学教育心理学的论著出版。1988 年,毛鸿翔、季素月编著了我国第一本数学学习心理学著作《数学教学与学习心理学》,该书提出了数学概念、数学命题等方面的学习策略。曹才翰、蔡金法于 1989 年编写了《数学教育学概论》,在此著作中,他们率先系统地探讨了数学概念的特点、掌握数学概念的两种方式(概念的形成、概念的同化)以及影响数学概念学习的因素。在此基础上,很多研究者也纷纷撰文探讨相关问题。

第二,关注少数民族儿童数学概念学习的特性。如维、汉族儿童数学概念的稳定性与灵活性的比较研究,锡伯、汉族儿童数学概念的稳定性和灵活性的比较研究等。

第三,关注数学概念学习中的错误分析。如初等数学概念方面常见的逻辑错误、概念层次学习中的障碍分析、数学概念的过度延伸。

第四,开始思考数学概念体系问题。如形成数学概念体系对掌握数学概念的作用。

三、深化与系统研究阶段

到 20 世纪 90 年代末,我国数学概念学习的研究进入了深化与系统的研究阶

段。这一阶段有两个背景,其一,国内开始招收数学课程与教学论方向的博士研究生,同时国内大批教育学硕士开始毕业,数量众多的高层次人才介入研究队伍,极大地加快了数学教育心理学的研究进程;其二,国外的研究成果引入国内,扩大了国内学者的眼界,特别是带来了研究方法的革新,使研究问题由表层向深层推进。

这一阶段研究数学概念学习的基本特征表现在下面几个方面:

第一,关注具体数学概念的学习。如函数、坐标、集合、空间等概念。

第二,关注数学概念学习的本质。

第三,进一步分析数学概念学习中的认知障碍。

第四,寻求数学概念表征的特殊性。在此方面,喻平原创性地提出了 CPFS 结构,针对数学概念的主要特征,他提出了概念域 (concept field) 与概念系 (concept system) 两个概念,并进一步提出了命题域 (proposition field) 与命题系 (proposition system) 两个概念,在表现数学概念学习的特殊性方面做了有益的探索。

第五,结合新的学习理论来探讨数学概念的学习。如有研究者结合建构主义、情境认知学习理论等来探讨数学概念的学习。

第六,开始对数学概念学习进行系统研究。比较有代表性的是李善良的博士论文《现代认知观下的数学概念学习与教学理论研究》(李善良,2002)。该论文关于数学概念学习的主要内容是:①对数学概念学习的认识;②探索数学概念表征特点;③建立数学概念学习的过程理论;④分析影响数学概念学习的因素;⑤比较数学概念学习中的差异;⑥辨析数学概念学习中的错误。

第二节 数学概念研究的主要内容及其评析

一、数学概念的内涵

1. 数学概念的分类

对概念进行分类,是心理学家的一种追求,因为这是问题研究的一个起点。给数学概念分类的目的在于:①从理论上解析数学概念结构,从而为数学概念学习理论奠定基础;②在教学设计中,便于根据不同类型概念制定相应的教学策略(喻平等,2003)。

概念分类有不同的标准,从已有研究来看,对概念分类主要采用以下几种方式:从数学概念的特殊性入手分类,突出刻画数学概念的特征;从逻辑学角度进