锦囊妙解

创新导学专题

初中数学2

丛书主编　司马文　曹瑞彬
丛书副主编　冯小秋　钟志健
本册主编　肖亚东

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

锦囊妙解

创新导学专题

[redacted]

初中数学2

丛书主编　司马文　曹瑞彬

丛书副主编　冯小秋　钟志[illegible]

执行主编　江　海

本册主编　肖亚东

编　　者　万强华　孙志明　许学龙　曹建峰　毛金才　李庆春　周志祥
朱燕卫　金尤国　胡志彬　丁锁勤　钱　勇　吴志山　何福林
沈桂彬　李小慧　朱时来　王春和　周拥军　王新祝　李家亮
丁　勇　肖亚东　吴淑群　张季锋　李金光

机械工业出版社

CHINA MACHINE PRESS

图书在版编目(CIP)数据

锦囊妙解创新导学专题.初中数学2/司马文,曹瑞彬丛书主编;肖亚东本册主编.—北京:机械工业出版社,2010.10(2010.11重印)

ISBN 978-7-111-31913-9

Ⅰ.①锦… Ⅱ.①司… ②曹… ③肖… Ⅲ.①数学课—初中—教学参考资料 Ⅳ.①G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第180879号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

策划编辑:石晓芬 责任编辑:张若宸

责任印制:李 妍

唐山丰电印务有限公司印刷

2010年11月第1版第2次印刷

169mm×228mm·21印张·534千字

标准书号:ISBN 978-7-111-31913-9

定价:28.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务 网络服务

社服务中心:(010)88361066 门户网:http://www.cmpbook.com

销售一部:(010)68326294 教材网:http://www.cmpedu.com

销售二部:(010)88379649

读者服务部:(010)68993821

前言

锦囊妙解丛书面世多年，备受广大读者厚爱，在此深表感谢。为了对得起广大读者的信任，对得起自己的职业良心，我们密切关注课程改革的新动向，在原有基础上，精益求精，反复修订，使得锦囊妙解丛书与时俱进、永葆青春。目前奉献给读者的《锦囊妙解创新导学专题》丛书，力求凸显创新素质的培养，力求知识讲解创新、选择试题创新，剖析思路创新，从而力求让学生阅读后，能更透彻、迅速地明晰重点、难点，在掌握基本的解题思路和方法的基础上，举一反三、触类旁通，全面提升学生的创新素质，在学习、应试中得心应手、应付裕如。

本丛书以每个知识点为讲解元素，结合“课标解读”、“知识清单”、“易错清单”、“点击中考”等栏目设计，突出教材中的重点和难点，并将中考例题的常考点、易错点进行横竖梳理，多侧面、多层次、全方位加以涵盖，使分散的知识点凝聚成团，形成纵横知识网络，有利于学生的记忆、理解、掌握、类比、拓展和迁移，并转化为实际解题能力。

本丛书取材广泛，视野开阔，吸取了众多参考书的长处及全国各地教学科研的新思路、新经验和新成果。选例新颖典型，难度贴近中考实际。讲解完备，就某一专题进行集中、全面的剖析，对知识点的讲解自然而细致。一些问题及例题、习题后的特殊点评标识，能使学生对本专题的知识掌握起来难度更小，更易于理解，从而达到举一反三、触类旁通的功效。

本丛书以“新课程标准”为纲，以“考试说明”与近年考卷中体现的中考命题思路为导向，起点低、落点准，重点难点诠释明了，中考关键热点突出，专题集中，能很好地培养学生思维的严谨性、解题的灵活性、表达的规范性。

古人云：授人以鱼，只供一饭之需；授人以渔，则一生受用无穷。让学生掌握“捕鱼之术”，其实就是创新教育的主要目标。本丛书策划者、编写者以此为共识，精诚合作，千锤百炼，希望本丛书不但能帮助你学到知识，掌握知识，而且能掌握其学习方法，养成创新意识，增强创新能力，那将能让你终身受益。

司马文

曹瑞彬

目录

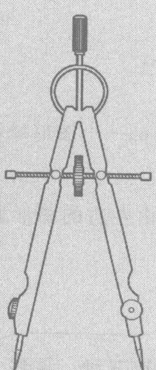
目录

第十一章

全等三角形

第一讲　全等三角形

课标解读



【知识与技能】

(1)了解全等三角形的概念,掌握全等三角形的性质;

(2)掌握怎样找出全等三角形的对应元素的方法.

【过程与方法】

经历观察、探索、归纳,发现全等三角形的性质的过程,培养利用数学概念进行判断推理的能力和数形结合,辩证逻辑思维的能力.

【情感、态度与价值观】

通过全等三角形的性质的学习,为后面学习四边形的性质打下了基础,充分体现了研究问题的一般方法是从特殊到一般,由简到繁的过程,充分展示了事物之间的辩证统一关系.

【重点】

让学生理解全等三角形的概念和性质.

【难点】

全等三角形的性质及性质的应用.

知识清单

知识点 1

能够完全重合的两个图形叫做全等形.

注意问题

1.两个全等形的形状、大小完全相同，与它们所处的位置没有关系.

2.两个全等形能够互相重合.

例1 如图 11-1-1 所示，各图中的两个图形是全等形的是 ( )

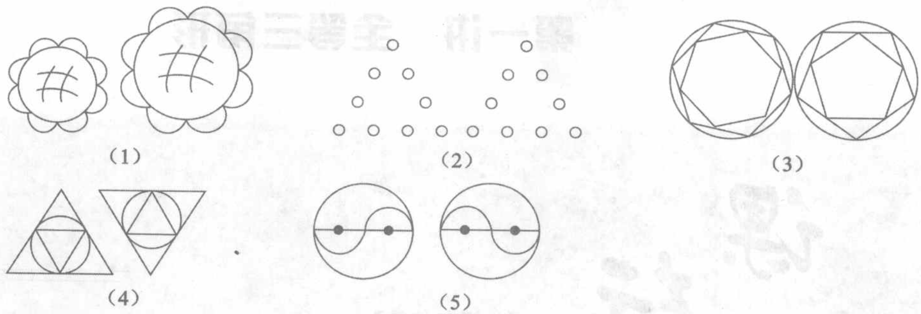


图 11-1-1

【解析】图(1)中两个图形大小不同，不能重合，故不是全等形；

图(2)中左边的图形向右平移后可与右边的图形重合，故是全等形；

图(3)中两个图形不同，不能重合，故不是全等形；

图(4)中左边的图形旋转后可与右边的图形重合，故是全等形；

图(5)中左边的图形向右翻折后可与右边的图形重合，故是全等形；

【答案】(2)(4)(5).

点评 本题主要考查对全等形概念的理解.其关键是看两个图形中的一个图形经过平移、旋转、翻折后，能否与另一个图形重合.

巩固练习：如图 11-1-2 所示的两个全等形，右边的图形可以由左边的图形通过下面的哪一种变换得到？(1)平移；(2)旋转；(3)翻折.

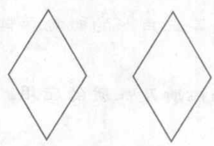


图 11-1-2

全等变换有三种：平移、旋转、翻折.

【答案】(1)(2)(3).

知识点 2

能够完全重合的两个三角形叫做全等三角形.

把两个全等的三角形重合到一起，重合的顶点叫做对应顶点；重合的边叫做对应边；重合的角叫做对应角.

注意问题

要区分清楚，不能混淆哦！

1. 注意区分对应边与对边、对应角与对角.

对应边、对应角是在三角形全等的前提下产生的，分别在两个三角形中，是能够重合的边或角；对边是在同一个三角形中相对于某一个角而言的，是三角形中与这个角相对的一条边；对角是在同一个三角形中相对于某一条边而言的，是三角形中与这条边相对的一个角.

2. 全等三角形的表示方法："全等"用"≌"表示，读做"全等于".

如图 11-1-3 所示，如果$\triangle ABC$与$\triangle A'B'C'$全等，则可表示为$\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$. 这里点 A 与点 A'，点 B 与点 B'，点 C 与点 C'是对应点，AB 与 $A'B'$，BC 与 $B'C'$，AC 与 $A'C'$ 是对应边，$\angle A$ 与$\angle A'$，$\angle B$ 与$\angle B'$，$\angle C$ 与$\angle C'$是对应角.

使用全等符号表示三角形全等时，对应的字母写在对应的位置上，要养成这种习惯.

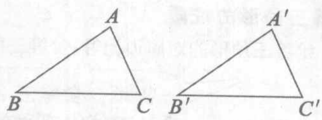


图 11-1-3

3. 寻找两个全等三角形的对应元素(即对应角、对应边)的方法：

(1)在两个三角形中，相等的边是对应边，相等的角是对应角；

(2)在两个三角形中，长边对长边，短边对短边；大角对大角，小角对小角；

(3)全等三角形对应角的对边是对应边，两个对应角所夹的边也是对应边；

(4)全等三角形对应边的对角是对应角，两条对应边所夹的角也是对应角；

(5)通过分析图形的全等变换方式来确定对应关系，图形全等变换的一般形式有三种：①翻折；②平移；③旋转.

例2 如图 11-1-4 所示，已知$\triangle ABC \cong \triangle DBC$，$AC$ 与 DC 是对应边，指出对应角和另外两组对应边.

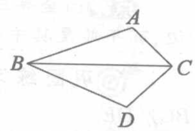


图 11-1-4

【解析】 BC 是公共边，所以 BC 与 BC 是对应边；由于 $AC=DC$，AC 与 DC 是对应边，剩下的 AB 与 DB 也是对应边.

对应边 AC 与 DC 所对的$\angle ABC$、$\angle DBC$ 是对应角；同样可得其他两组对应角.

【答案】 对应角是：$\angle ABC$ 与$\angle DBC$，$\angle A$ 与$\angle D$，$\angle ACB$ 与$\angle DCB$. 对应边是：AB 与 DB，BC 与 BC.

点评 (1)两个全等三角形的公共边是对应边. 一般地，两个全等三角形中相等的边是对应边.

(2)由于全等三角形的对应顶点一般都应写在对应的位置上，所以只要根据已知条件$\triangle ABC \cong \triangle DBC$就可以知道点 A 与点 D 是对应点，点 B 与点 B 是对应点，点 C 与点 C 是对应点，因此，要指出两个三角形的对应角或对应边只要将对应的字母写在对应的位置上即可.

巩固练习： 已知：如图 11-1-5 所示，$\triangle ABE \cong \triangle ACD$，$\angle B$ 与$\angle C$ 是对应角，指出对应边和另外两组对应角.

【解析】 $\angle BAE$ 与$\angle CAD$ 是公共角，所以$\angle BAE$ 与$\angle CAD$ 是对应角；

由于$\angle B$与$\angle C$是对应角，所以两个三角形剩下的一对角是对应角.

两个三角形中$\angle BAE$与$\angle CAD$所对的边BE，CD是对应边；

同理，AB与AC，AE与AD也是对应边.

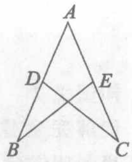


图 11-1-5

【答案】对应边是：BE与CD，AB与AC，AE与AD；对应角是：$\angle A$与$\angle A$，$\angle AEB$与$\angle ADC$.

点评（1）两个全等三角形的公共角是对应角.一般地，两个全等三角形中相等的角是对应角.

（2）本题也可利用全等三角形符号记法的特殊性找到对应顶点，从而写出对应边、对应角.

知识点 3

全等三角形的性质

全等三角形的对应边相等；全等三角形的对应角相等.

一般地，全等三角形只用来证明线段或角相等.

注意问题

1.全等三角形的性质可用来证明两条线段相等或两个角相等.因此，证明线段相等或角相等时，可考虑利用全等三角形的性质.

2.全等三角形的周长相等，面积也相等.

例3 已知：如图 11-1-6 所示，$\triangle ABC \cong \triangle DEF$，$B$，$E$，$C$，$F$在同一条直线上.求证：$BE=CF$.

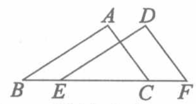


图 11-1-6

【解析】由三角形全等可以得到对应边相等，但BE、CF并不是两个全等三角形的边，因而不能直接由三角形全等得到$BE=CF$，应该通过$BC=EF$转化而来.

【答案】$\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$，（已知）

$\therefore BC=EF$.（全等三角形的对应边相等）

$\therefore BC-EC=EF-EC$，即$BE=CF$.

点评由全等三角形可以直接得到线段相等，但这种线段必须是三角形的边，而不能是其中一部分.

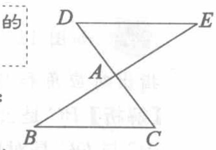


图 11-1-7

巩固练习：已知：如图 11-1-7 所示，$\triangle ABC \cong \triangle AED$.求证：$BC \parallel DE$.

【解析】要证明$BC \parallel DE$，可先证明$\angle B=\angle E$或$\angle C=\angle D$.这可以通过已知条件得到.

【答案】$\because \triangle ABC \cong \triangle AED$，（已知）

$\therefore \angle B=\angle E$，（全等三角形对应角相等）

$\therefore BC \parallel DE$.（内错角相等，两直线平行）

能力提升

例4 如图 11-1-8 所示，$\triangle ABE$和$\triangle ADC$是$\triangle ABC$分别沿着AB，AC边翻折$180°$形成的.若$\angle 1:\angle 2:\angle 3=28:5:3$，则$\angle \alpha=$________.

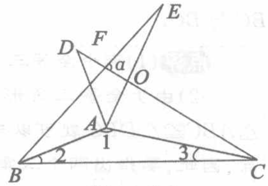


图 11-1-8

【解析】由$\angle 1:\angle 2:\angle 3=28:5:3$，及三角形内角和是$180°$，可得$\angle 2=25°$，$\angle 3=15°$.由已知得，$\triangle ABE \cong \triangle ADC \cong \triangle ABC$，从而$\angle FBA=\angle 2=25°$，$\angle DCA=\angle 3=15°$，

$\angle EFC$是$\triangle FBC$的外角，由外角的性质可求得$\angle\alpha$.

【答案】 $80°$.

例5 如图 11-1-9 所示，$\triangle ABC$是等边三角形，你能把它分成 2 个全等三角形吗？能分成 3 个全等三角形吗？能分成 4 个全等三角形吗？能分成 6 个全等三角形吗？若能，请画图说明.

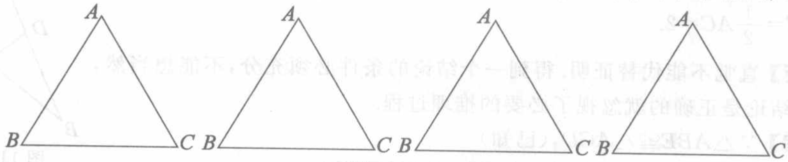


图 11-1-9

【解析】 本题是操作题，可利用三角形纸片进行折叠，从而得出结论.

【答案】 能，如图 11-1-10 所示.

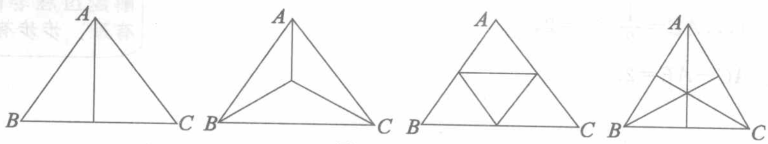


图 11-1-10

易错清单

易错点 1：

对全等三角形的性质理解不够透彻，急于求成，忽略重要步骤.

例1 如图 11-1-11 所示，已知：$\triangle ABE\cong\triangle ACD$. 求证：$\angle BAD=\angle CAE$.

【错解】 $\because\triangle ABE\cong\triangle ACD$,（已知）

$\therefore\angle BAD=\angle CAE$.（全等三角形的对应角相等）

【解析】 本题中的$\angle BAD$与$\angle CAE$并不是全等三角形的对应角，因而不能由三角形全等得到，应该通过$\angle BAE=\angle CAD$转化而来. 由全等三角形可以直接得到角相等，但这种角必须是三角形的内角，而不能是其中一部分.

【答案】 $\because\triangle ABE\cong\triangle ACD$,（已知）

$\therefore\angle BAE=\angle CAD$.（全等三角形的对应角相等）

$\therefore\angle BAE-\angle DAE=\angle CAD-\angle DAE$，即$\angle BAD=\angle CAE$.

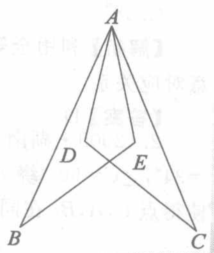


图 11-1-11

易错点 2：

不看题目条件，凭直觉解题. 用符号表示三角形全等时没有将对应的字母写在对应的位置上，或不能正确识别全等三角形的对应边和对应角.

例2 已知：如图 11-1-12 所示，$\triangle ABE \cong \triangle ACD$，$AC=4$，$D$ 为 AB 中点，求 CE 的长.

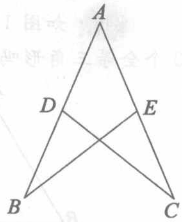


图 11-1-12

【错解】$\because D$ 为 AB 的中点，

$\therefore E$ 为 AC 的中点.

$\therefore CE=\frac{1}{2}AC=2$.

【解析】直觉不能代替证明. 得到一个结论的条件必须充分，不能想当然，不能因为结论是正确的就忽视了必要的推理过程.

【答案】$\because \triangle ABE \cong \triangle ACD$，(已知)

$\therefore AB=AC$，$AE=AD$，(全等三角形的对应边相等)

$\because D$ 为 AB 的中点，$\therefore AD=\frac{1}{2}AB$，$\therefore AE=\frac{1}{2}AC$.

$\because AC=4$，$\therefore AE=\frac{1}{2}\times 4=2$，

$\therefore CE=AC-AE=2$.

解题过程要做到处处有理，步步有据哟!

点击中考

考点分析 本讲在中考中主要考查全等三角形的定义和性质，会用全等三角形的性质解决问题.

考题回放

1.（2009·海南）已知图 11-1-13 中的两个三角形全等，则$\angle\alpha$ 的度数是（　　）

A. 72°　　B. 60°

C. 58°　　D. 50°

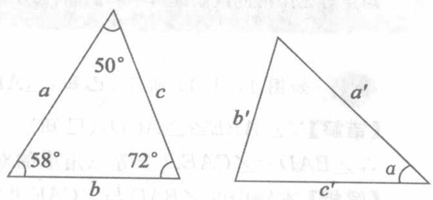


图 11-1-13

【解析】利用全等三角形对应角相等这个性质，注意对应关系.

【答案】D

2.（2009·湖南）如图 11-1-14 所示，将 Rt$\triangle ABC$(其中$\angle B=34°$，$\angle C=90°$)绕 A 点按顺时针方向旋转到$\triangle AB_1C_1$ 的位置，使得点 C,A,B_1 在同一条直线上，那么旋转角度最小等于（　　）

A. 56°　　B. 68°

C. 124°　　D. 180°

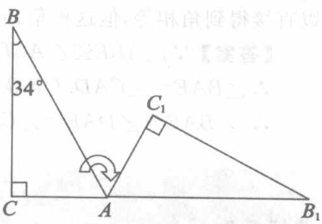


图 11-1-14

【解析】抓住旋转的特点，得旋转角度等于$\angle BAB_1$ 的度数，结合三角形外角的性质可求.

【答案】C

3.（2009·浙江）如图 11-1-15 所示，D,E 分别为$\triangle ABC$ 的边 AC,BC 的中点，将此三角形沿 DE 折叠，使点 C 落在 AB 边上的点 P 处. 若$\angle CDE=48°$，则$\angle ADP$ 等于（　　）

A. 48°　　　　B. 58°　　　　C. 68°　　　　D. 8

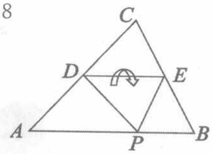


图 11-1-15

【解析】根据全等三角形对应角相等这个性质，结合平角的定义可求.

【答案】D

4.（2009 · 山西）如图 11-1-16 所示，$\triangle ACB\cong\triangle A'CB'$，$\angle BCB'=30^\circ$，则$\angle ACA'$的度数为　　（　　）

A. 20°　　　　B. 30°

C. 35°　　　　D. 40°

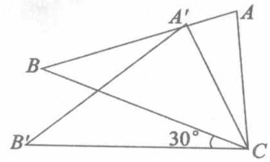


图 11-1-16

【解析】根据全等三角形性质，得$\angle ACB=\angle A'CB'$，从而$\angle ACA'=\angle BCB'=30^\circ$

【答案】B

5.（2009 · 广东）如图 11-1-17 所示，若$\triangle ABC\cong\triangle A_1B_1C_1$，且$\angle A=110^\circ$，$\angle B=40^\circ$，则$\angle C_1=$________.

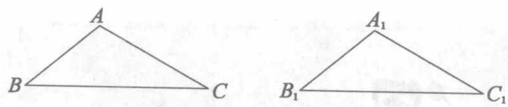


图 11-1-17

【解析】根据全等三角形的性质，得$\angle C_1=\angle C$，在$\triangle ABC$中求得$\angle C$即可.

【答案】30°

6.（2009 · 江西）如图 11-1-18，已知$\triangle ABC\cong\triangle ADC$，下列结论仍不一定成立的是　（　　）

A. $CB=CD$　　　　B. $\angle BAC=\angle DAC$

C. $\angle BCA=\angle DCA$　　　　D. $\angle B=\angle D=90^\circ$

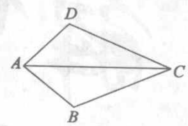


图 11-1-18

【解析】根据全等三角形性质，可得对应边、对应角相等，但无法确定边的长短和角的大小.

【答案】D

7.（2009 · 四川）已知$\triangle ABC$中，$AB=BC\neq AC$，作与$\triangle ABC$只有一条公共边，且与$\triangle ABC$全等的三角形，这样的三角形一共能作出________个.

【解析】可实际操作一下，以AC为公共边的三角形只有 1 个（图 11-1-19），以AB为公共边的三角形共有 3 个（图 11-1-20），同样以BC为公共边的三角形也有 3 个，一共 7 个.

【答案】7.

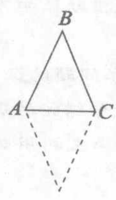


图 11-1-19

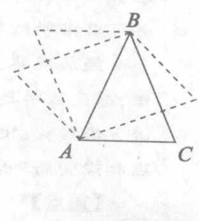
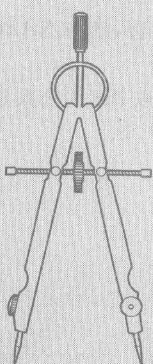


图 11-1-20

第二讲　全等三角形的判定

课标解读



【知识与技能】

(1)探索并掌握三角形全等的条件；

(2)综合应用三角形全等的条件和全等三角形的性质解决相关问题.

【过程与方法】

通过观察、操作、归纳、类比、推断等数学活动，让学生能够提出问题、发现问题，得出判定两个三角形全等的方法.

【情感、态度与价值观】

通过全等三角形的判定的学习，体验数学与日常生活密切相关，认识到许多实际问题可以借助数学方法来解决，并可以借助数学语言来表述和交流.

经历观察、探索、归纳，体验数学问题的探索性和挑战性，感受数学思考过程的条理性和数学结论的确定性，并渗透分类讨论、化归等数学思想，培养学生利用概括、逻辑推理和探索新知识的能力.

【重点】

三角形全等的条件.

【难点】

让学生灵活应用判定三角形全等的条件及全等三角形的性质解题.

知识清单

知识点 1
三边对应相等的两个三角形全等,简写为"边边边"或"SSS".

注意问题

1. 证明两个三角形全等,三条边必须是所证三角形的边,还要注意对应关系;

2. 文字叙述要准确,如"边边边公理"就不能说成"有三边相等的两个三角形全等".

例1 已知:如图,$AB=DE$,$AC=DF$,B,E,C,F 在同一条直线上,且 $BE=CF$.

求证:$\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

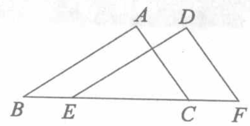


图 11-2-1

【解析】要证明$\triangle ABC \cong \triangle DEF$,注意到在这两个三角形中已经有两个条件:$AB=DE$,$AC=DF$;还有一个条件 $BE=CF$,但它不是所证三角形的边,不能直接作为全等的条件.可将它转化成 $BC=EF$.

【答案】$\because BE=CF$,(已知)

$\therefore BE+EC=CF+EC$,即 $BC=EF$.(等式的性质)

在$\triangle ABC$与$\triangle DEF$中,

$\begin{cases} AB=DE,\text{(已知)} \\ AC=DF,\text{(已知)} \\ BC=EF.\text{(已证)} \end{cases}$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$(SSS).

点评 在分析证明题的思路时,我们一般采用以下三种方法:

(1)顺推法:从已知条件入手,根据已学过的定义、定理、公理逐步推出要证的结论.

(2)逆推法:从要证明的结论出发,根据已学过的定义、定理、公理,倒过来寻找能使结论成立所需要的条件,这样一步步地逆求,一直追溯到结论成立的条件与已知条件吻合.

(3)两头拼凑法:先由已知条件,结合已学过的定义、公理、定理,看能推导出什么结论.若没有证出,再看要证明此结论,还需要什么条件,一步步逆推,直到与题目中的已知条件吻合.

巩固练习: 如图 11-2-2 所示,在四边形 $ABCD$ 中,$AB=CD$,$AD=BC$,求证:$\angle A=\angle C$.

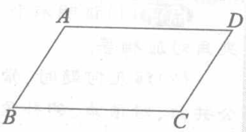


图 11-2-2

【解析】采用逆推法.欲证$\angle A=\angle C$,考虑把$\angle A$、$\angle C$放到两个三角形中,然后证明这两个三角形全等.所以考虑连接 BD.这样,证明$\triangle ABD$与$\triangle CDB$全等即可.

【答案】连接 BD(图 11-2-3).

在$\triangle ABD$与$\triangle CDB$中,

$\begin{cases} AB=CD,\text{(已知)} \\ AD=CB,\text{(已知)} \\ BD=DB.\text{(公共边)} \end{cases}$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CDB$(SSS).

$\therefore \angle A=\angle C$.

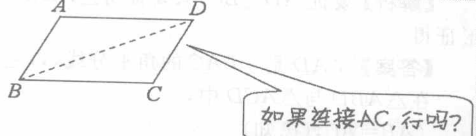


图 11-2-3

点评(1)添加辅助线是解几何题常用的方法之一.添加辅助线的原则是补全残缺的基本图形.

(2)连接 AC,也可证得结果,但稍显麻烦.

(3)公共边可直接作为条件使用.

知识点 2

两边和它们的夹角对应相等的两个三角形全等,简写成"边角边"或"SAS".

注意问题

1.使用"SAS"时,需要三个条件:两条边和一个角对应相等.其中的角一定是这两条边的夹角,边是这个角的两条边.注意它们在图形中的相对位置.

2.在证明两个三角形全等的过程中书写"SAS"的条件时,还要按照"边角边"的顺序写出条件,其他的全等判定条件的书写也有类似的要求.

3.在两个三角形中,有两边和一角对应相等时,如果这个角是两边的夹角,可根据"SAS"证明这两个三角形全等;如果这个角不是两边的夹角,那么这两个三角形不一定全等.如图 11-2-4 所示,在$\triangle ABC$与$\triangle A'B'C'$中,$AB=A'B'$,$\angle B=\angle B'$,$AC=A'C'$,但这两个三角形并不全等.

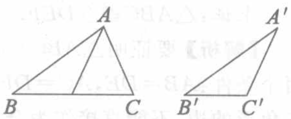


图 11-2-4

例2 如图 11-2-5 所示,$AB=AC$,$AD=AE$,求证:$BE=CD$.

【解析】采用逆推法.欲证 $BE=CD$,考虑把 BE,CD 放到两个三角形中,证这两个三角形全等.结合图形,就是要证$\triangle ABE\cong\triangle ACD$.由条件 $AB=AC$,$AD=AE$,需要再找一个条件:边或角.由于 $BE=CD$ 是要证的结论,所以不能找边,只能找角.这角只能是已知两边的夹角,所以只能找$\angle BAE$与$\angle CAD$.很明显,$\angle BAE=\angle CAD$.

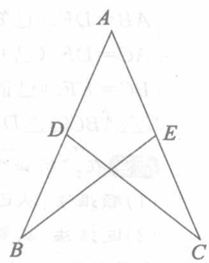


图 11-2-5

【答案】在$\triangle ABE$与$\triangle ACD$中,

$$\begin{cases}AB=AC,(\text{已知})\\ \angle A=\angle A,(\text{公共角})\\ AE=AD.(\text{已知})\end{cases}$$

$\therefore\triangle ABE\cong\triangle ACD$,(SAS)

$\therefore BE=CD$.

点评(1)证明两个三角形全等时,如果已经知道两边对应相等,可再找第三边或这两边的夹角对应相等.

(2)解几何题时,常常会感到条件不足,这时要特别注意题目中的隐含条件,比如:公共边、公共角、对顶角、邻补角、外角、平角等.

巩固练习:如图 11-2-6 所示,在$\triangle ABC$中,$AB=AC$,AD 是$\angle ABC$的角平分线.求证:$AD\perp BC$.

【解析】要证 $AD\perp BC$,只要证得$\angle ADB=\angle ADC$,而这可以利用全等三角形证得.

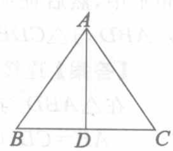


图 11-2-6

【答案】$\because AD$ 是$\angle BAC$的角平分线,$\therefore\angle BAD=\angle CAD$.

在$\triangle ABD$与$\triangle ACD$中,

$$\begin{cases}AB=AC,(\text{已知})\\ \angle BAD=\angle CAD,(\text{已证})\\ AD=AD.(\text{公共边})\end{cases}$$

∴$\triangle ABD \cong \triangle ACD$.(SAS)

∴$\angle ADB=\angle ADC$.

∵$\angle BDC=180°$,

∴$\angle ADB=\angle ADC=90°$.

∴$AD\perp BC$.

点评(1)在证明三角形全等时,先要找三个条件.这些条件一般先在已知中找;如果条件不足,再找隐含条件;如果条件还不足,看缺几个条件,所缺的几个条件都要先设法求得.

(2)本题提供了一种证明两直线垂直的方法,即证邻补角相等.

知识点3

两角和它们的夹边对应相等的两个三角形全等,简写成"角边角"或"ASA".两角和其中一角的对边对应相等的两个三角形全等,简写成"角角边"或"AAS".

注意问题

1.这两种全等三角形的判定方法的条件都是两角一边,但它们在图形中的相对位置不同.

2."AAS"实际上是"ASA"的推论,所以凡是可以通过"AAS"证明的全等,通过"ASA"一定也能证明.要根据具体条件确定选用哪一个,尽量不走弯路.

3.实际上,在两个三角形中,如果已知两角对应相等,则第三个角必然相等,所以只要再提供一条边对应相等就能证明这两个三角形全等.这条边可以是两角的夹边,也可以是其中一个角的对边.

例3 如图11-2-7所示,$AE=AC$,$\angle C=\angle E$,$\angle BAE=\angle DAC$.求证:$BC=DE$.

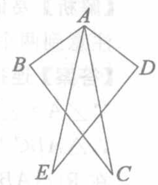


图 11-2-7

【解析】欲证$BC=DE$,考虑把BC,DE放到两个三角形中,证这两个三角形全等.结合图形,就是要证$\triangle ABC\cong\triangle ADE$.由条件$AE=AC$,$\angle C=\angle E$,需再找一个条件:边或角.如果找边,必须有$BC=DE$,但这是要证的结论,所以只能找角.由条件,利用ASA可证.

【答案】∵$\angle BAE=\angle DAC$,

∴$\angle BAC=\angle DAE$.

在$\triangle ABC$与$\triangle ADE$中,

$$\begin{cases}\angle C=\angle E,(\text{已知})\\ AC=AE,(\text{已知})\\ \angle BAC=\angle DAE,(\text{已证})\end{cases}$$

∴$\triangle ABC\cong\triangle ADE$(ASA)

∴$BC=DE$.

要事先证明哦。

点评本题条件中的两个角$\angle BAE$,$\angle DAC$并不是全等三角形的对应角,不能直接作为判定全等的条件,需转化后才能使用.

巩固练习:如图11-2-8所示,$\angle B=\angle C$,$\angle 1=\angle 2$.求证:$AB=AC$.

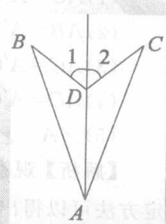


图 11-2-8

【解析】欲证$AB=AC$,结合图形,考虑证$\triangle ABD\cong\triangle ACD$.由已知条件$\angle B=\angle C$,隐含条件$AD=AD$,以及由$\angle 1=\angle 2$派生出的结论利用AAS可证.

【答案】∵$\angle 1=\angle 2$,

∴$\angle BDA=\angle CDA$(等角的补角相等).