



面向21世纪课程教材
Textbook Series for 21st Century

数学分析

第四版 上册

华东师范大学数学系 编



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

面向 21 世纪课程教材
Textbook Series for 21st Century

数学分析

第四版 上册

华东师范大学数学系 编



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容提要

本书是普通高等教育“十一五”国家级规划教材。内容包括实数集与函数、数列极限、函数极限、函数的连续性、导数和微分、微分中值定理及其应用、实数的完备性、不定积分、定积分、定积分的应用、反常积分等,附录为微积分学简史、实数理论、积分表。

本次修订认真总结了前三版的编写经验,特别对第三版的内容进行了细致的分析,听取了部分使用学校的意见,对第三版的部分内容作了适当调整;实数理论基本定理出现的先后次序作了一些变化;增加了内闭一致收敛的概念,调整了与之有关的内容;适当增加了一些技巧性要求较高的例题,以方便学生学习。第四版仍然保持了教材前三版“内容选取适当,深入浅出,易学易教”的特点。

本书可作为高等学校教学类专业的教材使用。

图书在版编目(CIP)数据

数学分析.上册/华东师范大学数学系编. — 4版.
—北京:高等教育出版社,2010.7
ISBN 978-7-04-029566-5

I. ①数… II. ①华… III. ①数学分析-高等学校-教材 IV. ①O17

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第081911号

策划编辑 李 蕊 责任编辑 兰莹莹 封面设计 张 楠 责任绘图 郝 林
版式设计 范晓红 责任校对 王 超 责任印制 朱学忠

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
总 机 010-58581000

经 销 蓝色畅想图书发行有限公司
印 刷 河北新华印刷一厂

开 本 787×960 1/16
印 张 22.75
字 数 420 000

购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
畅想教育 <http://www.widedu.com>

版 次 2001年6月第1版
2010年7月第4版
印 次 2010年7月第1次印刷
定 价 30.90元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 29566-00

第四版前言

华东师范大学数学系编写的《数学分析》(上、下册)自1980年初版诞生以来,相继于1990年和2001年两次再版,并于1987年荣获全国优秀教材优秀奖,2004年荣获上海市优秀教材一等奖。时至今日,本书第四版作为“国家精品课程(数学分析)”建设的重要组成部分,又和读者见面了。

此次修订前,我们征询了不少使用本教材的兄弟院校教师的意见,他们大都认为这本教材经过长期使用、多次修订再版,已是非常成熟,因此不希望再有大的更动;同时也提出了一些极有价值的意见与设想。在此基础上,我们编写组同仁结合自己长期教学实践中发现的问题和产生的想法,明确了这次编写第四版教材的指导思想和修改方案。这就是,坚持本书前三版在取材、体系、可读性诸方面的成熟风格。在此前提下,对部分内容作适当的增删和调整,使全书内容更加充实,结构更趋合理,有利于提高教学质量。

本次修改的内容(相对于第三版)主要有:

(1) 针对第七章关于极限理论的内容过于集中、滞后的问题,这次在第二章通过先证明“任何数列都存在单调子列”这个例题,提前得出了“致密性定理”。有了这个工具,闭区间上连续函数的全部性质就能在第四章得到证明。

(2) 针对目前不少大学不再单独开设数学分析习题课的现状,本次改版适当增加了一些稍有难度的例题,以期对学生解题能力的培养有所帮助。

(3) 在函数项级数这一章中,增加了“内闭一致收敛”的概念,这有利于对一致收敛问题的深入讨论。

(4) 把“两类曲线(曲面)积分的联系”由“选读内容”改为“必读内容”。

(5) 对第二十一章关于“在一般条件下重积分变量变换公式的证明”,编者给出了一种不同于以往的、新的证明方法。

(6) 在第二十三章里,保留前三节关于向量函数微分学的内容,删去原来的§4(外积、微分形式与一般斯托克斯公式),并把该章的章名改为“向量函数微分学”。

与前两版相同,用记号“□”表示命题证明或例题求解的结束;对于加“*”的章节,在教学中教师可灵活选用,以使本书更适合多种层次的需求。

参加这一版编写工作的有如下诸位教师:

庞学诚任主编,并负责编写第一至第七章;

吴畏负责编写第八至第十一章；

柴俊负责编写第十二章、第十四至第十八章；

胡善文负责编写第十三章、第十九至第二十三章；

毛羽辉负责全书统稿和全部插图整理工作。

本书第四版的出版得到了华东师范大学教材建设基金的资助,高等教育出版社的编辑也付出了辛勤的劳动,对此我们表示衷心的感谢。同时还要感谢在本书的修订和出版过程中提出积极建议的所有朋友。

本书自1980年第一版出版以来,深受广大读者的关爱与支持,在此我们一并致以深切谢意!并衷心希望读者在阅读和使用本教材的过程中继续提出宝贵意见。

编者

2009年12月

第三版前言

华东师范大学数学系编写的《数学分析》上、下册经过国家教委组织的专家评审,列入“九五”教委级重点教材;并承高等学校数学和力学指导委员会基础数学教学指导组对教材修订提出具体指导意见,我系数学分析编写组对本书在第二版使用基础上进行修订。

此次修订前我们广泛征求了各使用院校的意见,召开了使用教材情况的座谈会,许多具有丰富教学经验的教师对本教材修改提供了许多积极、中肯的意见。在此基础上,我们在现行数学分析教学大纲的范围内对一些内容进行适当调整和增删;同时考虑到近代数学分析教材发展潮流,适度地反映这方面的进展情况,以应对21世纪新教材的需求。

关于实数理论,不少同类教材由小数出发叙述实数理论,这种方式比较容易理解,并且与中学数学教学衔接得比较紧密。我们在第一章中采用由小数引进实数的方法,并由此证明确界原理,希望这样处理有利于读者掌握这一实数基本原理。

在单变量微分学中,除按传统方式由速度和曲线的切线引入导数概念外,同时也由极值问题引入稳定点概念,并使微分中值定理与其应用结合得更为紧密。

积分理论方面,在引入定积分基本概念后,提前出现牛顿—莱布尼茨公式,这样能较早接触定积分计算。对于可积分条件先作直观描述,并用来证明某些函数类的可积性,难度较大的可积性三个充要条件放到该章最后一节,可根据需要选用。根据使用院校意见,反常积分和含参量积分各自独立成章。

二重积分的变量变换公式在较强的条件下,利用格林公式进行证明;一般条件下的重积分变换公式采用连续模一致逼近的方法导出,对希望了解一般条件下严格证明的读者可能有益,这个证明放在重积分最后一节。

在欧美、俄罗斯数学分析教材中对向量值函数微分学和外微分形式相当重视,在应用数学中也日见其重要性。在前二版有关内容的基础上,我们使用迭代法证明反函数定理,并由此证明隐函数定理及求导法,使得相应内容比较容易接受;外积运用了浅近的解释,使其与重积分变量变换公式相联系。上述两部分内容以“流形上微积分学初阶”为题构成第二十三章内容,供选学用。

对于加“*”的章节,教学中可灵活选用,也可作为读者进一步阅读的内容或作为选修课的内容,以使本书适合多种层次的需求。

附录 I 微积分学简史。由张奠宙教授作了修订,读者可从此附录了解微积分学发展的线索。

附录 II 实数理论。采用戴德金分划由有理数集的分划叙述实数完备性比较直观、优美,仍是附录的重要组成部分。但用小数讲述实数理论与实用更靠近,在附录最后添加“无限小数四则运算的定义”与正文相呼应。

附录 III 积分表。

在这次修订中,我们审查了全部习题,适当进行了调整和补充,希望能更符合教学的需要。

这次修订由吴良森任主编。

上册第一、二、三、四、七章由宋国栋编写;第五、六章由庞学诚编写;第八、九、十、十一章由毛羽辉编写。上册由毛羽辉负责编写组织及修改。

下册第十二、十三、十四、十五章由胡善文编写;第十六、十七、十八、二十三章由吴良森编写;第十九、二十、二十一、二十二章由魏国强编写。下册由魏国强负责编写组织。

最后由吴良森统一整理。庞学诚、魏国强分别审阅了上、下册的稿件。

程其襄教授、陈昌平教授、张奠宙教授阅读了第二十三章主要内容的初稿,并提出了宝贵的意见,对他们的鼓励和支持深表感谢。

郑英元教授对修订提了许多积极的建议。

高等学校数学和力学指导委员会成员,吉林大学孙善利教授对本书修改提供了宝贵的意见。

陕西师范大学、华南师范大学、南京师范大学、江西师范大学、广西师范大学、常熟高等专科学校等院校数学系对教材修改也都提出过仔细的意见,在此致以深切的谢意。

华东理工大学谢国瑞教授和交通大学孙薇荣教授仔细审阅了本书上册的稿件,高等教育出版社高尚华编审审阅了下册的稿件,提出许多宝贵意见,在此表示感谢。

第三版中还会有许多不足之处,恳切希望读者批评指正。

编者
1999年9月

再版的话

本书自1980年出版发行以来,由于它在取材、体系、可读性诸方面较为切合我国教学实际,而被许多兄弟院校所采用,并于1987年国家教育委员会举办的全国优秀教材评选中获全国优秀奖。近几年,许多学校在数学教学改革中,更新了一些课程,对数学分析提出了许多新的要求。基于这些情况,我们在这次再版中,除订正初版中的某些疏漏外,在不影响本书原有体系、格局的前提下,对某些内容作了适当的增删和调整,使全书内容更充实,结构更合理,且有更大的选择性,以期适应各类学校师生的需要。

修改的主要内容有:

在第一章精简某些与中学数学相重复的函数概念,增加实数集有关的一些内容,如有界集,确界和确界原理等。

在极限理论方面,把出发点改为“确界原理”(原来是“单调有界原理”),并在第二章用它证明单调有界定理,第四章用它证明实指数幂的性质,最后在第八章完成对实数完备性的几个等价命题的证明,相应地,在附录II实数理论中,也改用戴德金分划说定义实数,并证明了确界原理(原来采用柯西列定义实数,虽有不少优点,但不够直观,不易理解)。此外,子列概念提前到第二章,第八章“极限与连续性(续)”(原为第七章)在内容和次序上也稍作调整。

对于微分学,在单元部分,把原来的第六章中值定理与导数应用分为两章。在新的第六章“微分学基本定理与不定式极限”增加了导数极限定理与达布定理(小字排印),用以揭示导函数的性质;在新的第七章“运用导数研究函数性态”加强了日益显得重要的凸函数概念。在多元部分,除对原有内容作不同程度精简外,主要增加了第十九章“向量函数微分学”,以便在更一般形式上讨论多元函数理论,使读者对经典导数概念的认识得以深化。这一章目前暂作选学材料,期望今后能逐步用向量函数的方式取代传统内容成为多元函数微分学的主体。

在积分学方面,于定积分中补充了第二积分中值定理(小字排印)。压缩了反常积分与含参量积分的内容,并把它分别并入定积分与重积分各章中。为便于重积分部分的教学,在内容与结构上也稍作调整,其中第二十章主要讲述二、三重积分的概念、计算与应用,在第二十一章除对二重积分中某些问题作进一步讨论外,还介绍了 n 重积分(小字排印)和含参量非正常积分。此外,我们删去

了“反常重积分”与“外微分与一般斯托克斯公式”两节。

关于级数部分,在新版中删去了对傅里叶级数一致收敛性的进一步讨论。

张奠宙教授为本书写了“微积分学简史”(附录 I)。我们认为,知道一点微积分的来龙去脉,对每一位数学教育工作者来说是必要和有益的。

在这次修订中,我们重新审查了本书的全部习题,并进行了调整与补充,以便更加符合教学的需要。各节横线以上的习题仍然是必做题,每册书末都附有计算题答案。

在新版中,用记号□表示命题证明或例题求解的结束。上册增加了附录 III “积分表”,每册末尾增设了名词和人名索引,以供读者检索。

这次修订工作由程其襄、郑英元、毛羽辉和宋国栋等四人完成,程其襄教授任主编,郑英元负责全书的统一整理工作。高等教育出版社郑洪深同志为本书的初版和再版做了许多深入细致的工作。我系数学分析教学组成员对本书的修订工作提出过许多积极的建议。本书自出版以来深得广大读者的关心与支持。在此,我们一并致以深切的谢意,并希望读者对本书给予批评与指正。

编 者

上册:1987年12月完成初稿,1990年2月完成修改稿。

下册:1988年6月完成初稿,1990年6月完成修改稿。

编者的话 (初版)

本书是根据 1977 年高等学校理科数学教材大纲讨论会所制定的《数学分析》大纲编写的。全书分上、下两册,可作为高等师范院校数学系教学用书,以及其他高等院校有关专业的教学参考书。

关于本书的使用兹作以下一些说明:在极限问题的处理上,虽一开始就采用 ε - δ 定义,但若干较难的理论证明则放到微分学之后。实数理论作为附录放在上册的末尾。有关集合的基本概念,目前尚未在中学里全面普及,仍在附录 I 中作了简要的介绍。本书有部分内容用小号字排印,在实际教学中可视情况选用。本书各节都附有适量的习题,并把它们分为基本题与选作题两类,中间用一道横线分开,横线之后的习题和各章的总练习题,读者可在教师指导下挑选一部分进行练习。书末并附有计算题的答案。

本书由程其襄教授主编,编写组写出初稿后,经程其襄、周彭年、郑英元修改定稿(郑英元执笔整理)。先后参加本书编写工作的有:陈昌平、陈美廉、徐钧涛、曹伟杰、杨庆中、黄丽萍、张莫宙、宋国栋等同志。此外,林克伦、华煜铤、顾鹤荣等同志也参加过一些工作。

北京师范大学、武汉大学担任本书主审,先后参加审稿的单位有:上海师范学院、安徽师范大学、吉林师范大学、曲阜师范学院、西藏师范学院、陕西师范大学、贵阳师范学院、徐州师范学院、新乡师范学院以及四川师范学院、华中师范学院、华南师范学院、江西师范学院、昆明师范学院、南京师范学院等。甘肃师范大学的同志也对本书上册提出过仔细的修改意见。在审查过程中,大家对原稿提出了许多宝贵的意见和建议,我们曾根据这些意见作过许多重大的修改,特此表示衷心的感谢。

由于我们水平有限,恳切希望读者对本书的缺点错误给予批评指正。

编者

1979.11

又及,本书最后定稿时,曾照一九八〇年五月在上海举行的高等学校理科数学教材编审委员会审订的《数学分析》大纲作了修订。

编者

1980.9

目 录

第一章 实数集与函数	1
§1 实数	1
一 实数及其性质	1
二 绝对值与不等式	3
§2 数集·确界原理	4
一 区间与邻域	5
二 有界集·确界原理	5
§3 函数概念	9
一 函数的定义	9
二 函数的表示法	10
三 函数的四则运算	11
四 复合函数	12
五 反函数	13
六 初等函数	14
§4 具有某些特性的函数	16
一 有界函数	16
二 单调函数	17
三 奇函数和偶函数	18
四 周期函数	19
第二章 数列极限	23
§1 数列极限概念	23
§2 收敛数列的性质	29
§3 数列极限存在的条件	36
第三章 函数极限	44
§1 函数极限概念	44
一 x 趋于 ∞ 时函数的极限	44
二 x 趋于 x_0 时函数的极限	45
§2 函数极限的性质	50
§3 函数极限存在的条件	54
§4 两个重要的极限	57

一 证明 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$	57
--	----

四 微分在近似计算中的应用	118
第六章 微分中值定理及其应用	122
§1 拉格朗日定理和函数的单调性	122
一 罗尔定理与拉格朗日定理	122
二 单调函数	126
§2 柯西中值定理和不定式极限	128
一 柯西中值定理	128
二 不定式极限	130
§3 泰勒公式	137
一 带有佩亚诺型余项的泰勒公式	137
二 带有拉格朗日型余项的泰勒公式	141
三 在近似计算上的应用	143
§4 函数的极值与最大(小)值	145
一 极值判别	145
二 最大值与最小值	148
§5 函数的凸性与拐点	151
§6 函数图像的讨论	158
*§7 方程的近似解	159
第七章 实数的完备性	165
§1 关于实数集完备性的基本定理	165
一 区间套定理	165
二 聚点定理与有限覆盖定理	166
*三 实数完备性基本定理之间的等价性	169
*§2 上极限和下极限	171
第八章 不定积分	176
§1 不定积分概念与基本积分公式	176
一 原函数与不定积分	176
二 基本积分表	178
§2 换元积分法与分部积分法	182
一 换元积分法	182
二 分部积分法	187
§3 有理函数和可化为有理函数的不定积分	191
一 有理函数的不定积分	191
二 三角函数有理式的不定积分	195
三 某些无理根式的不定积分	197
第九章 定积分	202
§1 定积分概念	202

一 问题提出	202
二 定积分的定义	203
§ 2 牛顿—莱布尼茨公式	206
§ 3 可积条件	209
一 可积的必要条件	209
二 可积的充要条件	210
三 可积函数类	211
§ 4 定积分的性质	215
一 定积分的基本性质	215
二 积分中值定理	220
§ 5 微积分学基本定理·定积分计算(续)	223
一 变限积分与原函数的存在性	223
二 换元积分法与分部积分法	227
三 泰勒公式的积分型余项	231
* § 6 可积性理论补叙	234
一 上和与下和的性质	234
二 可积的充要条件	237
第十章 定积分的应用	243
§ 1 平面图形的面积	243
§ 2 由平行截面面积求体积	247
§ 3 平面曲线的弧长与曲率	251
一 平面曲线的弧长	251
二 曲率	255
§ 4 旋转曲面的面积	259
一 微元法	259
二 旋转曲面的面积	260
§ 5 定积分在物理中的某些应用	262
一 液体静压力	262
二 引力	263
三 功与平均功率	265
* § 6 定积分的近似计算	267
一 梯形法	267
二 抛物线法	268
第十一章 反常积分	271
§ 1 反常积分概念	271
一 问题提出	271
二 两类反常积分的定义	272

§ 2 无穷积分的性质与收敛判别	277
一 无穷积分的性质	277
二 非负函数无穷积分的收敛判别法	278
三 一般无穷积分的收敛判别法	280
§ 3 瑕积分的性质与收敛判别	283
附录 I 微积分学简史	288
附录 II 实数理论	296
一 建立实数的原则	296
二 分析	297
三 分划全体所成的有序集	299
四 \mathbf{R} 中的加法	301
五 \mathbf{R} 中的乘法	302
六 \mathbf{R} 作为 \mathbf{Q} 的扩充	304
七 实数的无限小数表示	305
八 无限小数四则运算的定义	307
附录 III 积分表	310
一 含有 x^n 的形式	310
二 含有 $a+bx$ 的形式	310
三 含有 $a^2 \pm x^2, a>0$ 的形式	311
四 含有 $a+bx+cx^2, b^2 \neq 4ac$ 的形式	311
五 含有 $\sqrt{a+bx}$ 的形式	311
六 含有 $\sqrt{x^2 \pm a^2}, a>0$ 的形式	312
七 含有 $\sqrt{a^2 - x^2}, a>0$ 的形式	313
八 含有 $\sin x$ 或 $\cos x$ 的形式	313
九 含有 $\tan x, \cot x, \sec x, \csc x$ 的形式	314
十 含有反三角函数的形式	315
十一 含有 e^x 的形式	315
十二 含有 $\ln x$ 的形式	316
习题答案	317
索引	338
人名索引	343

第一章 实数集与函数

§1 实数

数学分析研究的基本对象是定义在实数集上的函数. 为此, 我们先简要叙述实数的有关概念.

一 实数及其性质

在中学数学课程中, 我们知道实数由有理数与无理数两部分组成. 有理数可用分数形式 $\frac{p}{q}$ (p, q 为整数, $q \neq 0$) 表示, 也可用有限十进小数或无限十进循环小数来表示; 而无限十进不循环小数则称为无理数. 有理数和无理数统称为实数.

为了以下讨论的需要, 我们把有限小数(包括整数)也表示为无限小数. 对此我们作如下规定: 对于正有限小数(包括正整数) x , 当 $x = a_0.a_1a_2 \cdots a_n$ 时, 其中 $0 \leq a_i \leq 9, i = 1, 2, \dots, n, a_n \neq 0, a_0$ 为非负整数, 记

$$x = a_0.a_1a_2 \cdots (a_n - 1)9999 \cdots,$$

而当 $x = a_0$ 为正整数时, 则记

$$x = (a_0 - 1).9999 \cdots,$$

例如 2.001 记为 2.0009999...; 对于负有限小数(包括负整数) y , 则先将 $-y$ 表示为无限小数, 再在所得无限小数之前加负号, 例如 -8 记为 -7.9999...; 又规定数 0 表示为 0.0000... 于是, 任何实数都可用一个确定的无限小数来表示.

我们已经熟知比较两个有理数大小的方法. 现定义两个实数的大小关系.

定义 1 给定两个非负实数

$$x = a_0.a_1a_2 \cdots a_n \cdots, \quad y = b_0.b_1b_2 \cdots b_n \cdots,$$

其中 a_0, b_0 为非负整数, $a_k, b_k (k = 1, 2, \dots)$ 为整数, $0 \leq a_k \leq 9, 0 \leq b_k \leq 9$. 若有

$$a_k = b_k, k = 0, 1, 2, \dots,$$

则称 x 与 y 相等, 记为 $x = y$; 若 $a_0 > b_0$ 或存在非负整数 l , 使得

$$a_k = b_k (k = 0, 1, 2, \dots, l) \text{ 而 } a_{l+1} > b_{l+1},$$

则称 x 大于 y 或 y 小于 x , 分别记为 $x > y$ 或 $y < x$.

对于负实数 x, y , 若按上述规定分别有 $-x = -y$ 与 $-x > -y$, 则分别称 $x = y$ 与 $x < y$ (或 $y > x$). 另外, 自然规定任何非负实数大于任何负实数.

以下给出通过有限小数来比较两个实数大小的等价条件. 为此, 先给出如下定义.

定义 2 设 $x = a_0.a_1a_2\cdots a_n\cdots$ 为非负实数. 称有理数

$$x_n = a_0.a_1a_2\cdots a_n$$

为实数 x 的 n 位不足近似, 而有理数

$$\overline{x}_n = x_n + \frac{1}{10^n}$$

称为 x 的 n 位过剩近似, $n = 0, 1, 2, \cdots$.

对于负实数 $x = -a_0.a_1a_2\cdots a_n\cdots$, 其 n 位不足近似与过剩近似分别规定为

$$x_n = -a_0.a_1a_2\cdots a_n - \frac{1}{10^n} \text{ 与 } \overline{x}_n = -a_0.a_1a_2\cdots a_n.$$

注 不难看出, 实数 x 的不足近似 x_n 当 n 增大时不减, 即有 $x_0 \leq x_1 \leq x_2 \leq \cdots$, 而过剩近似 \overline{x}_n 当 n 增大时不增, 即有 $\overline{x}_0 \geq \overline{x}_1 \geq \overline{x}_2 \geq \cdots$.

我们有以下的

命题 设 $x = a_0.a_1a_2\cdots$ 与 $y = b_0.b_1b_2\cdots$ 为两个实数, 则 $x > y$ 的等价条件是: 存在非负整数 n , 使得

$$x_n > \overline{y}_n,$$

其中 x_n 表示 x 的 n 位不足近似, \overline{y}_n 表示 y 的 n 位过剩近似.

关于这个命题的证明, 以及关于实数的四则运算法则的定义, 可参阅本书附录 II 第八节.

例 1 设 x, y 为实数, $x < y$. 证明: 存在有理数 r 满足

$$x < r < y.$$

证 由于 $x < y$, 故存在非负整数 n , 使得 $x_n < \overline{y}_n$. 令

$$r = \frac{1}{2}(x_n + \overline{y}_n),$$

则 r 为有理数, 且有

$$x \leq x_n < r < \overline{y}_n \leq y,$$

即得 $x < r < y$. □

为方便起见, 通常将全体实数构成的集合记为 \mathbf{R} , 即

$$\mathbf{R} = \{x \mid x \text{ 为实数}\}.$$

实数有如下一些主要性质:

1. 实数集 \mathbf{R} 对加、减、乘、除(除数不为 0)四则运算是封闭的, 即任意两个实数的和、差、积、商(除数不为 0)仍然是实数.

2. 实数集是有序的, 即任意两实数 a, b 必满足下述三个关系之一: $a < b$,