

高中数学 新课程

学习指导

2

必修

北师大版

与北师大版普通高中课程标准
实验教科书配套

河南省基础教育教学研究室 编

大象出版社



第一章

立体几何初步

1 简单几何体

1.1 简单旋转体

1.2 简单多面体

2 直观图

3 三视图

4 空间图形的基本关系与公理

5 平行关系

5.1 平行关系的判定

5.2 平行关系的性质

6 垂直关系

6.1 垂直关系的判定

6.2 垂直关系的性质

简单几何体的面积和体积

7.1 简单几何体的侧面积

7.2 棱柱、棱锥、棱台和圆柱、圆锥、圆台的体积

7.3 球的表面积和体积

本章综合测试

高考同步链接

第二章

解三角形初步

1 直线与直线的方程

1.1 直线的倾斜角和斜率

1.2 直线的方程

1.3 两条直线的位置关系

1.4 两条直线的交点

1.5 平面直角坐标系中的距离公式

2 圆与圆的方程

2.1 圆的标准方程

2.2 圆的一般方程

2.3 直线与圆、圆与圆的位置关系

3 空间直角坐标系

3.1 空间直角坐标系的建立

3.2 空间直角坐标系中点的坐标

3.3 空间两点间的距离公式

本章综合测试

高考同步链接

第三章

圆锥曲线初步

1 椭圆

1.1 椭圆的标准方程

1.2 椭圆的性质

1.3 椭圆的参数方程

1.4 椭圆的离心率

1.5 椭圆的焦点三角形

本章综合测试

高考同步链接

阶段评价测试

习题详解点拨

高中数学 新课程

学习指导

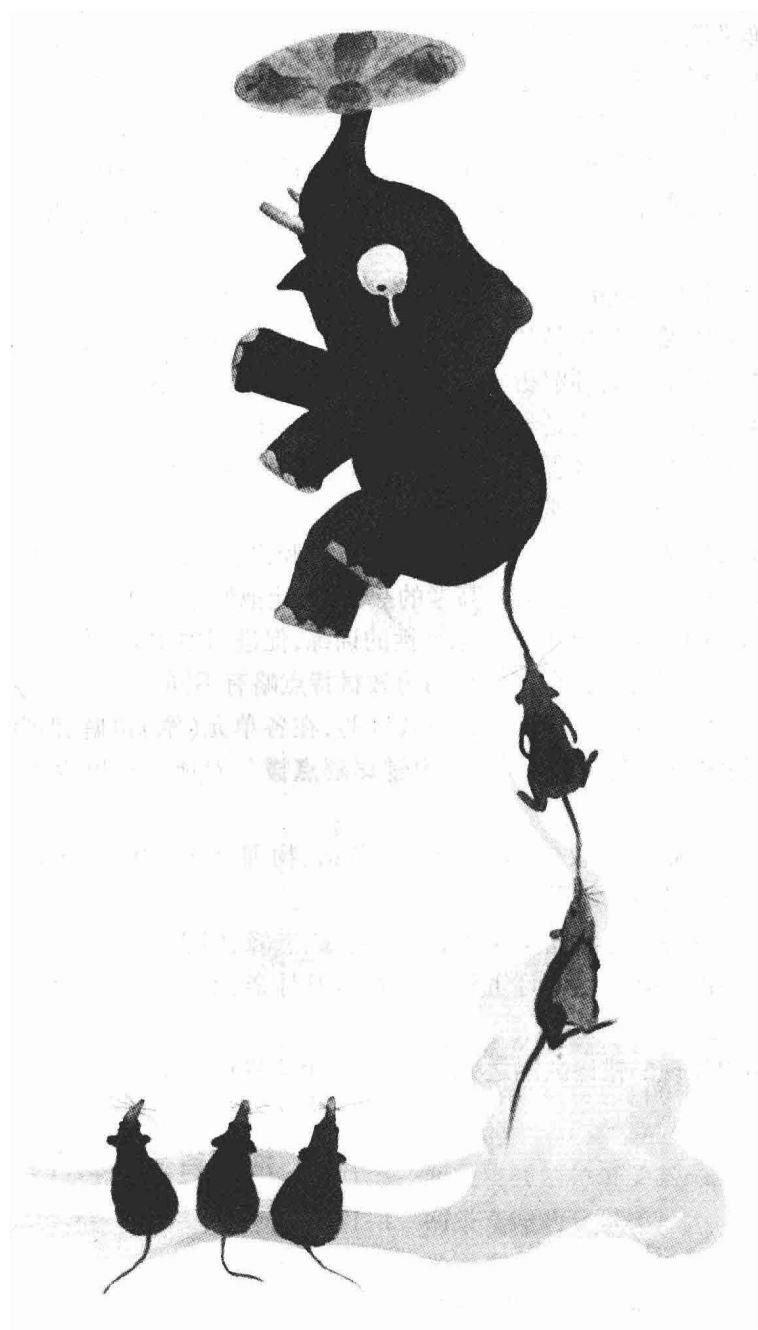
2
必修

北师大版

与北师大版普通高中课程标
准实验教科书配套

河南省基础教育教学研究室 编

大象出版社





欢迎登录大象教育资源网

大象出版社是我省唯一一家专业教育出版机构,也是我省唯一一家全国优秀出版社。大象教育资源网是大象出版社为全省师生提供的数字化时代产品服务平台。旨在为教师、学生、家长提供便捷、互动、多层次的立体服务。

登录“大象教育资源网”,您可获得:

1.海量的试题资源

海量的优质试卷、专业的试题搜索引擎,使教师的课堂教学和学业评价更方便。

2.便捷的电子化服务

为节省学生的学习成本,大象版教学辅导类图书的参考答案将逐步上网公布。同时,为实现教学辅导的多层次、全方位,网站还会加大网络产品开发力度,满足读者的不同需求。

3.强大的驻站专家阵容

网站将陆续邀请一批省内外特高级教师进站,加强网站内容建设,为教师、学生提供高质量、高品位的服务。

4.丰富的网上网下活动

专家视频讲座,使学生的学习变得更轻松;驻站专家深入教学一线作有针对性的专题报告,名师与学生零距离接触,面对面解决疑难问题。

5.权威的中高考指导

利用网络快捷、便利的优势,对学生的中考和高考复习作动态指导。

6.周到的个性化服务

驻站专家会及时为学生和教师答疑解惑。学习的困惑,教学的困扰,都会在这里得到专家的点拨。

7.及时的考试信息

网站会为教师、学生、家长搜集整理最新的中高考信息,并提供详细的政策解读。

8.家庭教育服务

专家解读家庭教育细节,为孩子量身定做成长方案,和家长共同关注孩子的健康成长。

欢迎您登录大象教育资源网一展风采

网址:www.daxiang.cn

编写说明

从2008年秋季开始,河南省全面进入普通高中新课程改革。为了新课程实验在我省的顺利实施,为了更好地服务于高中教学,河南省基础教育教学研究室和大象出版社在深入调研、充分论证的基础上,对传统品牌教辅“高中学习指导”进行重新定位,重新组织开发了“高中新课程学习指导”丛书。这套丛书已于2008年秋季开始在全省推广使用。

遵循推进课改、利于教学的原则,树立以学生发展为本的教育理念,由省内外教研专家和高中一线名师倾力打造的“高中新课程学习指导”具有以下特色:**基础性**——体现基础教育教学改革的精神,为学生的终身发展奠定基础;**选择性**——提供个性化、多样化的学习资源,为促进学生全面而有个性的发展创造广阔的自主学习空间;**适用性**——为河南省高中学生量身定做;**创新性**——站在课改前沿,依据新课程理念,培养学生创新精神。

“高中新课程学习指导”按课时编写,设置的主要栏目有:

自主探究学习 学生是学习的主体,通过自主学习、探究学习,不断提高学习能力。

名师要点解析 名师解析学习中的重点、难点、盲点和易错点。

课堂基础自测 课堂是学习的主战场,通过基础练习,巩固课堂所学知识。

综合能力拓展 发散思维、凝聚要点,培养学生的综合能力。

每单元(章)设置的主要栏目有:

知识要点归纳 对本单元(章)知识的整合和提炼,帮助学生巩固学习要点。

高考同步链接 为学生打开高考的一面窗,让他们走进高考、感悟高考。

单元(本章)综合测试 通过综合性的训练,促进对本单元(章)知识的全面掌握。

(上述各栏目的设置,个别学科因为教材特点略有不同)

为方便同学们对所学知识进行自我检验,在各单元(章)讲解和训练之后还设置了“**阶段评价测试**”;在书最后附有“**习题详解点拨**”,对所有习题提供详尽的答案和解题思路。

本套丛书包括思想政治、语文、数学、英语、物理、化学、历史、地理、生物九个学科,涉及在我省实验的各种教材版本。

参加本册编写的作者是王继夫、王三兴、武杰峰、闫慧、王金龙、谭瑞鹤、赵慧娟、郭建斌同志,参加2010年版修订工作的作者是卫月亲、王合新同志,最后由骆传枢、张海营、刘志凤同志统稿。

对使用中出现的错谬缺漏之处,恳请广大师生批评指正。

河南省基础教育教学研究室

目 录

第一章 立体几何初步/1

- 1 简单几何体/1
 - 1.1 简单旋转体/1
 - 1.2 简单多面体/4
- 2 直观图/7
- 3 三视图/10
- 4 空间图形的基本关系与公理/14
- 5 平行关系/17
 - 5.1 平行关系的判定/17
 - 5.2 平行关系的性质/22
- 6 垂直关系/27
 - 6.1 垂直关系的判定/27
 - 6.2 垂直关系的性质/32
- 7 简单几何体的面积和体积/37
 - 7.1 简单几何体的侧面积/37
 - 7.2 棱柱、棱锥、棱台和圆柱、圆锥、圆台的体积/40
 - 7.3 球的表面积和体积/43
- 高考同步链接/46
- 本章综合测试/49

第二章 解析几何初步/53

- 1 直线与直线的方程/53
 - 1.1 直线的倾斜角和斜率/53
 - 1.2 直线的方程/55
 - 1.3 两条直线的位置关系/60
 - 1.4 两条直线的交点/62
 - 1.5 平面直角坐标系中的距离公式/64
- 2 圆与圆的方程/67

2.1 圆的标准方程/67

2.2 圆的一般方程/70

2.3 直线与圆、圆与圆的位置关系/72

3 空间直角坐标系/77

3.1 空间直角坐标系的建立/77

3.2 空间直角坐标系中点的坐标/77

3.3 空间两点间的距离公式/80

高考同步链接/82

本章综合测试/84

阶段评价测试/87

附 习题详解点拨

第一章 立体几何初步

§ 1 简单几何体

1.1 简单旋转体

自主探究学习

1. 球:

(1) 以_____所在的直线为旋转轴, 将_____叫作球面; _____叫作球体, 简称球.

(2) 球心到球面上各点的距离_____;

(3) _____叫作球的直径.

2. 旋转面: _____.

3. 旋转体: _____.

4. 分别以_____、_____

_____所在的直线为旋转轴, _____的几何体, 分别叫作圆柱、圆锥、圆台.

叫作它们的高, _____

叫作底面, _____

叫作侧面, _____

叫作母线, _____叫作轴.

名师要点解析

【要点导学】

要理解圆柱、圆锥、圆台的有关概念, 并掌握它们的有关性质. 在后续内容中, 求涉及到圆柱、圆锥、圆台、球的面积、体积等问题时, 往往借助这些性质来解决.

1. 圆柱具有以下性质:

(1) 圆柱的底面是两个半径相等的圆, 圆的半径等于矩形的边长, 两圆所在的平面互相平行;

(2) 通过轴的各个截面叫作轴截面, 轴截面是全等的矩形;

(3) 母线平行且相等, 它们都垂直于底面, 它们的长等于圆柱的高.

2. 圆锥具有以下性质:

(1) 圆锥的底面是一个圆, 圆的半径就是直角三角形一条直角边的长, 底面和轴垂直;

(2) 平行于底面的截面是圆;

(3) 通过轴的各个截面叫作轴截面, 各轴截面是全等的等腰三角形;

(4) 过顶点和底面相交的截面是等腰三角形;

(5) 母线都过顶点且相等, 各母线与轴的夹角相等.

3. 圆台具有以下性质:

(1) 圆台的底面是两个半径不等的圆, 两圆所在的平面互相平行又都和轴垂直;

(2) 平行于底面的截面是圆;

(3) 通过轴的各个截面叫作轴截面, 各轴截面是全等的等腰梯形;

(4) 任意两条母线(它们延长后会相交)确定的平面截圆台所得的截面是等腰梯形;

(5) 母线都相等, 各母线延长后都相交于一点.

4. 球的截面性质:

(1) 球的截面是圆面, 球面被经过球心的平面截得的圆叫作球的大圆, 被不经过球心的平面截得的圆叫作球的小圆;

(2) 球心和截面圆心的连线垂直于截面;

(3) $r = \sqrt{R^2 - d^2}$ (其中 r 为截面圆半径, R 为球的半径, d 为球心 O 到截面圆的距离, 即 O 到截面圆心 O_1 的距离).

【经典例题】

【例1】如图 1.1-1, 将直角梯形 $ABCD$ 绕 AB 边所在的直线旋转一周, 由此形成的几何体是由哪些简单旋转体构成的?

【分析】该直角梯形可分割成一个 $\text{Rt}\triangle ADE$ 和一个矩形 $DEBC$. 旋转后的几何体就是 $\text{Rt}\triangle ADE$ 和矩形

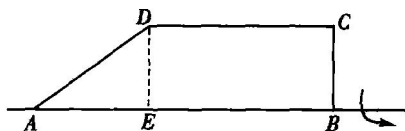


图 1.1-1

DEBC 绕直线 AB 旋转一周所形成几何体的组合体.

【解】将直角梯形 ABCD 绕 AB 边所在的直线旋转一周, 所形成的几何体是以 AE 为轴、以 AD 为母线的圆锥和以 EB 为轴、以 DC 为母线的圆柱的组合体(如图 1.1-2 所示).

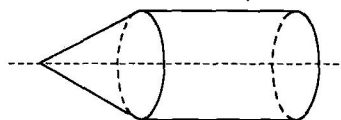


图 1.1-2

【点拨】判断旋转体的构成时, 关键是确定旋转轴及形成几何体的侧面的母线: 若线段与旋转轴相交但不垂直, 则该线段绕轴旋转一周得到的是圆锥面; 若线段与轴平行, 则该线段绕轴旋转一周得到的是圆柱面; 若线段与轴垂直, 则该线段绕轴旋转一周得到的是圆面.

变式训练

如图 1.1-3 所示, 将平行四边形 ABCD 绕 AB 边所在的直线旋转一周, 由此形成的几何体是由哪些简单旋转体构成的?

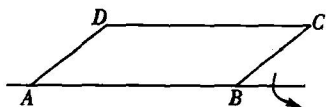


图 1.1-3

【答案】略

【例 2】下列命题中正确的是 【 】

- A. 直角三角形绕其一边旋转得到的旋转体是圆锥
 B. 夹在圆柱的两个平行截面间的几何体还是一个旋转体
 C. 圆锥截去一个小圆锥后剩余部分是圆台
 D. 通过圆台侧面一点, 有无数条母线

【分析】此题主要考查各旋转体的概念及结构特征. A 错误, 应为直角三角形绕其一条直角边旋转得到的旋转体是圆锥, 若绕其斜边旋转得到的是两个圆锥构成的一个组合体; B 错误, 没有说明这两个平行截面的位置关系, 当这两个平行截面与底面平行时, 正确, 其他情况则结论是错误的; D 错误, 通过圆台侧面一点, 只有一条母线; 故选 C.

【点拨】此类题应以圆柱、圆锥、圆台的定义为

基础进行判断, 同时要结合各种旋转体的结构特征, 详细地分析, 不可粗心大意, 导致错选, 此类题在做的时候容易只注意到旋转的问题, 而忽视了以什么为旋转轴的问题, 旋转轴不同则得到的旋转体也是不同的.

【例 3】过球面上任意两点作球的大圆, 可以作 【 】

- A. 一个 B. 一个或无数个
 C. 无数个 D. 以上均不正确

【解】当 A, B 是球的直径的两个端点时, 过 A, B 的大圆可作无数个, 否则只有一个, 故应选 B.

【点拨】球是一种很特殊的旋转体, 而球的大圆又是球的一个重要概念. 球的很多计算问题都要转化到大圆和截面上来进行, 要切实把握好.

变式训练

有下列说法: ①球的半径是球面上任意一点与球心的连线段; ②球的直径是球面上任意两点间的连线段; ③用一个平面截一个球, 得到的是一个圆; ④球面被不经过球心的截面截得的圆叫作小圆. 则正确命题的序号是_____.

【答案】①④

课堂基础自测

1. 下列四个判断正确的是 【 】

- ①在圆柱的上、下底面上各取一点, 这两点的连线是圆柱的母线;
 ②圆台所有的轴截面是全等的等腰梯形;
 ③与圆锥的轴平行的截面是等腰三角形;
 ④球面作为旋转面, 只有一条旋转轴, 没有母线.

- A. ① B. ②③ C. ② D. ③④

2. 直角三角形绕它最长边(即斜边)旋转一周得到的几何体为 【 】

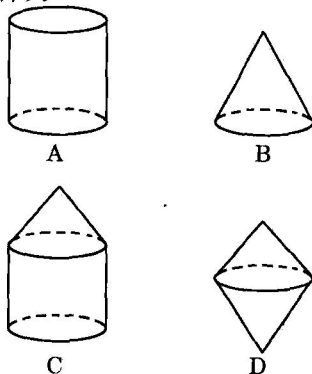


图 1.1-4

3. 下列命题中,正确的是 【 】

A. 三角形绕其一边旋转一周后形成的曲面所围成的几何体是一个圆锥

B. 一个直角梯形绕其一边旋转一周后形成的曲面所围成的几何体是一个圆台

C. 平行四边形绕其一边旋转一周后形成的曲面所围成的几何体是一个圆柱

D. 圆面绕其一条直径旋转一周后形成的曲面所围成的几何体是一个球

4. 将一个边长为 4 和 8 的矩形纸片卷成一个圆柱,则圆柱的底面半径为 【 】

A. $\frac{2}{\pi}$

B. $\frac{4}{\pi}$

C. $\frac{2}{\pi}$ 或 $\frac{4}{\pi}$

D. $\sqrt{\frac{8}{\pi}}$

5. 充满气的车轮内胎由下面哪一个图形绕对称轴旋转生成 【 】

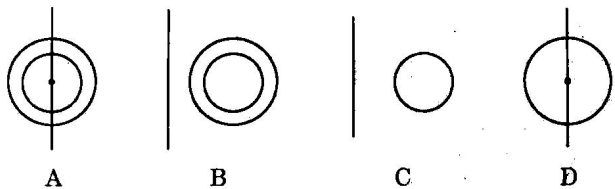


图 1.1-5

6. 任意一个平面截球所得的图形都是_____;
任意一个平面截球面所得的图形都是_____.

7. 圆台的上、下底面的直径分别为 2cm, 10cm, 高为 3cm, 则圆台母线长为_____.

8. 用一个宽 2cm, 长 3cm 的矩形卷成一个圆柱, 求此圆柱的侧面积.

9. 用一个平行于圆锥底面的平面截这个圆锥, 截得圆台上、下底面的面积之比为 1:16, 截去的小圆锥的母线长是 3cm, 求圆台的母线长.

10. 在半径为 25cm 的球内有一个截面, 它的面积是 $49\pi\text{cm}^2$, 求球心到这个截面的距离 d .

综合能力拓展

11. 用一张 6×8 (单位: cm) 的矩形纸卷成一个圆柱, 其轴截面的面积为_____.

12. A, B 为球面上相异两点, 则通过 A, B 两点可作球的大圆有 【 】

- A. 一个
- B. 无穷多个
- C. 零个
- D. 至少一个

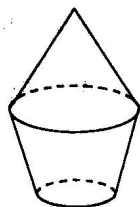


图 1.1-6

13. 图 1.1-6 是由图 1.1-7 中的哪个平面图形旋转得到的 【 】

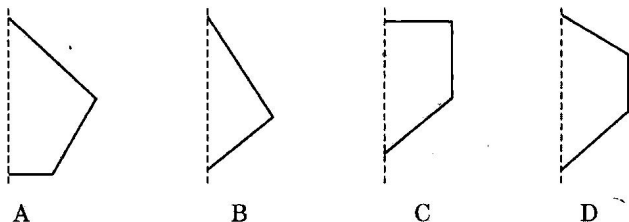


图 1.1-7

14. 图 1.1-8①②中所示折线分别绕直线旋转一周后形成的立体图形是由哪些简单旋转体构成的?

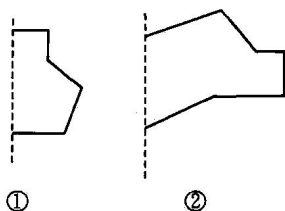


图 1.1-8

15. 如图 1.1-9, $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕直线 l 旋转会形成一个什么图形? 画出所得到的几何体.

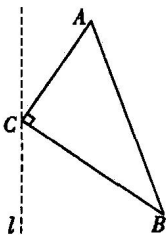


图 1.1-9

1.2 简单多面体

自主探究学习

1. _____ 叫做棱柱, 按侧棱与底面的位置关系分类:

_____ 叫作斜棱柱, _____ 叫作直棱柱, _____ 叫作正棱柱.

2. _____ 叫做棱锥, _____ 叫做正棱锥.

3. 棱台的分类:

(1) 按底面多边形的边数分为三棱台、四棱台、五棱台等;

(2) 正棱台: 由正棱锥截得的棱台叫作正棱台.

4. 多面体:

_____ 叫作多面体. 多面体有几个面就称为几面体, 如: 三棱锥是四面体, 四棱柱是六面体.

名师要点解析

【要点导学】

1. 如何理解棱柱?

(1) 从运动的观点来看, 棱柱可以看成是一个多边形上各点都沿着同一个方向移动相同的距离所经过的空间部分, 如果多边形水平放置, 则移动后的多边形也水平放置.

(2) 棱柱的主要结构特征: ①两个底面互相平行; ②其余每相邻两个面的公共边互相平行, 各侧面是平行四边形.

(3) “有两个面互相平行, 其余各面都是平行四边形”的几何体未必是棱柱. 如图 1.1-10 所示的几何体, 虽有两个面互相平行, 其余各面都是平行四边形, 但不满足“每相邻两个四边形的公共边互相平行”, 所以它不是棱柱.

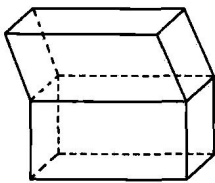


图 1.1-10

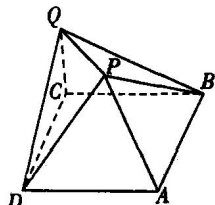


图 1.1-11

2. 如何理解棱锥?

(1) 棱锥是多面体中的重要一种, 它有两个本质的特征:

①有一个面是多边形; ②其余各面是有一个公共顶点的三角形, 二者缺一不可.

(2) 棱锥有一个面是多边形, 其余各面都是三角形, 但是也要注意“有一个面是多边形, 其余各面都是三角形的几何体”未必是棱锥. 如图 1.1-11 所示, 此多面体有一个面是四边形, 其余各面是三角形, 但它不是棱锥.

3. 正棱台的性质: (1) 各侧棱相等; (2) 正棱台的各侧面都是全等的等腰梯形; (3) 正棱台的斜高相等.

4. 棱柱、棱锥、棱台之间的关系:

棱锥是当棱柱的一个底面收缩为一个点时形成的空间图形, 棱台则可以用一个平行于棱锥底面的平面截棱锥所得到的图形. 要注意的是棱台的各条侧棱延长后, 将会交于一点, 即棱台可以还原

成棱锥. 棱柱可以看成是棱台的上底面扩大到与下底面全等后得到的图形.

【经典例题】

【例1】画一个四棱柱和一个三棱台.

【分析】依据棱柱的定义, 将四棱柱的底面画成全等的四边形, 侧面画成平行四边形. 画三棱台时, 要将上、下两个底面画成相似的三角形, 侧棱交于一点.

【解】画四棱柱可分三个步骤:

如图 1.1-12, 第一步, 画上底面——画一个四边形;

第二步, 画侧棱——从四边形的每一个顶点画平行且相等的线段;

第三步, 画出底面——顺次连接线段的端点.



图 1.1-12

画三棱台的方法是:

如图 1.1-13, 画一个三棱锥, 在它的一条侧棱上取一点, 从这点开始, 顺次在各个侧面画出与底面的对应边平行的线段, 将多余的线段擦去.

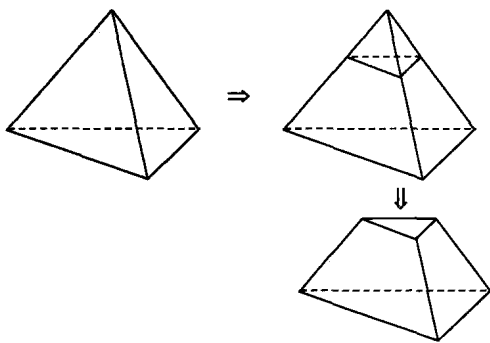


图 1.1-13

【点拨】画简单多面体时, 要根据多面体的性质确定多面体的顶点和面. 为了使所画的图形更具有立体感, 在空间图形中, 要把被遮挡的线画成虚线, 看得见的线画成实线.

变式训练

请你画出正六棱柱和正四棱台.

【答案】略

【例2】“若一个几何体有两个面平行, 且其余各面均为梯形, 则它一定是棱台.” 此命题是否正确? 说明理由.

【分析】未必是棱台, 因为它们的侧棱延长后不一定交于一点.

【解】此几何体不一定是棱台. 如图 1.1-14 所示, 用一个平行于楔形底面的平面去截楔形, 截得的几何体虽有两个面平行, 其余各面是梯形, 但它不是棱台, 所以看一个几何体是不是棱台, 不仅要看它是不是有两个面平行, 其余各面是不是梯形, 还要看其侧棱延长后是否交于一点.

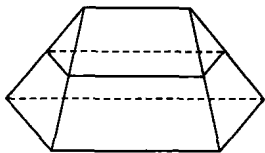


图 1.1-14

【点拨】判定多面体所属类型时, 一定要根据其概念和性质进行综合考虑.

变式训练

下列命题正确的是

【 】

A. 有两个面平行, 其余各面都是平行四边形的多面体叫作棱柱

B. 用一个平面去截棱锥, 底面与截面之间的部分叫棱台

C. 有一个面是多边形, 其余各面都是三角形的多面体叫棱锥

D. 以半圆的直径所在的直线为轴, 将半圆旋转一周所形成的旋转体叫球

【答案】D

【例3】给出一块正三角形纸片 (如图 1.1-15), 要求用它剪拼成一个正三棱柱模型, 使它的全面积与原三角形的面积相等, 请设计一种剪拼方法, 分别用虚线标在图中, 并作简要说明.

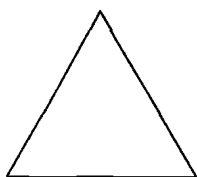


图 1.1-15

【分析】紧扣正三棱柱的定义, 正三棱柱底面是正三角形, 侧棱垂直于底面, 且侧面是全等的矩形, 在要求全面积为已给三角形面积的前提下, 关键是去构造上底面三角形和面积相等的三个四边形.

【解】如图 1.1-16, 在正三角形三个角上剪出三个相同的四边形, 其较长的一组邻边边长为三角形边长的 $\frac{1}{4}$, 有一组对角为直角, 余下部分按虚线折起,

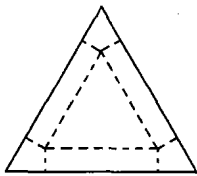


图 1.1-16

可成为一个缺上底的正三棱柱, 而剪出的三个相同的四边形恰好可以拼成这个正三棱柱的上底.

【点拨】将平面图形剪拼成立体图形, 关键是在平面图形中把组成立体图形的各个元素分割出来. 本题主要考查空间想象能力、动手操作能力、探究能

力和灵活运用所学知识解决实际问题的能力.

变式训练

给出一块正三角形纸片,要求用它剪拼成一个正三棱锥模型,使它的全面积与原三角形的面积相等,请设计一种剪拼方法,分别用虚线标在图中,并作简要说明.

【答案】沿正三角形三边中点连线折起,即可拼得一个满足条件的正三棱锥.

课堂基础自测

1. 下列命题正确的是 【 】

- A. 棱柱的底面一定是平行四边形
- B. 棱锥的底面一定是三角形
- C. 棱锥被平面分成的两部分不可能都是棱锥
- D. 棱柱被平面分成的两部分可以都是棱柱

2. 下面给出了三个命题:

①用一个平面去截棱锥,棱锥底面和截面之间的部分是棱台;②两个底面平行且相似,其余各面都是梯形的多面体是棱台;③有两个面互相平行,其余四个面都是等腰梯形的六面体是棱台.

其中正确命题的个数是 【 】

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

3. 给出如下四个命题:①棱柱的侧面都是平行四边形;②棱锥的侧面为三角形,且所有侧面都有一个共同的公共点;③多面体至少有四个面;④棱台的侧棱所在直线均相交于同一点. 其中正确命题的个数为 【 】

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

4. 直线绕一条与其有一个交点但不垂直的固定直线转动可以形成 【 】

- A. 平面 B. 曲线 C. 直线 D. 锥面

5. 四棱锥的四个侧面中,直角三角形最多可能有 【 】

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

6. 关于四棱柱,下面说法错误的是 【 】

- A. 正四棱柱的底面为菱形
- B. 正四棱柱的侧面都是矩形
- C. 正四棱柱的底面为正方形且为直棱柱
- D. 正四棱柱的上下两个底面互相平行

7. 能保证棱锥是正棱锥的一个条件是 【 】

- A. 底面为正多边形
- B. 各侧棱都相等
- C. 各侧面与底面都是全等的正三角形

D. 各侧面都是等腰三角形

8. 若正棱锥的底面边长与侧棱长相等,则该棱锥一定不是 【 】

- A. 三棱锥 B. 四棱锥 C. 五棱锥 D. 六棱锥

9. 棱柱的侧面是_____形,棱锥的侧面是_____形,棱台的侧面是_____形. 棱柱的面至少有_____个.

10. 有四个命题:①各侧面是全等的等腰三角形的四棱锥是正四棱锥;②底面是正多边形的棱锥是正棱锥;③棱锥的所有侧面可能都是直角三角形;④四棱锥中侧面最多有四个直角三角形. 其中正确的命题有_____. (填序号)

11. 一个五棱柱如图

1.1-17 所示,这个棱柱的底面是_____

_____,侧棱是_____

侧面是_____.

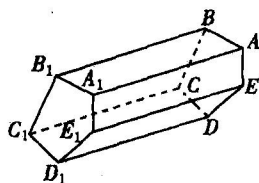


图 1.1-17

12. 根据图 1.1-18 中所给的图形折成正方体后,哪些点重合在一起?

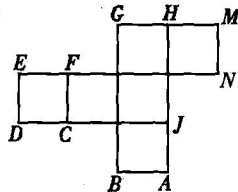


图 1.1-18

13. 如图 1.1-19,试将直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 分割成三个三棱锥.

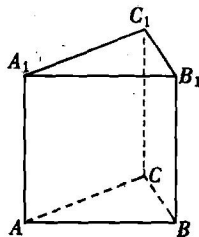


图 1.1-19

综合能力拓展

14. 若两个长方体的长、宽、高分别为 5cm, 4cm, 3cm, 把它们两个相等的面重合在一起组成一个大长方体, 则大长方体的对角线最长为_____.

15. 图 1.1-20 所示是一多面体的展开图, 每个面内都标了字母, 请根据要求回答问题:

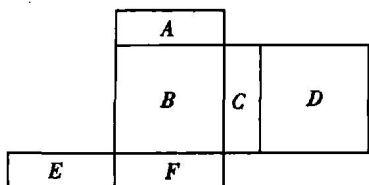


图 1.1-20

(1) 如果面 A 是多面体的底面, 那么面_____会在上面;

(2) 如果面 F 在前面, 从左边看是面 B, 那么面_____会在上面;

(3) 如果从左边看是面 C, 面 D 在后面, 那么面_____会在上面.

16. 如图 1.1-21, 在正方形 ABCD 中, E, F 分别为 AB, BC 的中点, 现在沿 DE, DF 及 EF 把 $\triangle ADE$, $\triangle CDF$ 和 $\triangle BEF$ 折起, 使 A, B, C 三点重合, 重合后的点记为 P. 问:

(1) 依据题意制作这个几何体;

(2) 这个几何体由几个面构成? 每个面的三角形各是什么三角形?

(3) 若正方形边长为 $2a$, 则每个面的三角形面积为多少?

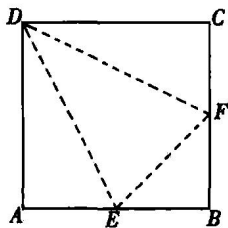


图 1.1-21

§ 2 直观图

自主探究学习

将空间图形在平面内画得既富有立体感, 又能表达出其各主要部分的位置关系和度量关系的图形, 就是直观图. 直观图的画法规则如下:

(1) 在已知图形中取水平平面, 取互相垂直的轴 Ox, Oy , 再取 Oz 轴, 使 $\angle xOy = \underline{\hspace{2cm}}$, 且 $\angle yOz = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 画直观图时, 把它们画成对应的轴 $O'x', O'y', O'z'$, 使得 $\angle x'O'y' = \underline{\hspace{2cm}}$, $\angle x'O'z' = \underline{\hspace{2cm}}$, $x'O'y'$ 确定的平面表示水平平面;

(3) 已知图形中平行于 x 轴, y 轴或 z 轴的线段, 在直观图中分别画成平行于 $\underline{\hspace{2cm}}$ 轴, $\underline{\hspace{2cm}}$ 轴或 $\underline{\hspace{2cm}}$ 轴的线段;

(4) 已知图中平行于 x 轴和 z 轴的线段, 在直观图中长度为 $\underline{\hspace{2cm}}$; 平行于 y 轴的线段, 在直观图中长度为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

名师要点解析

【要点导学】

1. 画水平放置的几何图形的直观图时, 应注意以下几点:

(1) 要根据图形的特点选取适当的坐标系, 这样可以使步骤简化;

(2) 平行于 y 轴的线段画直观图时一定要画成原来长度的一半;

(3) 对于图形中与 x 轴, y 轴, z 轴都不平行的线段, 可以通过确定端点的办法来解决: 过端点作坐标轴的平行线段, 再借助所作的平行线段确定线段端点在直观图中的位置.

2. 给出空间图形在平面内的直观图, 要能想象出空间图形的真实图形.

按斜二测画法的逆过程可以想象出空间图形的真实图形, 这类问题在刚学立体几何时困难较大, 平时要多观察、多分析、多练习, 随着对立体几何的认识的不断加深, 这个困难会逐步克服.

【经典例题】

【例 1】画水平放置的正五边形的直观图.

【分析】首先根据图形的特征建立适当的平面直角坐标系 xOy , 画出对应的坐标系 $x'O'y'$, 按斜二测画法规则, 画出直观图.

【解】(1) 如图 1.2-1①, 取已知正五边形 $ABCDE$ 的对角线 BE 所在的直线为 x 轴, 对称轴 AF 为 y 轴, 画对应的 x' 轴, y' 轴, 使得 $\angle x'O'y' = 45^\circ$;

(2) 如图 1.2-1②, 以 O' 为中点, 在 x' 轴上截取 $B'E' = BE$, 在 y' 轴上取一点 A' , 使 $O'A' = \frac{1}{2}OA$, 在 y' 轴的另一方向上取一点 F' , 使 $O'F' = \frac{1}{2}OF$;

(3) 过 F' 作 $C'D' \parallel O'E'$, 且在 $C'D'$ 上取对应点 C', D' , 使 $C'F' = CF, F'D' = FD$;

(4) 连接 $A'B', B'C', D'E', E'A'$, 所得的五边形 (如图 1.2-1③) 即为正五边形 $ABCDE$ 的直观图.

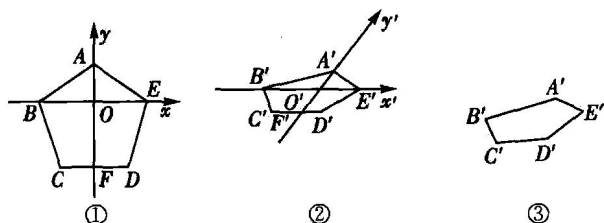


图 1.2-1

【点拨】画水平放置的平面图形的直观图应注意两点: (1) 要根据图形的性质, 建立适当的直角坐标系; (2) 根据斜二测画法规则, 确定平面图形的各顶点.

变式训练

用斜二测画法, 画出正六边形的直观图.

【答案】略

【例 2】画底面边长为 2cm 的正方形, 高为 3cm 的长方体的直观图.

【分析】建立适当的空间坐标系, 先确定正方形底面的顶点, 而后平移得到其他顶点.

【解】画法: (1) 作水平放置的正方形的直观图 $ABCD$ (如图 1.2-2①), $\angle BAD = 45^\circ$, $AB = 2\text{cm}$, $AD = 1\text{cm}$;

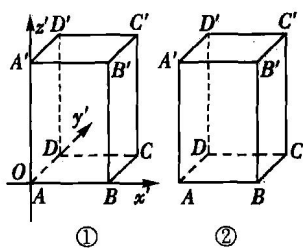


图 1.2-2

(2) 过 A 作 z' 轴, 使 z' 轴与 x' 轴的夹角为 90° , 分别过点 A, B, C, D , 沿 z' 轴的正方向取 $AA' = BB' = CC' = DD' = 3\text{cm}$;

(3) 连接 $A'B', B'C', C'D', D'A'$, 擦去辅助线, 被遮盖的线画成虚线, 就得到长方体的直观图 (如图 1.2-2②).

【点拨】画空间图形的直观图, 利用斜二测画法首先画出平面图形的直观图, 然后将各顶点沿 z' 轴的正方向平移相同的单位得到. 如果对作图要求不太严格, 为了简便, 长度和角度可以适当的选取, 只要有一定的立体感就可以了.

变式训练

画长、宽、高分别为 3cm, 2cm, 1cm 的长方体的直观图.

【答案】略

【例 3】把如图 1.2-3 所示的水平放置的直观图 $P'Q'R'S'$ 还原成真实图形, 如果 $P'Q' \parallel S'R' \parallel O'x'$, $S'P' \parallel O'y'$, $S'R' = 2$, $P'Q' = 4$, $S'P' = 2$, 试求真实图形的面积.

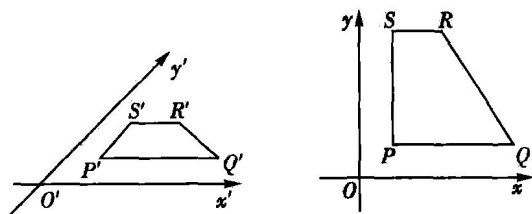


图 1.2-3

图 1.2-4

【解】由斜二测画法知, $P'Q' \parallel S'R' \parallel O'x'$, $S'P' \parallel O'y'$ 知, $PQ \parallel Ox$, $PS \parallel Oy$, $RS \parallel Ox$, 且 $PS = 2P'S'$, $PQ = P'Q'$, $RS = R'S'$. 故真实图形如图 1.2-4 所示.

由于 $PQ = P'Q' = 4$, $SR = S'R' = 2$, $SP = 2S'P' = 4$, 且四边形 $PQRS$ 是直角梯形, 其面积为 $S_{\text{四边形}PQRS} = \frac{1}{2}(SR + PQ)SP = \frac{1}{2}(2 + 4) \times 4 = 12$.

【点拨】还原到真实图形时, 要注意线段长度的变化, 即 $x = x'$, $y = 2y'$.

变式训练

利用斜二测画法画出的一个正三角形的直观图的面积是 $\sqrt{2}$, 求此正三角形真实图形的面积.

【答案】4

课堂基础自测

1. 利用斜二测画法得到的以下结论中正确的是

【 】

①三角形的直观图还是三角形; ②平行四边形的直观图还是平行四边形; ③正方形的直观图还是正方形; ④菱形的直观图还是菱形.

- A. ①② B. ① C. ③④ D. ①②③④

2. 如图 1.2-5, 用斜二测画法作出 $\triangle ABC$ 水平放置的直观图, 得到 $\triangle A'B'C'$, 其中 $A'B' = B'C'$, $A'D'$ 是 $B'C'$ 边上的中线, 由图形可知, 在 $\triangle ABC$ 中, 下列结论正确的是

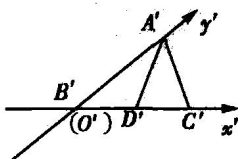


图 1.2-5

- A. $AB = BC = AC$ B. $AD \perp BC$
C. $AC > AD > AB > BC$ D. $AC > AD > AB = BC$

3. 利用斜二测画法, 一个平面图形的直观图是边长为 1 的正方形, 则这个图形的面积为 【 】

- A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. $2\sqrt{2}$ D. 4

4. 一个长、宽、高分别为 2cm, 1cm, 4cm 的长方体, 用斜二测画法画成直观图以后, 它的直观图的体积为 【 】

- A. 8cm^3 B. $4\sqrt{2}\text{cm}^3$
C. $2\sqrt{2}\text{cm}^3$ D. 4cm^3

5. 一个水平放置的平面图形的斜二测直观图是一个底角为 45° , 腰和上底均为 1 的等腰梯形, 则该实际图形的面积为 【 】

- A. $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$
C. $1 + \sqrt{2}$ D. $2 + \sqrt{2}$

6. 已知 $\triangle A'B'C'$ 为水平放置的 $\triangle ABC$ 的直观图, 如图 1.2-6, 则在 $\triangle ABC$ 的三边及中线 AD 中, 最长的线段是 _____.

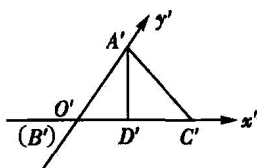


图 1.2-6

7. 水平放置的 $\triangle ABC$ 的斜二测直观图如图 1.2-7 所示, 已知 $A'C' = 3$, $B'C' = 2$, 则 AB 边上的中线的实际长度为 _____.

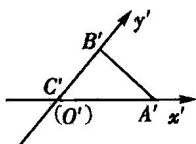


图 1.2-7

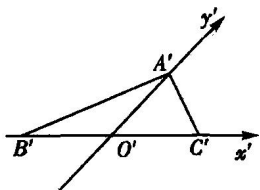


图 1.2-8

8. 如图 1.2-8, $\triangle A'B'C'$ 是水平放置的某等边 $\triangle ABC$ 的直观图, $B'O' = O'C'$, $\angle A'O'C' = 45^\circ$, $A'C' = \sqrt{6} - 1$, 则原图形中 $AB =$ _____; $\triangle ABC$ 的面积为 _____.

9. 画出水平放置的边长为 8cm 的正三角形的直观图, 并在直观图中画出原三角形的三条高线.

10. 如图 1.2-9, 在水平放置的平面 α 内有一边长为 1 的正方形 $A'B'C'D'$, 其对角线 $A'C'$ 在水平位置. 已知此正方形是某四边形用斜二测画法画出的直观图, 试画出四边形的实际图形, 并求出其面积.

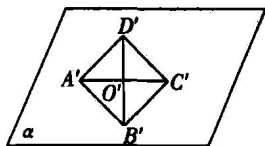


图 1.2-9

综合能力拓展

11. 画出下底面边长为 8cm, 上底面边长为 6cm, 高为 6cm 的正四棱台的直观图.

12. 画出底面边长为 6cm, 高为 12cm 的正六棱柱的直观图.

§ 3 三视图

自主探究学习

三视图都是平面图形,图形形状是垂直于该方向的物体的最大切面的形状.

三视图的特点如下:

主、俯视图长_____;主、左视图高_____;
俯、左视图宽_____.

画三视图时,若相邻的两个物体的表面相交,表面的交线是它们的分界线.在三视图中,分界线和可见轮廓线都用_____画出,不可见轮廓线用_____画出.

名师要点解析

【要点导学】

1. 三视图的概念

把一个空间几何体投影到一个平面上,可以获得一个平面图形.视图是指将物体按正投影面投射所得到的图形,要较准确地把握几何体的全貌,需要从多个角度进行投影.

(1)光线从几何体的前面向后面正投影得到的投影图形叫几何体的正视图.

(2)光线从几何体的左面向右面正投影得到的投影图形叫几何体的侧视图.

(3)光线从几何体的上面向下面正投影得到的投影图形叫几何体的俯视图.

2. 俯视图反映物体的长和宽;左视图反映物体的高和宽;主视图反映物体的长和高.

3. 画三视图时,要注意两点:

(1)首先确定主视、俯视、左视的方向.同一物体放置位置不同,所画的三视图不同;

(2)其次,要细心观察简单几何体是由哪几个基本几何体生成的,并注意它们的生成方式,特别是它们的交线位置.

【经典例题】

【例1】观察下列物体(图1.3-1),然后画出它们的三视图.

【分析】图①是长方体上截去一部分所构成的,因而有看得见的部分,也有看不见的部分,要用不同的线区分开;图②的主视图与俯视图不同,它们在相应方向的最大切面的形状不同;图③的三视图要标明尺寸,准确反映该物体.

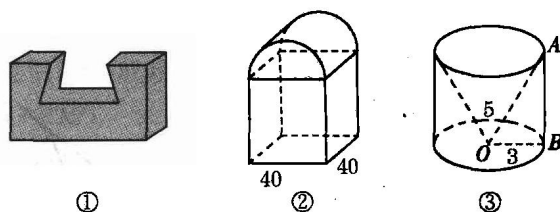


图 1.3-1

【解】这三种几何体的主视图、左视图、俯视图分别如图1.3-2所示:

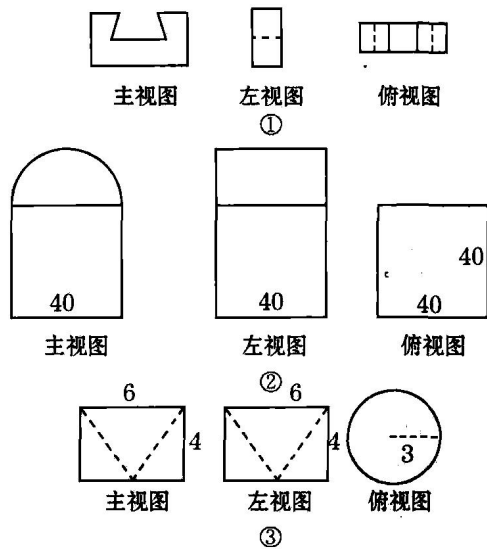


图 1.3-2

【点拨】画立体图形的三视图时,无论哪种视图都要求视线正对物体,看得见的边缘、棱、顶点都画出来,看不见的轮廓用虚线画出来.

变式训练

画出如图1.3-3所示四棱锥的三视图.

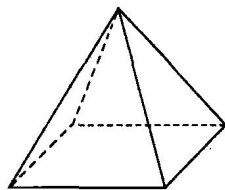


图 1.3-3

【答案】略

【例2】用三个正方体、一个圆柱体、一个圆锥的积木摆成如图1.3-4所示的几何体,其主视图为图1.3-5中的

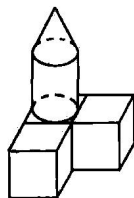


图 1.3-4

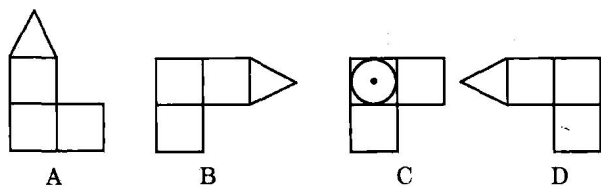


图 1.3-5

【解】图形看来很复杂,涉及的几何体较多,但仔细分析,可以发现它的主视图左上方应该是一个三角形.故正确选项应该为 A.

【点拨】画较为复杂的组合体的三视图时,应分别画各部分的三视图,并判断出它们在组合体视图中的具体位置.

变式训练

如图 1.3-6 是一块带有圆形空洞和正方形空洞的小木板,则在图 1.3-7 所示物体中,既可以堵住圆形空洞,又可以堵住方形空洞的可能是【 】

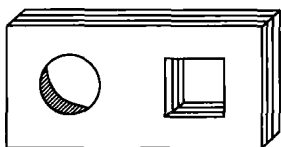


图 1.3-6

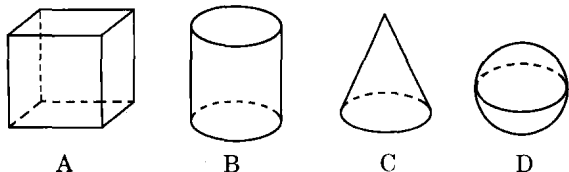


图 1.3-7

【答案】B

【例 3】图 1.3-8 是某种几何体的三视图,你知道该几何体的形状吗?它是怎样放置的?

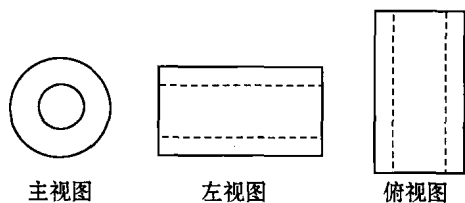


图 1.3-8

【分析】主视图是同心圆,表明正面看到的是一个空心圆柱.左视图、俯视图表明它是水平放置的.

【解】此几何体是空心圆柱,是底面位于正面放置的.

【点拨】在画视图时,从一个方向看到的点和线都要在视图中体现出来.

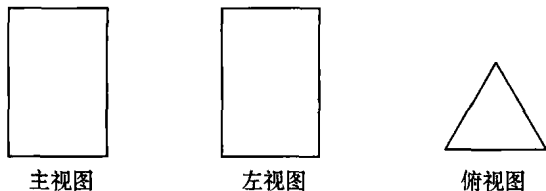


图 1.3-9

变式训练

如果某物体的三视图是图 1.3-9 所示的三个图形,那么该物体的形状是什么?

【答案】三棱柱

【例 4】根据下列三视图(图 1.3-10)建造的建筑物是什么样子的?共几层?一共由多少个小正方体组成?

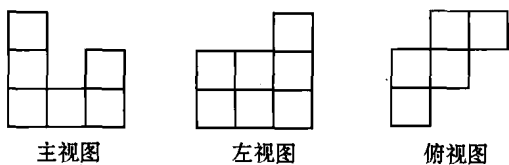


图 1.3-10

【分析】根据俯视图确定几何体的位置关系;结合主视图和左视图,在俯视图里确定小正方体的个数,再绘制出立体图形.

【解】该建筑物的形状如图 1.3-11 所示,共 3 层,由 9 个小正方体组成.

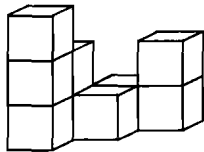


图 1.3-11

【点拨】根据几何体的三视图想象几何体的实物图的形状的一般步骤:由俯视图确定物体在平面上的形状,然后再根据左视图、主视图接合成它在空间里的形状,从而确定几何体的形状.

变式训练

一张桌子上重叠放了若干面值为 1 元的硬币,它的三视图如图 1.3-12 所示,则这张桌子上共有 1 元硬币【 】

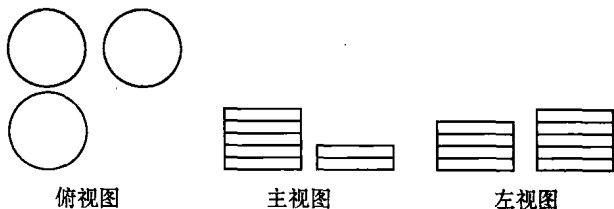


图 1.3-12

A. 7 枚 B. 9 枚 C. 10 枚 D. 11 枚

【答案】D

课堂基础自测

1. 对于三视图,下列说法正确的是【 】

A. 主视图反映物体的长和宽