



运筹学



普通高等教育“十一五”国家级规划教材
工商管理系列教材

主 编 马超群
兰秋军
周忠宝

运筹学

Operations Research

湖南大学出版社

内 容 简 介

本书是“十一五”国家级规划教材,系统介绍了线性规划、对偶理论、运输问题、整数规划、指派问题、目标规划、图与网络分析、网络计划、动态规划、存贮论、排队论、决策分析、对策论、非线性规划等运筹学的主干分支内容。并着重介绍运筹学的基本原理,提供了习题及答案供读者参考。本书注重理论与实践相结合,以实际问题为背景,分析了14个不同类型的案例。本书还提供了 Excel 和 Matlab 求解运筹学模型的程序代码。

本书可作为经济管理和理工类本科生教材,也可以作为研究生、工程技术人员和企业管理人员的自学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

运筹学/马超群,兰秋军,周忠宝主编. —长沙:湖南大学出版社,2008.12

ISBN 978-7-81113-500-8

I. 运... II. ①马... ②兰... ③周... III. 运筹学
IV. 022

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 213389 号

运筹学

Yunchouxue

主 编:马超群 兰秋军 周忠宝

责任编辑:丁 莎

出版发行:湖南大学出版社

社 址:湖南·长沙·岳麓山

邮 编:410082

电 话:0731-88822559(发行部),88820005(编辑室),88821006(出版部)

传 真:0731-88649312(发行部),88822264(总编室)

电子邮箱:dingsha008@126.com

网 址:<http://press.hnu.cn>

印 装:衡阳顺地印务有限公司

开本:787×1092 16 开

印张:24

字数:498 千

版次:2010 年 5 月第 1 版

印次:2010 年 5 月第 1 次印刷

印数:1~3 000 册

书号:ISBN 978-7-81113-500-8/C·99

定价:48.00 元

版权所有,盗版必究
湖南大学版图书凡有印装差错,请与发行部联系

前 言

组织的任何资源都是有限的，人类管理活动的目的就是在有限的资源约束下，尽可能地提高经济和社会系统的效率。运筹学是一门定量地研究如何有效地组织和管理各种资源的学科，是现代管理科学的基础。目前已广泛应用于金融投资、财务会计、人力资源管理、市场营销、物流管理、工程项目管理、生产计划等经济与管理领域。它遵循提出问题、分析建模、求解和方案实施等一整套科学严密的方法，并始终贯穿着系统优化的思想，这使它在培养和提高管理人才的素质上发挥着重要作用。

我国高校很多专业，特别是经济管理类专业普遍以专业基础课的形式开设了运筹学课程，反映大家对它的重视程度相当高。然而，我们在多年的教学实践过程中发现，现有的很多教材都是以数学理论为主。这使得许多学生误认为这是一门纯数学课，常觉得枯燥、乏味，离实际太远而难以提起学习兴趣。其实，本课程目的不在于将学生培养成“运筹学家”，而关键在于培养学生科学管理的思维和系统优化的思想，使其在将来的工作实践中自觉地应用运筹学的理念去分析、思考和解决问题。本教材以此为宗旨，在着重培养学生的建模技巧和实践操作能力的基础上，激发学生对理论知识自觉探索的兴趣。全书写作基本按照“基本概念介绍→应用建模举例→计算机操作实践→实际应用案例”的思路，由浅入深、先易后难。通过本教材的学习，学生既能掌握一些必要的理论知识，又可获得实际应用的一些体验。

本书的操作实践部分，主要介绍采用 Excel 和 Matlab 求解运筹学模型。之所以介绍 Excel，主要是因为该软件的普及性，读者学习之后，能较方便地在工作中应用。而 Matlab 则因其功能强大，是进行科学研究的重要工具软件。对于那些想深入钻研并运用运筹学方法的读者而讲，介绍 Matlab 的实现对他们将来从事科学研究非常有益，读者可以将本书中的 Matlab 程序代码作为参考，通过分析、研读、修改，加深对运筹学理论知识的理解和应用。

全书按最高 96 学时，最低 32 学时设计，共分 15 章，涵盖了线性规划、对偶理论、运输问题、整数规划、指派问题、目标规划、图与网络分析、网络计划、动态规划、存贮论、排队论、决策分析、对策论、非线性规划等运筹学的主干分支内容。教师可根据具体情况选讲。其中第 1 章至第 7 章为基本内容，建议必讲，而第 8 章至第 15 章则可根据课时和授课对象进行选讲。并且第 1 章至第 7 章的理论部分，教师可根据授课对象的具体情况进行选讲，而不会影响后续内容的学习。

本书虽然是作为经济管理类本科生教材而编写，但也可作为除数学专业外的其他本专科生教材，同时也可供研究生、工程技术人员和企业管理人员参考。

尽管我们对书稿内容进行了反复校对，然而限于作者水平和经验，难免存在疏漏和错误之处，恳请广大读者能提出宝贵意见。

本书实际应用案例部分选自所列参考文献，在此一并表示感谢。

作 者

2009 年 12 月于岳麓山

目 次

第 1 章 绪 论

1.1 运筹学的发展简史	001
1.2 运筹学的研究对象与特征	003
1.3 运筹学模型	003
1.4 运筹学方法步骤	004
1.5 运筹学的应用	004
1.6 运筹学的发展趋势	006

第 2 章 线性规划及单纯形法

2.1 线性规划问题的数学模型	007
2.2 图解法与解的情况	011
2.3 单纯形法	014
2.4 线性规划应用建模举例	026
2.5 操作实践	032
2.6 实际应用案例	037
2.7 习 题	041

第 3 章 对偶问题与灵敏度分析

3.1 单纯形法的矩阵描述	046
3.2 对偶问题的基本概念	047
3.3 对偶问题的基本性质	051
3.4 对偶问题的经济含义	054
3.5 灵敏度分析	056
3.6 操作实践	062
3.7 实际应用案例	064
3.8 习 题	069

第 4 章 运输问题

4.1 运输问题模型及其性质	072
----------------------	-----

4.2	表上作业法	074
4.3	运输问题应用建模举例	080
4.4	操作实践	086
4.5	实际应用案例	090
4.6	习 题	093

第 5 章 整数规划

5.1	整数规划问题	095
5.2	整数规划求解方法	097
5.3	0-1 规划模型及应用建模举例	101
5.4	操作实践	106
5.5	实际应用案例	110
5.6	习 题	112

第 6 章 指派问题

6.1	指派问题模型	115
6.2	匈牙利法	117
6.3	操作实践	122
6.4	实际应用案例	124
6.5	习 题	128

第 7 章 目标规划

7.1	目标规划模型	131
7.2	目标规划应用建模举例	134
7.3	操作实践	139
7.4	实际应用案例	141
7.5	习 题	147

第 8 章 图与网络分析

8.1	图的基本概念	150
8.2	树与最小生成树	155
8.3	最短路问题	160
8.4	最大流问题	163
8.5	最小费用最大流问题	166
8.6	中国邮递员问题	169
8.7	操作实践	172

8.8	实际应用案例	178
8.9	习 题	180
第 9 章 网络计划		
9.1	项目网络图的基本概念	183
9.2	关键路线和网络计划的优化	187
9.3	操作实践	189
9.4	实际应用案例	191
9.5	习 题	193
第 10 章 动态规划		
10.1	多阶段决策问题.....	195
10.2	最优化原理与动态规划的数学模型.....	199
10.3	常见的动态规划问题模型.....	202
10.4	操作实践.....	205
10.5	实际应用案例.....	209
10.6	习 题.....	213
第 11 章 存贮论		
11.1	基本概念.....	215
11.2	经济批量模型.....	216
11.3	批量生产模型.....	224
11.4	操作实践.....	225
11.5	实际应用案例.....	228
11.6	习 题.....	232
第 12 章 排队论		
12.1	基本概念.....	234
12.2	排队系统常用的分布.....	236
12.3	单服务台负指数分布排队系统的分析.....	237
12.4	多服务台负指数分布排队系统的分析.....	246
12.5	排队系统的优化.....	251
12.6	操作实践.....	254
12.7	实际应用案例.....	256
12.8	习 题.....	257

第 13 章 决策分析

13.1 决策问题及类型·····	259
13.2 不确定型决策·····	261
13.3 风险型决策·····	264
13.4 效用理论·····	269
13.5 操作实践·····	273
13.6 实际应用案例·····	275
13.7 习 题·····	278

第 14 章 对策论

14.1 对策论概述·····	281
14.2 矩阵对策的基本定理·····	283
14.3 矩阵对策的解法·····	291
14.4 操作实践·····	297
14.5 实际应用案例·····	298
14.6 习 题·····	299

第 15 章 非线性规划

15.1 非线性规划的数学模型·····	300
15.2 非线性规划的图解法·····	303
15.3 基本概念与基本理论·····	304
15.4 非线性规划问题求解的迭代思想·····	311
15.5 无约束问题的求解·····	312
15.6 有约束问题的求解·····	317
15.7 操作实践·····	333
15.8 实际应用案例·····	337
15.9 习 题·····	342

附录 1 Matlab 函数

附录 2 习题参考答案

参考文献

第1章 绪论

运筹学(Operations Research, OR)是用数学方法研究各种系统优化问题的学科,它是现代管理科学与系统工程的基础理论之一。中国科学工作者从《史记·高祖本纪》“运筹于帷幄之中,决胜于千里之外”一语中,摘取“运筹”一词作为 OR 的意译,其含义是运用筹划,出谋献策,以策略取胜,比较确切地反映了 OR 一词的内涵。运筹学着重发挥已有系统的效能,应用数学模型来获得合理运用人力、物力和财力的最优方案,为决策者提供科学决策的依据。从上述运筹学的定义可以看出:应用运筹学解决问题的动机是为决策者提供科学决策的依据,即帮助管理人员科学地确定处理问题的方案和行动。目的是解决系统优化问题,即制定合理运用人力、物力和财力的最优方案。对象是各种系统,它可以是工农业、商业、民政、国防等部门的各种系统。方法是应用数学语言描述实际系统,建立数学模型并据此求得最优解。可以说,运筹学是一门在实践中得到广泛应用的学科。

1.1 运筹学的发展简史

生产越发展,彼此关联的因素就越多、越复杂,从经济的角度研究一个系统的业务问题时,原有的数学工具已经不敷应用了,客观上需要更多、更有效的数学方法,这正是运筹学出现的客观基础。

为运筹学发展做出贡献的早期研究工作,可追溯到 1914 年,即第一次世界大战期间,英国工程师兰彻斯特(Lanchester)发表了有关用数学研究战争的大量论述,并用微分方程描述了经过简化的战斗格局,分析数量优势、火力优势与胜负的关系,后来称之为兰彻斯特方程。在同一时期,美国发明家爱迪生(Edision)根据统计数据,用对策论的方法,研究出商船规避潜艇攻击的最佳航行方法。丹麦工程师爱尔朗(Erlang)1917 年在研究电话系统时,提出了排队论的一些著名公式。存贮论的最优批量公式也是在 20 世纪 20 年代提出的。1938 年,英国空军就有了飞机定位和控制

系统,并在沿海设立了雷达站,用来发现敌机,但在一次空防演习中发现,由这些雷达送来的常常是互相矛盾的信息,需要加以协调和关联,才能改进作战效能。于是提出了“运筹”的课题,为此,英国成立了专门的小组,由罗威把这一课题研究命名为运筹学。专门小组就是空军运筹学小组,当时主要从事警报和控制系统的研究。1939年到1940年,这个小组的任务扩大到包括防卫战斗机的布置,并对未来的战斗进行预测,以供决策之用。1939年苏联数学家康托洛维奇(Кахтопобнн)教授,提出了以“生产组织与计划中的数学方法”为名的科学报告,这是将运筹学方法用于经济领域的早期研究,1975年度因其在经济领域的杰出贡献而获诺贝尔经济学奖。

第二次世界大战期间,当时英美先后集中了一批军事、数学、物理学、化学、心理学等各方面的专家,组成了运筹学研究组,研究作战活动。如英国曼彻斯特大学布莱克特(Blackett)领导的运筹学小组和美国霍普金斯大学约翰逊(Johnson)领导的运筹学小组等。这些小组在确定扩建舰队规模、开展反潜艇战的侦察和组织有效的对敌轰炸等方面作了大量研究,为反法西斯战争的胜利做出了不可磨灭的贡献。

“二战”后,曾在“二战”中从事运输模型研究的美国经济学家库普曼斯(Koopmans)看到了线性规划在经济中应用的意义,并呼吁年轻的经济学家要关注线性规划。英、美、日等工业发达国家都积极在工业、商业、建筑业、交通运输业、公用事业等各个方面开展了运筹学的研究和运用。60年代后,苏联等许多东欧国家也广泛开展了运筹学的研究活动。特别是苏联的经济学界,对数学方法在经济研究和计划工作中的应用,给予了普遍的重视。1948年,美国麻省理工学院把运筹学作为一门课程介绍,1950年英国伯明翰大学正式开设运筹学课程。1951年,莫尔斯(Morse)和金博尔(Kimball)合著的《运筹学方法》一书正式出版。1952年,第一个运筹学组织——美国运筹学会成立,并同时出版运筹学杂志《Journal of ORSA》。1957年在英国牛津大学召开了第一次国际运筹学会议。1959年成立了运筹学协会(IFORS)。1994年美国运筹学会和管理科学学会合并,成立了运筹学与管理科学协会(INFORMS)。

我国古代很早就有了“运筹于帷幄之中,决胜于千里之外”的名言。著名军事家孙臬所提出的赛马策略和宋朝丁谓处理建造皇宫的材料和运输的工作方法,都说明了我国很早就有了朴素的运筹思想。

现代运筹学被引入中国是在20世纪50年代后期。中国第一个运筹学小组在钱学森、许国志先生的推动下于1956年在中国科学院力学研究所成立。1959年,第二个运筹学部门在中国科学院数学研究所成立,并于1960年与力学所的小组合并成为数学研究所的一个研究室,当时的主要研究方向为排队论、非线性规划和图论,还有人专门研究运输理论、动态规划和经济分析(例如投入产出方法)。自1965年起的十年中,身为中国数学会理事长和中科院院士的华罗庚教授亲自率领一个小组,到全国许多农村、工厂讲解基本的优化技术和统筹方法,播下了运筹学哲学思想的种子,大大推动了运筹学在中国的普及和发展。1980年,作为中国数学学会的一个分会,我

国运筹学会成立了,并于1992年独立出来成为国家一级学会。下属有多个专业分会:如决策科学分会、数学规划分会、排序分会、图论组合分会、排队论分会、可靠性分会、金融工程及金融风险管理分会、智能计算分会、企业管理运筹分会、经济数学分会等。运筹学在我国经济建设中的许多领域发挥着重要作用,但这还远远不够,社会还缺乏一大批认识它、运用它、懂得现代管理科学技术的人才。因此,在高校积极开设相关课程是非常必要的。

1.2 运筹学的研究对象与特征

什么是运筹学?至今尚没有一个统一而且确切的定义。丘尔奇曼(Churchman)认为,运筹学是“把科学的方法、技术和工具应用到一个系统的各种管理问题上,为掌管系统的人们提供最佳的解决问题的办法”。莫尔斯和金博尔曾给运筹学下的定义是:“为决策机构在对其控制下的业务活动进行决策时,提供以数量化为基础的科学方法。”上述两种定义都强调了科学方法的重要性。也有人认为:“运筹学是一门应用科学,它广泛运用现有的科学技术知识和数学方法,解决实际中提出的专门问题,为决策者选择最优决策提供定量依据。”这一定义表明运筹学具有很多学科交叉的特点。不管怎样定义运筹学更为确切,但可以肯定地说,运筹学是一门跨学科的应用科学。

那么,运筹学的研究对象与特点又是什么呢?可以认为,运筹学的研究对象是经济、军事及科学技术等活动中能用数量关系来描述的有关运用、筹划与管理等方面的问题(当然我们这里着重经济活动中的问题)。运筹学研究问题的特点表现为:①通过各种错综复杂的数量关系,抓住主要矛盾,通过对问题的深入分析,建立合适的模型(数学模型或模拟模型),运用各种方法求得问题的最优解(或较优解、满意解),从而得到合理的工作方案。②为了应用运筹学有效地解决问题,必须强调多学科、多部门和多人员的密切合作,强调互相渗透的原则。

1.3 运筹学模型

运筹的实质在于模型的建立和使用。通常,模型可以定义为:对现实问题的描述或抽象。一般模型有如下特点:

(1)模型是对现实中某一局部问题的描述或抽象,因此,模型可以比现实本身描述得更为简单。

(2)模型是由与分析问题有关的主要因素所构成。

(3)模型既能反映各有关因素之间的逻辑关系,也能反映它们之间的定量关系。

运筹学模型多数是数学模型,但也有图形模型(如网络模型)和仿真模型等。建立模型有许多优点,例如:将一个企业的生产计划问题用数学模型描述后,能使企业

在计划实施前就可以检验所制定的计划是否符合原定要求,并可改变有关参数或约束条件,从而找到最优计划方案。另外,符号语言便于交流,因为它能正确地描述问题而无需冗长的文字陈述。而数学公式有利于对事物作更好地描述和理解,并且还能反映出用文字描述时易被忽略的因素及未包含的关系。

总之,运筹学模型是对客观现实的一种描述,它必须反映实际,但又是现实世界的一种抽象。这样便于研究其共性,使模型达到现实性、简洁性和适应性的要求。

1.4 运筹学方法步骤

应用运筹学处理问题时,首先要求从系统观点来分析,即不仅要求提出需要解决的问题和希望达到的目标,而且还要弄清问题所处的环境和约束条件,包括:时间、地点、资金、原材料、设备、人力、动力、信息、技术等的环境和约束条件,以及要处理问题中的主要因素、约束条件之间的逻辑关系。这就要求研究运筹学的人员同其他有关的行业专家一起,发挥各自的专业特长,从不同的角度出发,共同针对问题的性质,商讨问题的处理方法,建立相应的运筹学模型,以寻找问题的最优解答。应用运筹学处理问题的步骤可以概括如下:

(1)提出问题。提出需要解决的问题,确定目标,并分析问题所处环境和约束条件。

(2)建立模型。用数学语言描述问题,确定决策变量,建立目标函数、约束方程等,并选用合适的方法,据此建立相应的运筹学模型。

(3)优化求解。确定与数学模型有关的各种参数,选择求解方法,求出最优解。

(4)解的评价。通过灵敏度分析等方法,对所求得解进行分析和评价,并据此修正各种参数。

1.5 运筹学的应用

运筹学是一门与生产实践有着密切联系的学科,所以,在学习运筹学的同时,必须注意与生产实践的结合,要从生产实际出发,要注意运筹学理论与生产人员实际经验两者的结合,以及运筹学模型的精确解法和近似解法的结合。运筹学的运用和研究工作表明,运筹学能够为经济建设服务,它是厉行增产节约的有效工具。运筹学在各个领域得到了广泛应用,下面列示了一些常见的应用领域:

生产计划:如生产作业的计划、日程表的编排、合理下料、配料问题、物料管理等;

库存管理:如多种物资库存量的管理,库存方式、库存量等;

运输问题:如确定最小成本的运输线路、物资的调拨、运输工具的调度以及建厂地址的选择等;

人事管理:如对人员的需求和使用的预测,确定人员编制、人员分配,建立人才评

价体系等；

市场营销：如广告预算、媒介选择、定价、产品开发与销售计划制定等；

财务和会计：如预测、贷款、成本分析、定价、证券管理、现金管理等；

此外，如设备维修、更新，项目选择、评价，工程优化设计与管理等。

运筹学在改善全世界大量组织的效率方面已产生非常深远的影响。由运筹学与管理科学协会以及它的管理科学实践学会联合发起的弗兰茨·厄德曼奖，是该领域最负盛名的奖项，每年授予全世界年度最佳应用。下表列举了若干经典的获奖应用，在 INFORMS 出版的管理科学期刊上有相关的详细介绍。读者应可从中感悟到运筹学的重要价值。

表 1-1

组 织	应 用	每年节支
美国联合航空公司	满足乘客需求以最低成本订票处理和机场工作班次排程	\$ 600 万
Citgo 石油公司	优化炼油运作以及产品的供应、配送和营销	\$ 7 000 万
旧金山警署	用计算机系统最优排程和巡警设置	\$ 1 100 万
荷玛特发展公司	商业区和办公楼销售的最优化安排	\$ 4 000 万
AT&T 公司	公司商业用户的电话销售中心的优化选址	\$ 4.06 亿
美国石油公司	确定和评价公司产品商业化的新战略	\$ 1 000 万
美国邮政服务公司	邮件自动化方案的技术经济分析	\$ 2 亿
标准品牌公司	控制 100 种成品的库存(安全库存、再订购点和订购量)	\$ 380 万
宝洁公司	重新设计生产和分销系统以降低成本和改进市场进入速度	\$ 2 亿
南非国防部	国防设施和武器系统规模和状态的重新优化设计	\$ 11 亿
DEC 数字设备公司	重构供应商、工厂、分销中心、潜在厂址和市场区域供应链	\$ 8 亿
Delta 航空公司	超过 2 500 个国内航线的飞机类型配置以最大化利润	\$ 1 亿
美洲航空公司	设计票价结构、订票和协调航班的系统来增加收入	\$ 5 亿
L. L. Bean 公司	为一个大型呼叫中心优化配置电话干线、接收台和电话代理	\$ 950 万
Merit 青铜制品公司	安装统计销售预测和成品库存管理系统来改进客户服务	更佳的服务
IBM 公司	重组全球供应链，整合备件库存的全国网络以改进服务支持	第一年 \$ 7.5 亿
法国国家铁路	制定最佳铁路时刻表和调整铁路运营量	\$ 1 500 万
Sears Roebuck 公司	制定家庭运送服务的最佳路线和时间表	\$ 4 200 万

1.6 运筹学的发展趋势

运筹学今后应该向哪个方向发展? 美国前运筹学会主席邦特(Bonder)认为, 运筹学应在三个领域发展: 运筹学应用、运筹科学和运筹数学, 并强调前二者。因此, 可以认为今后运筹学的发展中势必会显示出: ①运筹学与系统分析的结合, 这是由于所研究问题的复杂化、系统化导致的; ②一些非数学的方法和理论将引入运筹学, 这是因为面临的问题大多是涉及技术、经济、社会、心理等综合因素的研究, 这种问题往往是非结构性的复杂问题, 应用通常的、精巧的数学方法很难解决问题; ③解决问题的过程将变成决策者和分析者共同参与、发挥其创造性的过程。

第2章 线性规划及单纯形法

线性规划是运筹学中研究较早、发展较快、方法较成熟的一个重要分支,已在军事、经济和社会问题中得到广泛的应用。它研究在一组线性约束下,某个线性函数的最小值或最大值问题。本章介绍它的基本模型、概念、应用和求解方法,这是全书的基础和重点。

2.1 线性规划问题的数学模型

2.1.1 引例

例 2-1 (生产计划)

某企业三种产品需经过三道不同的工序加工,生产单件产品所需要的时间,每道工序的加工能力和每种产品的单位利润如表 2-1 所示:

表 2-1

工 序	单件产品生产时间(分钟)			工序加工能力 (分钟/天)
	第一种产品	第二种产品	第三种产品	
1	1	2	1	430
2	3	0	2	460
3	1	4	0	420
利润(元/件)	3	2	5	

试问:为使日总利润最大,该企业这三种产品的日产量各应为多少?

分析:设 x_1, x_2 和 x_3 是第一、第二和第三种产品每天生产的件数。假定所有产品都能销售出去,则每天的利润 $z=3x_1+2x_2+5x_3$ 。

这个问题的约束条件要保证生产所有产品所需要的总加工时间不超过每道工序的每天加工能力,这可表示为

第一道工序: $1x_1+2x_2+1x_3\leqslant 430$
第二道工序: $3x_1+0x_2+2x_3\leqslant 460$
第三道工序: $1x_1+4x_2+0x_3\leqslant 420$

因为产量取负数时将无意义,所以要加上非负约束条件 $x_1\geqslant 0,x_2\geqslant 0$ 和 $x_3\geqslant 0$ 。
可以把该问题概括表示为如下数学模型:

$$\begin{aligned} \max z &= 3x_1+2x_2+5x_3 \\ \text{s. t. } &\begin{cases} x_1+2x_2+x_3\leqslant 430 \\ 3x_1+2x_3\leqslant 460 \\ x_1+4x_2\leqslant 420 \\ x_1,x_2,x_3\geqslant 0 \end{cases} \end{aligned}$$

例 2-2 (饲料混合问题)

假定养鸡场每天需要的混合饲料的批量是 100 千克,这些饲料必须包含:

- (1)至少 0.8%但不超过 1.2%的钙;
- (2)至少 22%的蛋白质;
- (3)最多 5%的粗纤维。

假定主要的配料包括石灰石、谷物和大豆粉,这些配料的营养成分汇总如表 2-2 所示:

表 2-2

配 料	每千克配料中的含量			每千克成本(元)
	钙	蛋白质	粗纤维	
石灰石	0.380	0.00	0.00	0.016 4
谷 物	0.001	0.09	0.02	0.046 3
大豆粉	0.002	0.50	0.008	0.125 0

设 x_1,x_2 和 x_3 是 100 千克混合饲料所用的石灰石、谷物和大豆粉数量,于是数学模型为:

$$\begin{aligned} \min z &= 0.016\ 4x_1+0.046\ 3x_2+0.125\ 0x_3 \\ \text{s. t. } &\begin{cases} x_1+x_2+x_3=100 \\ 0.380x_1+0.001x_2+0.002x_3\leqslant 0.012\times 100 \\ 0.380x_1+0.001x_2+0.002x_3\geqslant 0.008\times 100 \\ 0.09x_2+0.50x_3\geqslant 0.22\times 100 \\ 0.02x_2+0.008x_3\leqslant 0.05\times 100 \\ x_1,x_2,x_3\geqslant 0 \end{cases} \end{aligned}$$