亚洲数学精英传

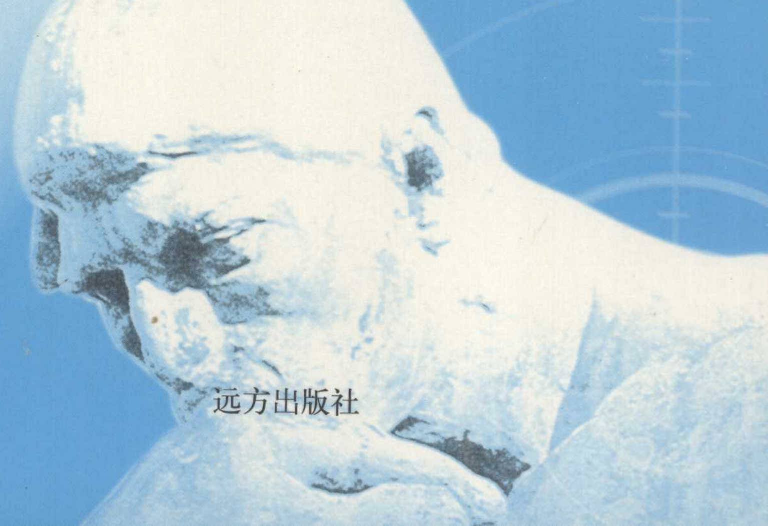
数学是美学的一个领域，能为许多醉心其中的人们提供对美感、愉悦和激动的体验。醉心其中的数学家也因而有了一颗美丽的心灵。

SHUXUE JINGYING

经典重读

唐明　等／主编

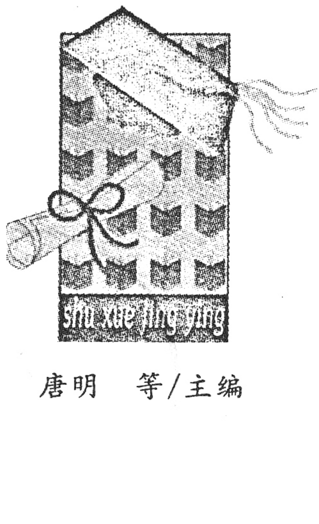
数学精英



远方出版社

经典重读·数 学 精 英

亚洲数学精英传



唐明 等/主编

远方出版社

责任编辑:王顺义
封面设计:杨　静

经典重读·数学精英

亚洲数学精英传

主　　编	唐明　等
出　　版	远方出版社
社　　址	呼和浩特市乌兰察布东路 666 号
邮　　编	010010
发　　行	新华书店
印　　刷	北京兴达印刷有限公司
版　　次	2005 年 1 月第 1 版
印　　次	2005 年 1 月第 1 次印刷
开　　本	850×1168　1/32
印　　张	760
字　　数	4980 千
印　　数	5000
标准书号	ISBN 7-80723-005-3/I·3
总 定 价	1680.00元
本册定价	20.00 元

序　言

有人说：数学是一种文化，同时也是一种标志人类文明程度的指标。数学不仅是一项单纯的工具，而且它本身就是极具魅力而又丰富多彩的。

生活在现在的人们应该已经感受到了数学给我们带来的种种惊喜，"数字化时代"也成为了一个妇孺皆知的新兴名词。数学大有为一种文化要素渗透到人们生活各个领域的汹涌势头。但这种意义上的数学，对于大多数人来说也许只是某种追随时代步伐的印证而已。而对于那些深入其中的人来说数学则具有了另外一种意义。

很多时候都是这样的，对于一件事物，由于深入的程度不同，就会有不同的心理体验。

一直以来都是数学的门外汉，眼中的数学是艰深而又枯燥的，毫无乐趣可言。可是自从去年看了那部火了半边天的《美丽心灵》后，竟然对数学和那些深入其中的人产生了极大的兴趣，很想知道这个令很多人都敬而远之的数学究竟是怎样的一种境界，那些深入其中的人对于数学又有着怎样不同的心理体验。

于是，抱着这样一个猎奇心理，翻开了《数学精英》这本书。书中汇集了若干数学精英的生平及其建树与见解。他们不仅是深入数学领域其中的人群，而且是获得了成功的为数不多的人群。他们对于数学的理解是深刻的，他们都拥有一颗数学的心灵。数学心灵究竟是怎样的心呢?

数学心灵是一个自由的心灵，可以抛却现实的束缚，去自由地探索，自由地创造。数学在一定程度上说是人类思维的自由创

造物，是人类意志的表达，反应极的意愿、深思熟虑的推理以及精美而完善的愿望。数学家发明了数学，数学为数学家们提供了一个自由发挥的舞台。著名数学家康托尔曾为数学作出了这样的说明：数学的本质在于它的自由。数学的自由本质又赋予了数学家们自由的心灵，数学家因数学而获得了自由的心灵。

数学家米尔诺在这本书中有这样一句话："对于数学研究，我最爱的东西是它的不受拘束的无政府状态！这里没有数学沙皇的饬令来告诉我们必须按什么方向工作，我们必须做什么。全世界成千上万的数学家们，每个人都沿着他或她自己的方向前进。"也许是这样的自由使得数学家们可以忘却外物的干扰，醉心于数学这个看似枯燥的领域而乐此不疲。

看罢此书，心中所藏的问题已经得到了答案。确实，数学为不同的人群展现出了不同的风采，对于数学家们而言，数学不仅是他们的事业，更是他们心的依托，数学赋予他们的不仅是外在的成功与荣誉，更多的是赋予了他们一颗自由美丽的数学心灵。

《数学精英》正好能从数学英才涌现的史实以及他们对数学诸领域的重要建树两个方面，展现数学发展的众多信息和特点。显然，这些信息及特点既可供数学史专家进行分析和总结，还可提供给数学教育界人士参考和研究，特别是对广大数学工作者将能带来启示和教益。

现今正处于21世纪的开始年代，我诚挚祝愿这部作品，将会为正在逐步走向数学强国的中国的年轻数学工作者们，带来宝贵的智慧和深刻的启示。

文　宇

2005.4.3于北京

目　　录

数学精英

阿耶波多

阿耶波多(Āryabhata I)公元 476 年生于印度拘苏摩补罗(Kusumapura);卒年不详。数学、天文学。

阿耶波多是迄今所知最早的印度数学家。他的出生地拘苏摩补罗距现今的巴特拉不远。巴特拉在当时叫华氏城(Pātaliputra),是一座有名的古城。释迦牟尼晚年曾行教至此。华氏城先后是孔雀王朝、笈多王朝的都城。公元 5 世纪初,即阿耶波多出生前近一个世纪,中国的高僧法显曾在该城的佛教寺院里从事学术活动。

阿耶波多在华氏城和拘苏摩补罗著书立说,属于拘苏摩补罗学派。他的主要著作有两本:一本是《阿耶波多历书》(Āryabha－tīya),成书于公元 499 年,另一本天算书已经失传。《阿耶波多历书》包括"天文表集"(Dasagītikā)、"算术"(Ganitapāda)、"时间的度量"(Kālakriyāpāda)、"球"(Golapāda)等部分。该书于公元 800 年左右被译成拉丁文,有较大的影响。《阿耶波多历书》曾被多次评注,特别是在南印度,许多学者对该书进行过深入的研究。

数学精英

阿耶波多对数学作出了多方面的贡献。其中 π 值、正弦表和一次不定方程的解法是他的最有代表性的成果。

在数学史上，π 值即圆周率的计算占有重要的地位。在某种程度上，它反映一个国家数学发展的水平。中国魏晋时期，刘徽运用“割圆术”求得 $314+\frac{64}{625}<\pi<3.14+\frac{169}{625}$. 按照《九章算术》方田章后面的注文，$\pi=\frac{3927}{1250}$，即 3.1416。但这一注文是否为刘徽所加，尚无定论。南北朝时，祖冲之求得 $3.1415926<\pi<3.1415927$，并得出两个重要的近似值：

约率 $\frac{22}{7}$，密率 $\frac{355}{113}$。约率 $\frac{22}{7}$ 早已为希腊数学家阿基米德(Archimedes)所知，他利用圆的外切与内接正 96 边形，曾算得 $3\frac{10}{71}<\pi<3\frac{1}{7}$。

除中国以外，关于 π 值为 3.1416 的记载，也见于阿耶波多的著作中。阿耶波多指出：“100 加 4 再乘 8，再加 62000，就得到直径是 20000 的圆周长近似值”。即 $\pi=\frac{104\times8+6200}{20000}=3.1416$。这个 π 值为后来的许多印度数学家所采用，婆什迦罗(Bhlskara Ⅱ)更把它写成 $\frac{3927}{1250}$。它究竟是阿耶波多自己独立地用几何方法求得的，还是

与中国的 $\pi=\frac{3927}{1250}$ 有某种师承关系，尚待进一步研究。

在三角学方面，阿耶波多以他制作的正弦表而闻名于世。希腊人托勒密(Ptolemy)早就制作过从 0°到 90°每隔半度的弦表，他把圆周分为 360 等份，每等份继续分为 60 小等份，另把半径分为 60 等份，对一给定圆弧，求对应弦半径的 $\frac{1}{60}$ 为长度单位来表示的长度。印度已失传的天文学著作《苏利耶历书》(Sūrya Sid—dhānta)中据说也载有正弦表，阿耶波多的正弦表很可能是在此表的基础上改进而成的。在制作过程中，他大概用了几何技巧和近似运算等数学知识。阿耶波多正弦表包含从 0°到 90°每隔 3°45′的正弦值，它比较过去希腊人的弦表，有两点明显的区别：其一，把圆周分为 360 等份，每份继续分为 60 小等份，半径 r 也同圆周一样度量。于是，从圆周长 $=360\times60=21600$ 分及圆周长 $=2\pi r$，得半径 $r=3437.746$。略去小数部分，取近似值得 $r=3438$。不再像希腊人那样，把圆周分为 360 份，而把半径另分为 60 份。阿耶波多默认曲线和直线可用同一单位度量，这无疑是一大进步。按照这种统一的度量法，即有 $\sin7°20'=449$，$\sin30°=1719$，等等。其二，阿耶波多是计算半弦(相当于现在的正弦线)而不是全弦的长，这也是与希腊人不同的。阿耶波多称半弦为 jiva，该词原意为猎人的弓弦。阿拉伯人将它译成 dschiba。后来又误成形状相

似的 dschaib，这个词的原意为胸膛、海湾或凹处。12 世纪时，它被蒂沃利（意大利中部，罗马之东）地方的柏拉图（Plato of Tivoli）意译成拉丁文 sinus，“正弦”一词即来源于此。

不定方程可以说是阿耶波多贡献最大的一个领域。他提出：如何决定一个整数 N，使 N 除以整数 a 余 r_1，除以整数 b 余 r_2，即 $N=ax+r_1=by+r_2$，或 $by-ax=c$，其中 $c=r_1-r_2$。通过研究这类问题，阿耶波多建立了求一次线性不定方程 $by-ax=c$（a，b，c 都是整数）的正整数通解的法则，并将此法则推广到解一次联立不定方程组。这项工作是走在当时世界前列的。阿耶波多的法则实际上就是辗转相除法。印度人称求解一次不定方程为库塔卡（Kuttaka），意思为碾细。阿耶波多开库塔卡的先河。按照他的学生婆什迦罗（Bhāskara Ⅰ）等人的解释，用现代数学语言表达，对 $by-ax=c$（Ⅰ），不妨设 a，b 互质。阿耶波多的解法如下：

作辗转除法，可得到一系列的商和余数：

$q, q_1, q_2, q_3, \cdots q_m, r_1, r_2, r_3, \cdots r_{m+1}$。

其中，$a=bq+r_1$，

$b=r_1q_1+r_2$，

$r_1=r_2q_2+r_3$，

$r_2=r_3q_3+r_4$，

……

$r_{m-2}=r_{m-1}q_{m-1}+r_m$,

$r_{m-1}=r_m q_m+r_{m+1}$。

以 $a=bq+r_1$ 代入方程(Ⅰ)中,可得 $by=(bq+r_1)x+c$。

故 $y=qx+y_1$,$by_1=r_1x+c$.(Ⅰ.1)

将 $b=r_1q_1+r_2$ 代入(Ⅰ.1)中,得 $x=q_2y_1+x_1$,$r_1x_1=r_2y_1-c$.(Ⅰ.2)

按上法运算下去,并把所得的式子排成两栏,有

(1) $y=qx+y_1$,	$by_1=r_1x+c$,(Ⅰ 1)
(2) $x=q_1y+x_1$,	$r_1x_1=r_2y_1-c$,(Ⅰ 2)
(3) $y_1=q_2x_1+y_2$,	$r_2y_2=r_3x_1+c$,(Ⅰ 3)
(4) $x_1=q_3y_2+x_2$,	$r_3x_2=r_4y_2-c$,(Ⅰ 4)
(5) $y_2=q_4x_2+y_3$,	$r_4x_3=r_5x_2+c$,(Ⅰ 5)
(6) $x_2=q_5y_3+x_3$,	$r_4x_3=r_6y_3-c$,(Ⅰ6)
……	……
(2n−1) $y_{n-1}=q_{2n-2}x_{n-1}+y_n$,	$r_{2n-2}y_n=r_{2n-1}x_{n-1}+c$,(Ⅰ 2n−1)
(2n) $x_{n-1}=q_{2n-1}y_n+x_n$,	$r_{2n-1}x_n=r_{2n}y_n-c$,(Ⅰ 2n)
(2n+1) $y_n=q_{2n}x_n+y_{n+1}$,	$r_{2n}y_{n+1}=r_{2n+1}x_n+c$.(Ⅰ 2n+1)

互除可以进行到 0,也可以进行到某一步为止。再分下列几种情况讨论:

(1)假定互除进行到 0,因为 a,b 互质,倒数第二个余数是 1。若序数是偶数,则有 $r_{2n}=1$,$r_{2n}+1=0$,$q_{2n}=r_{2n}-1$。式(Ⅰ.2n)和(Ⅰ.2n+1)分别为 $yn=q_{2n}x_n+c$,$y_{n+1}=c$。给 xn 以任一整数值 t,可得 y_n 的一整数值。

由(2_n)，又得到x_{n-1}的值，一步步往回推，最后可得到x，y的整数值；若序数是奇数，则可由式（Ⅰ.2n－1）和（Ⅰ.2n）等求解。

(2)假定互除在某一步停止。若序数是偶数，则有$r_{2n}y_{n+1}=r_{2n}+1x_n+c$，或$y_{n+1}=\frac{r_{2n+1}x_n+c}{r_{2n}}$。给$x_n$一个适当的整数值，使$y_{n+1}$也为整数。由$(2n+1)$，得yn的整数值。一步步往回推，可得x，y的整数值；若序数是奇数，则有$r_{2n-1}x_n=r_{2n}y_n-c$，或$x_n=\frac{r_{2n}y_n-c}{r_{2n}-1}$。令$y_n$为一适当的整数，使xn也为整数。由(2n)，得$x_{n-1}$的整数值。逆推可解出x，y的整数值。

显然，若$x=\alpha$，$y=\beta$是方程$by-ax=c$的最小整数解，则$x=bm+\alpha$，$y=am+\beta$（m为任意整数）也是方程的解，这就是方程的通解。

阿耶波多的法则，被他的学生婆什迦罗推广到解$by-ax=-c$，后来的印度数学家继续研究了这类不定方程问题，得到了其他一些结果。10世纪中，阿耶波多Ⅱ(Aryabhata Ⅱ)进一步改进了阿耶波多的法则，并指出运算可以简化及法则可能失效的情况。数百年来积累的这些成果，形成了印度数学中有名的库塔卡理论。

在世界古代数学史上，不定方程也受到中国、希腊等国学者的注意。中国古代数学名著《九章算术》讨论了不定方程组问题，并指出解法："如方程，以正负术入之"。

即按线性方程组来解。古希腊学者丢番图(Diophantus)因研究不定方程很有成就,以至后人把求整系数不定方程的整数解称为解"丢番图方程"。丢番图研究的主要是高次不定方程,他解方程时只限于正根,认为负根出现则表明方程不合理。解二次方程的时候,即使两个根都是正根,他也只取一根。希腊学者在这方面的缺陷,被阿耶波多及后来的印度数学家弥补了。

阿耶波多还有其他许多数学成果,例如印度的字母记数法,开平方、开立方法则,等等。他还引入了一些算术级数,它们在过去的印度典籍中没有发现过。但是,他关于求圆面积的公式显然取自早期的印度天算著作。对于半径为 r 的球的体积,阿耶波多误为 $\pi r^2\sqrt{\pi r^2}$,三棱锥的体积则误为底三角形的面积×高×$\frac{1}{2}$。

《阿耶波多历书》是印度第一部重要天算著作。在书中,阿耶波多运用他提出的数学方法,计算了黄道、白道的升交点和降交点的运动,讨论了日月五星的最迟点及其迟速运动,推算了日月食的发生时间,并像中国人那样去推算上元积年。他还提出过地球自转的先进思想,可惜未被后来的天文学家所承认。

阿耶波多在印度科学史上是有重要影响的人物,1975 年 4 月 19 日印度发射的第一颗人造卫星名为阿耶波多号,就是为了纪念他的。

婆罗摩笈多

婆罗摩笈多(Brahmagupta)约公元 598 年生，约 660 年卒。数学、天文学。

婆罗摩笈多是印度印多尔北部乌贾因地方人，原籍可能为现在巴基斯坦的信德。从他的姓名结构中含 gupta 推测，他属于吠舍氏的成员，即当时的平民阶层。婆罗摩笈多长期在乌贾因工作，这里是当时印度数学、天文学活动的三个中心之一。

婆罗摩笈多在 30 岁左右，编著了《婆罗摩修正体系》(Br1hma— sphuatasiddh1nta，公元 628 年)一书。该书用此名，是因为他修改和引用了印度最古老的天文学著作《婆罗摩体系》(Brāhmasiddh1nta)的内容。《婆罗摩修正体系》分为 24 章，其中《算术讲义》(Ganit1d'h1ya)和《不定方程讲义》(Kutakh1dyaka)两章是专论数学的，前者研究三角形、四边形、零和负数的算术运算规则、二次方程等；后者研究一阶和二阶不定方程。《婆罗摩修正体系》的其他各章是关于天文学研究的，也涉及到许多数学知识。

婆罗摩笈多的另一部著作《肯达克迪迦》(Khandakh1dyaka,音译),是天文学方面的名著。它包含8章,研究了行星的黄经,与周日运动有关的三个问题,月食、日食、星的偕日升落,以及行星的会合等。

婆罗摩笈多的这些著作在拉贾斯坦邦、古吉拉特邦、中央邦、北方邦、比哈尔、尼泊尔、潘贾婆(Panjab)和克什米尔等地受到广泛重视,许多学者对其进行过研究。

婆罗摩笈多的一些数学成就在世界数学史上有较高的地位,他提出了负数概念,用小点或小圈记在数字上面以表示负数,并给出负数的运算法则,如"两个正数之和为正数,两个负数之和为负数,一个正数和一个负数之和等于它们的差";"一个正数与一个负数的乘积为负数,两个负数的乘积为正数,两个正数的乘积为正数"等等。他的负数概念及其加减法法则,仅晚于中国(约公元1世纪成书的中国《九章算术》最早提出负数及其加减法运算的概念)而早于世界其他各国数学界;而他的负数乘除法法则,在全世界都是领先的。

婆罗摩笈多对数学的最突出贡献是解不定方程 $Nx^2+1=y^2$。在欧洲,这种方程曾在J.佩尔(Pell)的代数书中论及,后被L.欧拉(Euler)命名为佩尔方程。1767年,J.L拉格朗日(Lagrange)运用连分数理论,给出了该问题的完全的解答。事实上,婆罗摩笈多在公元628年便几乎完全解出了这种方程,只是当时不为欧洲人所知。

其后，婆罗摩笈多的解法又被婆什迦罗(Bhlskara)改进。

按照婆罗摩笈多的解法，令(α,β)和(α',β')分别为$Nx^2+K=y^2$和$Nx^2+K'=y^2$的一个解集，于是很容易变换为$Nx^2+KK'=y^2$的解$x=\alpha\beta'\pm\alpha'\beta, y=\beta\beta'\pm N\alpha\alpha'$，这被称为婆罗摩笈多引理。特别地，取$K=K'$，若$Na2+K=\beta2$，则有$x=2\alpha\beta, y=\beta^2+N\alpha^2$为$Nx^2+K^2=y^2$的解，故有$N(\frac{2\alpha\beta}{K})^2+1=(\frac{\beta^2+N\alpha^2}{K})^2$.

因此，$x=\frac{2\alpha\beta}{K}, y=\frac{\beta^2+N\alpha^2}{K}$为议程$Nx^2+1=y^2$的解。

若上述值为整数，便得到一整数解集：

(1)若$K=\pm1$，则上述值显然为整数。

(2)若$K=\pm2$，则有$x=\alpha\beta$(取正号)，$y=\frac{1}{2}(\beta^2+\beta^2-2)=\beta^2-1$。x和y为整数。

(3)若$K=4$，则$x=\frac{1}{2}\alpha\beta, y=\frac{1}{2}(\beta^2-2)$. 若a为偶数，则因$Na^2+4=\beta^2$，β也为偶数。故此为方程的一对整数解。若a为奇数，应用婆罗摩笈多引理，可得

$$x=\frac{1}{2}\alpha(\beta^2-1), y=\frac{1}{2}\beta(\beta^2-3)。$$

若β为奇数，则x，y皆为整数；若β为偶数，x，y也是整数。

(4)若$K=-4$，按上述过程

$$N(\frac{1}{2}\alpha\beta)^2+1=\{\frac{1}{2}(\beta^2+2)\}^2。$$