



# 数学奥赛

# 天天练

HUXUE.....

【最新版】

持续畅销了10年的教辅精品改版啦!

●主编 徐礼华 徐彪

小学 4 年级



南京大学出版社

# 数学奥赛

# 天天练

【最新版】

主编 徐礼华 徐 虹

小学 4 年级



南京大学出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

数学奥赛天天练：最新版·小学四年级 / 徐礼华，  
徐彪主编。—3 版。—南京：南京大学出版社，2011.4  
ISBN 978 - 7 - 305 - 08205 - 4

I. ①数… II. ①徐… ②徐 III. ①小学数学课—  
习题集 IV. ①G624, 505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 036029 号

出版发行 南京大学出版社  
社 址 南京市汉口路 22 号 邮 编 210093  
网 址 <http://www.NjupCo.com>  
出 版 人 左 健  
书 名 数学奥赛天天练(最新版)·小学 4 年级  
主 编 徐礼华 徐 彪  
责 任 编辑 孟庆生 编辑热线 025 - 83686308  
照 排 南京南琳图文制作有限公司  
印 刷 赣榆县赣中印刷有限公司  
开 本 787×1092 1/16 印张 8.5 字数 185 千  
版 次 2011 年 4 月第 3 版 2011 年 4 月第 1 次印刷  
ISBN 978 - 7 - 305 - 08205 - 4  
定 价 13.80 元  
发 行 热 线 025 - 83594756 83686452  
电 子 邮 箱 Press@NjupCo.com  
Sales@NjupCo.com(市场部)

---

• 版权所有，侵权必究  
• 凡购买南大版图书，如有印装质量问题，请与所购  
图书销售部门联系调换

声明：本社正版图书已贴有防伪标签，欢迎拨打免费电话查询  
如未贴防伪标签的系盗版图书，欢迎举报！

# 第三版修订说明

《数学奥赛天天练》自2001年出版以来，深受广大学生、家长和教师的喜爱，不少家长选择本书给孩子自学或与孩子共同探讨解题方法；也有许多学校或辅导班把本书作为奥数辅导教材，进行系统训练，提高了广大学生学习数学的兴趣和解题能力。面对读者众多的好评和热情的反馈，我们由衷地感到欣慰，并表示诚挚的感谢。本丛书出版以来曾经历多次小规模的修订，销量经久不衰，在全国同类图书销售市场中闻名遐迩，已成为南京大学出版社教辅读物中的一个优秀品牌。

为了使这套丛书更加符合义务教育课程标准和实验教科书的教学理念，贴近教学内容，我们与时俱进，再次对本丛书进行了一次全面修订。《数学奥赛天天练》（最新版）在保持框架结构和总量不变、不增加学生过重负担的前提下，删去了那些陈旧、偏难的内容，增加了一些新鲜的、现实的、有趣的、富有探索性的内容，以适应新时期培养学生的思维能力、创新能力和实践能力的需要。

《数学奥赛天天练》（最新版）与现行小学数学教材同步，内容更加贴近教材，贴近实际生活，使不同年级学生在掌握数学知识的基础上提高和深化。本丛书更加注重联系社会生活实际，题型具有探索性、思考性、开放性和趣味性。

《数学奥赛天天练》（最新版）题目由易到难，层次清楚，非常便于自学。每一专题安排三天自学和练习，第一天自学“专题精析”、“基础提炼”，并做两道模仿训练题；第二天做两道巩固训练题；第三天做两道拓展提高题，做到天天学，天天练。

欢迎广大小读者和广大教师、家长在使用过程中把你们的批评、建议及时告诉我们，以便我们今后把这套丛书修改得更精更好，更加适应学生的需要。

编者

## 编 委 会

主任 谢 峰 谢梅娣 皋 峰

副主任 李开怀 张振强 黄国华 刘 莉 朱志强

委员 潘慰高 徐礼华 张志远 王 强 周 凯

许国涛 李淑珍 陈清雅 赵 玲 孙小燕

丁学文 徐宏伟 赵 帆 李爱平 金 涛

李开怀 张振强 朱志强 刘 莉 黄国华

聂玉芹 顾一芹 李明霞 许小琳 陈 静

皋学律 陈 宁 戴启明 肖建平 黄伟忠

盛 开 江卫红 孙有理 许文强 顾晓东

丛书主编 陈 静 秦铭荣

本书主编 徐礼华 徐 虹

本书副主编 盛文玲 徐 帆 王学金

编 者 毛文慧 董 理 冒富强 廖秋雯 肖 玲

钱 强 陆顺章 张裕昌 陈冬冬 向 东

荣明霞



# 目录

第 1 专题	找规律巧填数	1
第 2 专题	破译算式谜	3
第 3 专题	文字算式谜	5
第 4 专题	等差数列	7
第 5 专题	等差数列求和	9
第 6 专题	平均数问题	11
第 7 专题	和倍问题	13
第 8 专题	差倍问题	15
第 9 专题	和差问题	17
第 10 专题	复杂的倍数问题	19
第 11 专题	简单的年龄问题	21
第 12 专题	较复杂的年龄问题	23
第 13 专题	加、减法中的简便运算	25
第 14 专题	乘、除法中的简便运算	27
第 15 专题	寻找规律巧计算	29
第 16 专题	加法原理	31
第 17 专题	乘法原理	33
第 18 专题	两种原理的综合运用	35
第 19 专题	归一问题	37
第 20 专题	归总应用题	39
第 21 专题	合理分析应用题	41
第 22 专题	数字与数位的奥秘	43
第 23 专题	数字趣题	45
第 24 专题	数阵图	47
第 25 专题	巧填幻方	49

<b>第 26 专题</b>	容斥原理	51
<b>第 27 专题</b>	最佳对策	53
<b>第 28 专题</b>	合理安排	55
<b>第 29 专题</b>	长方形和正方形的周长	57
<b>第 30 专题</b>	长方形和正方形的面积	59
<b>第 31 专题</b>	格点与面积	61
<b>第 32 专题</b>	剪剪拼拼	63
<b>第 33 专题</b>	带余除法	65
<b>第 34 专题</b>	周期问题	67
<b>第 35 专题</b>	观察与尝试	69
<b>第 36 专题</b>	操作题	71
<b>第 37 专题</b>	错中求解	73
<b>第 38 专题</b>	奇、偶分析	75
<b>第 39 专题</b>	时钟问题	77
<b>第 40 专题</b>	推算时间	79
<b>第 41 专题</b>	合理购物	81
<b>第 42 专题</b>	还原与倒推	83
<b>第 43 专题</b>	列表倒推	85
<b>第 44 专题</b>	盈亏与比较	87
<b>第 45 专题</b>	先转化再比较	89
<b>第 46 专题</b>	鸡、兔同笼与假设	91
<b>第 47 专题</b>	巧假设,妙解题	93
<b>第 48 专题</b>	对应推理	95
<b>第 49 专题</b>	体育比赛中的推理	97
<b>第 50 专题</b>	真真假假	99
<b>第 51 专题</b>	抽屉原理	101
<b>第 52 专题</b>	可能性问题	103
<b>第 53 专题</b>	智巧问题	105
<b>第 54 专题</b>	一题多解	107
<b>第 55 专题</b>	开放性问题	109
<b>参考答案</b>		111

# 第1专题 找规律巧填数

**专题精析** 我们把按某种规律排列成的一列数叫做数列，数列中的每一个数都叫做这个数列的项。通过观察已知的项找出所给数列的规律，并依据规律填写所缺的数，就是按规律填数。

## 基础提炼

**例1** 找出下面数列的规律，并根据规律在括号里填出适当的数：

- (1) 1, 5, 11, 19, 29, ( ), 55;
- (2) 6, 1, 8, 3, 10, 5, 12, 7, ( ), ( ).

**解析** (1) 先计算相邻两数的差， $5 - 1 = 4$ ,  $11 - 5 = 6$ ,  $19 - 11 = 8$ ,  $29 - 19 = 10$ ，由此可以推知这些差依次为 4, 6, 8, 10, 12, 14。这样( )里的数应比 29 多 12，比 55 少 14，也就是说应该填 41。

(2) 仅从相邻的两个数难以看出这列数的排列规律，这时我们不妨隔着一个数来观察，就会发现原来这列数是由两列数复合而成的。第 1 列数是 6, 8, 10, 12, 14，每两个数的差是 2；第 2 列数是 1, 3, 5, 7, 9，每两个数的差也是 2，所以括号里应依次填 14 和 9。

**例2** 根据前 2 个三角形里 3 个数的关系，在第 3 个、第 4 个三角形的空格里应填几？



**解析** 先看第 1 个三角形里的 3 个数，试着判断它们之间存在着什么样的关系。可能的关系有  $6 \xrightarrow{\times 3} 18 \xrightarrow{-4} 14$ ;  $6 \xrightarrow{+12} 18, 6 \xrightarrow{+8} 14$ 。接着，再来看第 2 个三角形里三个数之间的关系依然符合  $5 \xrightarrow{\times 3} 15 \xrightarrow{-4} 11$ ，所以，第 3 个和第 4 个三角形可以填出：



## 模仿训练

**练习1** 在下面各数列中填入合适的数。

- (1) 9, 11, 15, 21, 29, ( ), 51
- (2) 3, 4, 5, 8, 7, 16, 9, 32, ( ), ( ).

( )

**练习2** 按规律在“？”处填数。

- (1)
 

8	9	16	13
6	4	5	8
7	18		
6	?		

  

32	
?	24
- (2)
 

4		
1	20	5

3		
2	36	6

  

5		
3	?	2

8		
7	56	?

**巩固训练**

**习题1** 按数列的规律在括号内填入合适的数:

$$(1) 1, 4, 9, 16, (\quad), (\quad);$$

$$(2) \frac{1}{1 \times 3}, \frac{2}{3 \times 5}, \frac{3}{5 \times 7}, \frac{4}{7 \times 9}, (\quad), (\quad).$$

$$\frac{6}{11 \times 13}.$$

**拓展提高**

**习题1** 从下边表格中各数排列的规律可以看出:(1)“☆”代表\_\_\_\_\_,“△”代表\_\_\_\_\_;(2)81排在第\_\_\_\_行第\_\_\_\_列。

1	3	7	13	21	31	△	
5	9	15	23	33			
11	17	25					
19	27						
29							
☆							

**习题2** 将8个数从左到右排成一行,从第三个数开始,每个数恰好等于它前面两个数的和。如果第7个数和第8个数分别是81,131,那么第一个数是多少?

**习题2** 在1,2两数之间,第一次写上3;第二次在1,3之间和3,2之间分别写上1,5,得到:

$$1 \quad 4 \quad 3 \quad 5 \quad 2.$$

以后每一次都在已写上的两个相邻数之间,再写上这两个相邻数之和。这样的过程共重复了8次,那么所有数的和是多少?

## 第2专题 破译算式谜

**专题精析** 算式谜是一种有趣的数学问题,它的特点是在算术运算的式子中,使一些数字或运算符号“残缺”,要我们根据运算法则,进行判断推理,从而把“残缺”的算式补充完整。研究和解决算式谜问题,有利于培养我们观察、分析、归纳、推理等思维能力。

### 基础提炼

**例1** 在下面算式的□里填上合适的数字,使算式成立:

**解析** 为了便于叙述,我们将各方格用字母代替。

第一步,由  $A1B \times 6$  的个位数为 0 及  $A1B \times C$  的个位数为 5 可知,  $B=5$ 。

第二步,由  $A45 \times 6 = 1DE0$  可知,  $A$  只能为 2 或

3. 但  $A$  为 3 时,  $345 \times 6 = 2070$ , 不可能等于  $1DE0$ , 不合题意, 故  $A=2$ .

第三步,由  $245 \times C = \square\square 5$  可知, 乘数十位上的  $C$  是小于 5 的奇数, 即  $C$  只可能是 1 或 3.

当  $C$  取 1 时,  $245 \times 16 < 8\square\square\square$ , 不合题意, 所以  $C$  不能取 1, 只能取 3, 故  $C=3$ .

这样,就可以填上所有的空格。

**例2** 在□里填上合适的数字,使算式成立。

$$\begin{array}{r} \boxed{\phantom{0}}\,\,\,\boxed{\phantom{0}} \\ \boxed{\phantom{0}}\,7 ) \,1\,4\,\boxed{\phantom{0}}\,\boxed{\phantom{0}} \\ \hline \boxed{\phantom{0}}\,\boxed{\phantom{0}}\,5 \\ \hline \boxed{\phantom{0}}\,\boxed{\phantom{0}} \\ \hline \boxed{\phantom{0}}\,\,1 \\ \hline 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \boxed{B}\,\,\,\boxed{C} \\ \boxed{A}\,7 ) \,1\,4\,\boxed{\phantom{0}}\,\boxed{\phantom{0}} \\ \hline \boxed{\phantom{0}}\,\boxed{\phantom{0}}\,5 \\ \hline \boxed{\phantom{0}}\,\boxed{\phantom{0}} \\ \hline \boxed{\phantom{0}}\,\,1 \\ \hline 0 \end{array}$$

**解析** 为了便于叙述,用字母表示部分的□。

设除数是  $\boxed{A}7$ , 商是  $\boxed{B}\boxed{C}$ . 由  $\boxed{A}7 \times C = \boxed{\phantom{0}}1$ , 可推得  $C$  是 3; 由  $\boxed{A}7 \times \boxed{B} = \boxed{\phantom{0}}\boxed{\phantom{0}}5$ , 可推得  $B$  是 5; 再由  $\boxed{A}7 \times 3$  的积是两位数,  $\boxed{A}7 \times 5$  的积是三位数, 可推得  $A$  只能是 2.

因此,除数是 27,商是 53,其他空格里的数就能一一填出。

### 模仿训练

**练习1** 在下面□内填入合适的数字。

$$\begin{array}{r} 8\,\boxed{\phantom{0}} \\ \times \,\boxed{\phantom{0}}\,\boxed{\phantom{0}} \\ \hline \boxed{\phantom{0}}\,\boxed{\phantom{0}} \\ \hline \boxed{\phantom{0}}\,\boxed{\phantom{0}}\,8 \end{array}$$

**练习2** 在下面算式的□内填入适当的数字,使算式成立。

$$\begin{array}{r} 3\,\boxed{\phantom{0}} \\ \boxed{\phantom{0}}\,\boxed{\phantom{0}}\,8\,\boxed{\phantom{0}}\,0 \\ \hline 7\,\boxed{\phantom{0}} \\ \hline 1\,\,\,\boxed{\phantom{0}}\,0 \\ \hline 1\,\,\,\boxed{\phantom{0}}\,0 \\ \hline 0 \end{array}$$

**巩固训练**

**习题1** 在下面算式的方框内填上合适的数字。

$$(1) \begin{array}{r} \boxed{\phantom{0}} 2 \boxed{\phantom{0}} \\ \times \quad \boxed{\phantom{0}} 7 \\ \hline 2 \quad 2 \boxed{\phantom{0}} 8 \\ \boxed{\phantom{0}} 6 \boxed{\phantom{0}} 0 \\ \hline 1 \quad \boxed{\phantom{0}} 4 \quad 6 \quad \boxed{\phantom{0}} \end{array}$$

$$(2) \begin{array}{r} \boxed{\phantom{0}} 2 \quad \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \\ \times \quad \boxed{\phantom{0}} 6 \\ \hline \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} 0 \quad 4 \\ \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} 7 \quad 0 \\ \hline \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \end{array}$$

**习题2** 在□内填上合适的数字。

$$(1) \begin{array}{r} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \\ \boxed{\phantom{0}} 6 ) 1 \quad 4 \quad \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \\ \quad \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} 8 \\ \hline \quad \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \\ \quad \boxed{\phantom{0}} 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$(2) \begin{array}{r} 8 \quad \boxed{\phantom{0}} \\ \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} ) \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \\ \quad \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \\ \hline \quad \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \\ \quad \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \\ \hline 0 \end{array}$$

**拓展提高**

**习题1** 在下面的□中填入合适的数字。

$$(1) \begin{array}{r} \boxed{\phantom{0}} 1 \boxed{\phantom{0}} \\ \times \quad 3 \quad \boxed{\phantom{0}} 2 \\ \hline \quad \boxed{\phantom{0}} 3 \quad \boxed{\phantom{0}} \\ 3 \quad \boxed{\phantom{0}} 2 \quad \boxed{\phantom{0}} \\ \boxed{\phantom{0}} 2 \quad \boxed{\phantom{0}} 5 \\ \hline 1 \quad \boxed{\phantom{0}} 8 \quad \boxed{\phantom{0}} 3 \quad \boxed{\phantom{0}} \end{array}$$

$$(2) \begin{array}{r} \boxed{\phantom{0}} \quad \boxed{\phantom{0}} \quad \boxed{\phantom{0}} \\ \boxed{\phantom{0}} 4 \quad \boxed{\phantom{0}} ) \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \\ \quad \boxed{\phantom{0}} \quad \boxed{\phantom{0}} 4 \\ \hline \quad \boxed{\phantom{0}} \quad \boxed{\phantom{0}} \quad \boxed{\phantom{0}} \\ \quad \boxed{\phantom{0}} \quad \boxed{\phantom{0}} 4 \\ \hline 4 \quad \boxed{\phantom{0}} \quad \boxed{\phantom{0}} \\ \quad \boxed{\phantom{0}} \quad \boxed{\phantom{0}} \quad \boxed{\phantom{0}} \\ \hline 0 \end{array}$$

**习题2** 某人洗衣服时,不小心把两个人卖同一种货的单据以及两人分钱的账单洗烂了。经细心拼凑,只能恢复成下面的样子,记账时他还记得第一个人卖的这种货比第二个人多,请根据这些条件恢复此账的本来面目。

(1) 卖出货物的重量; (2) 每千克价钱;

$$\begin{array}{r} \boxed{\phantom{0}} \\ + \quad \boxed{\phantom{0}} \\ \hline \quad \boxed{\phantom{0}} \end{array} \quad \begin{array}{r} \boxed{\phantom{0}} \quad \boxed{\phantom{0}} \\ \boxed{\phantom{0}} 7 ) \boxed{\phantom{0}} \quad \boxed{\phantom{0}} \quad \boxed{\phantom{0}} \\ \quad \boxed{\phantom{0}} \quad \boxed{\phantom{0}} \\ \hline \quad \boxed{\phantom{0}} \quad \boxed{\phantom{0}} \\ \quad \boxed{\phantom{0}} \quad \boxed{\phantom{0}} \\ \hline 0 \end{array}$$

(3) 第一个人的钱; (4) 第二个人的钱。

$$\begin{array}{r} \boxed{\phantom{0}} \quad \boxed{\phantom{0}} \\ \times \quad \boxed{\phantom{0}} \\ \hline \quad \boxed{\phantom{0}} \quad \boxed{\phantom{0}} \end{array} \quad \begin{array}{r} \boxed{\phantom{0}} \quad \boxed{\phantom{0}} \\ \times \quad \boxed{\phantom{0}} \\ \hline \quad \boxed{\phantom{0}} \quad \boxed{\phantom{0}} \end{array}$$

# 第3专题 文字算式谜



## 专题精析

除了前面讲到的算式中所缺的数用方框表示以外,还有的算式中所缺的数用文字或字母来表示。文字算式谜在解答时不但要运用前面所讲的方法,而且要注意在同一道题中相同的文字或字母表示同一个数字,不同的文字和字母就表示不同的数字。

## 基础提炼

**例1** 下面算式中不同的字母所代表的数字均不同,当这些字母代表什么数时,算式成立?

**解析** 这道题中有9个不同的字母,分别代表9个数字,比较复杂。遇到这样的题目,应先设法把被乘数、乘数求出来,后面一些字母就不用每个都去推算了。由于  $ABC \times C = BEA$ , 因此选择C和A作突破

口,根据  $C \times C$  的个位是A,而A,C不相同,得出C不等于0,1,5和6,C的取值范围是2,3,4,7,8,9,相应的A的取值范围是4,9,6,9,4,1。由于  $A \times C$ (加十位进上来的数后)等于B,即得数是一位数,所以,只有C=2,A=4满足条件。这样B=8或9,经过试验,B=9,E=8符合题意。所以,被乘数是492。

从乘积的十位上可看出,8加H的和的末位是4,故H=6。这样,D=3或8,而E=8,所以D=3,故乘数是32。再通过计算就能确定F,G,I所代表的数字了。

**例2** 确定下式中各汉字代表的数字,使算式成立:

**解析** 由于4与“克”的积为一位数“奥”,可推断:奥=8,克=2。

式子中又有:

$$4 \times 林 = 克 奥 = 28,$$

可知林=7。

式子中四×4=4,得出四=1。

这样,奥=8,林=7,四=1,克=2。

$$\begin{array}{r}
 A B C \\
 \times D C \\
 \hline
 B E A \\
 F A G H \\
 \hline
 F I G A A
 \end{array}$$

## ② 模仿训练

**练习1** 下面的竖式中不同的汉字代表不同的数字,相同的汉字代表相同的数字,当每个汉字各代表什么数字时,下面的竖式成立。

$$\begin{array}{r}
 \text{中} \quad \text{国} \quad \text{少} \quad \text{年} \\
 \times \qquad \qquad \qquad 9 \\
 \hline
 \text{年} \quad \text{少} \quad \text{国} \quad \text{中}
 \end{array}$$

**练习2** 如果A,B满足下面的算式,则A+B等于多少?

$$\begin{array}{r}
 A B \\
 \times B A \\
 \hline
 1 \ 1 \ 4 \\
 3 \ 0 \ 4 \\
 \hline
 3 \ 1 \ 5 \ 4
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 4 \ 9 \ 2 \\
 \times 3 \ 2 \\
 \hline
 9 \ 8 \ 4 \\
 1 \ 4 \ 7 \ 6 \\
 \hline
 1 \ 5 \ 7 \ 4 \ 4
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{克} \quad \text{四} \quad \text{林} \quad \text{奥} \\
 \times \qquad \qquad \qquad \qquad \\
 \hline
 \text{林} \\
 4 \\
 \hline
 3 \quad \text{四} \\
 \text{克} \quad \text{奥} \\
 \hline
 3 \quad \text{克} \\
 3 \quad \text{克} \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

**巩固训练**

**习题1** 下面算式中同一个汉字代表相同的数,不同的汉字代表不同的数.问每个汉字各代表什么数?

(1) 优优优优优优 $\div$ 学=学习再学习;

(2) 认认 $\times$ 真真=踏踏实实.

**拓展提高**

**习题1** 下面算式中的“数”、“学”、“俱”、“乐”、“部”这五个汉字各应代表什么数字?

1 数 学 俱 乐 部

$\times$  3

数 学 俱 乐 部 1

**习题2** 下式中不同的汉字代表不同的数字,“□”代表一个一位自然数.你知道每个汉字各代表多少吗?

$$\begin{array}{r} \text{开 放 的 中 国 盼 奥 运} \\ \times \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \square \\ \hline \text{盼 盼 盼 盼 盼 盼 盼 盼} \end{array}$$

**习题2** 下面的竖式中不同的字母代表0~9中不同的数字,求出它们使竖式成立的值.

$$\begin{array}{r} S E N D \\ + M O R E \\ \hline M O N E Y \end{array}$$

## 第4专题 等差数列

**专题精析** 若干个数排成一列称为数列, 数列中的每一个数称为一项, 其中第一项称为首项, 最后一项称为末项, 数列中数的个数称为项数。

从第二项开始, 后项与前项之差都相等的数列称为“等差数列”, 后项与前项的差称为公差, 例如:

$$1, 3, 5, 7, 9, \dots, 97, 99,$$

这是一个首项为 1, 末项为 99, 项数为 50, 公差为 2 的等差数列。

记住等差数列中的一些公式, 对于我们解题是很有帮助的。

通项公式: 第  $n$  项 = 首项 + (项数  $n-1$ ) × 公差。

项数公式: 项数 = (末项 - 首项) ÷ 公差 + 1。

### 基础提炼

**例 1** 在数列 7, 10, 13, 16, … 中, 第 907 个数是多少? “907”是第几个数?

**解析** 这个等差数列的首项是 7, 公差是  $10 - 7 = 3$ 。

利用通项公式求第 907 个数是多少?

$$7 + (907 - 1) \times 3 = 2725.$$

再利用求项数公式求“907”是其中第几个数。

$$(907 - 7) \div 3 + 1 = 301.$$

**注:** 等差数列中首项用  $a_1$  表示, 第  $n$  项用  $a_n$  表示, 项数用  $n$  表示, 公差用  $d$  表示。

**例 2** 如果一个等差数列的第 4 项为 21, 第 6 项为 33, 求它的第 8 项。

**解析** 方法一: 要求第 8 项, 必须知道首项和公差。因为  $a_4 = a_1 + 3 \times d$ , 又  $a_4 = 21$ , 所以  $a_1 = 21 - 3 \times d$ 。又因为  $a_6 = a_1 + 5 \times d$ , 又  $a_6 = 33$ , 所以  $a_1 = 33 - 5 \times d$ 。所以,  $21 - 3 \times d = 33 - 5 \times d$ ,  $d = 6$ ,  $a_1 = 21 - 3 \times d = 21 - 3 \times 6 = 3$ 。

$$a_8 = 3 + (8 - 1) \times 6 = 45.$$

方法二: 第 8 项比第 6 项多 2 个公差, 第 6 项又比第 4 项多 2 个公差, 所以,  $33 - 21 = 12$  相当于 2 个公差, 第 8 项应该用第 6 项的 33 再加上 2 个公差。

$$a_8 = 33 + (33 - 21) = 45.$$

### 模仿训练

**练习 1** 已知等差数列 1, 6, 11, 16, …

- (1) 它的第 20 项是多少?
- (2) 141 是它的第几项?

**练习 2** 如果一个等差数列的第 5 项是 19, 第 8 项是 61, 求它的第 11 项。

**巩固训练**

**习题 1** 有一列数: 1, 5, 9, 13, 17, 21, ...

- (1) 它的第 1000 个数是几?
- (2) 4921 是它的第几项?

**拓展提高**

**习题 1** 下面的算式是按一定规律排列的, 那么, 第 100 个算式的得数是多少?

$$4+2, \quad 5+8, \quad 6+14, \quad 7+20, \dots$$

**习题 2** 一只小虫沿笔直的树干跳着往上行, 每跳一次都比上一次升高 4 厘米。它从离地面 10 厘米处开始跳, 如果把这一处称为小虫的第一落脚点, 那么它的第 100 个落脚点正好是树梢, 这棵树高多少厘米?

**习题 2** 在 124 和 245 之间插入 10 个数以后, 使它成为一个等差数列。这 10 个数中, 最小是几? 最大是几?

## 第5专题 等差数列求和



**专题精析** 对于等差数列，我们还要学会求数列中所有数的和。等差数列求和的公式是：

数列和 = (首项 + 末项) × 项数 ÷ 2。

从公式中可以看出，要求数列的和必须知道首项、末项和项数，所以除了要利用这个公式以外，有时还要运用通项公式和求项数公式。



### 基础提炼

**例1** 计算  $2+5+8+\cdots+98$ 。

**解析** 在专题精析中已经提到了等差数列求和的公式，在这道题中，首项和末项都知道了，还缺少一个项数，所以要先求出项数，再求和。

$$\text{项数} = (98 - 2) \div 3 + 1 = 33,$$

$$\begin{aligned} & 2+5+8+\cdots+98 \\ & =(2+98) \times 33 \div 2 \\ & =100 \times 33 \div 2 \\ & =3300 \div 2 \\ & =1650. \end{aligned}$$

**例2** 求所有被7除余数是1的三位数的和。

**解析** 首先应分析一下被7除余数是1的三位数是哪些数。被7除没有余数的最小三位数是105，所以被7除余数是1的三位数中最小的是106，第二个是113，第三个是120，…而被7除余数是1的最大三位数是995。这样的三位数前后两数差都是7，因此它们构成一个等差数列，故可以利用等差数列求和公式求和。当然先要求项数。

所求的三位数的和是  $106+113+120+\cdots+995$ 。

$$\begin{aligned} \text{项数} & =(995-106) \div 7 + 1 \\ & =128. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{和} & =(106+995) \times 128 \div 2 \\ & =70464. \end{aligned}$$

### ⑤ 模仿训练

**练习1** 计算：

- (1)  $1+2+3+\cdots+76+77+78$ ；
- (2)  $1+3+5+\cdots+95+97+99$ 。

**练习2** 一辆双层公共汽车有78个座位，空车出发，第一站上一位乘客，第二站上两位乘客，第三站上三位乘客，依此类推，那么第几站以后车上坐满乘客？

**巩固训练**

**习题1** 求所有被5除余数是1的两位数的和.

**拓展提高**

**习题1** 一本书的页码从1~62,共有62页.小丽在把这本书所有页码数累加起来的时候,发现这本书有一张纸被撕掉了,她把其他页码加起来的和是1858.问被撕掉的这张纸上的页码是多少?

**习题2** 计算:

- (1)  $2000 - 3 - 6 - 9 - \dots - 51 - 54;$
- (2)  $(2 + 4 + 6 + \dots + 96 + 98 + 100) - (1 + 3 + 5 + \dots + 95 + 97 + 99).$

**习题2** 盒子里装着写有1,2,3,...,134,135的红色卡片各一张.从盒中任意摸出若干张卡片,并算出这若干张卡片上各数的和除以17的余数,再把这个余数写在另一张黄色卡片上放回盒内.经过若干次这样的操作后,盒内还剩下两张红色卡片和一张黄色卡片.已知这两张红色卡片上写的数分别是19和97,求那张黄色卡片上所写的数.