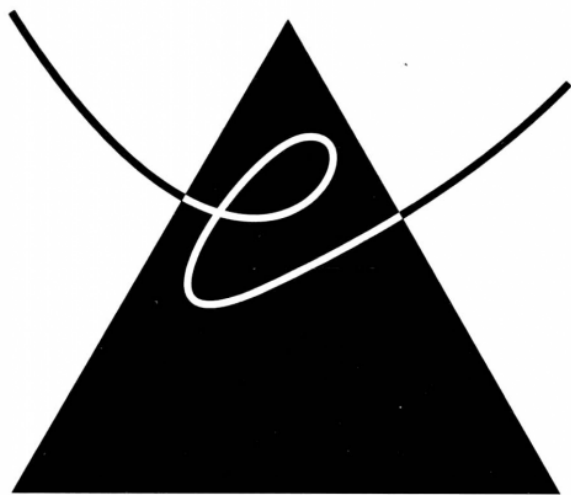




数学教学方法论

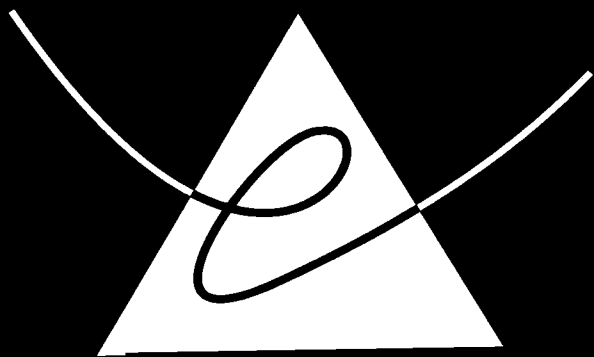
李玮 编著



ISBN 978-7-5334-5448-7



定价：45.00元



数学教学方法论

图书在版编目 (CIP) 数据

数学教学方法论/李祎编著. —福州: 福建教育出版社, 2010.10
ISBN 978-7-5334-5448-7

I. ①数… II. ①李… III. ①数学教学—教学法
IV. ①01-4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 195527 号

数学教学方法论

李 祎 编著

-
- 出版发行 海峡出版发行集团
福建教育出版社
(福州梦山路 27 号 邮编: 350001 电话: 0591—83733693 83706771
网址: www.fep.com.cn)
- 出版人 黄 旭
- 发行热线 0591—83752790
- 印 刷 福州东南彩色印刷有限公司
(福州市金山工业区 邮编: 350002)
- 开 本 720 毫米×1000 毫米 1/16
- 印 张 25
- 插 页 2
- 字 数 386 千
- 版 次 2010 年 10 月第 1 版 2010 年 10 月第 1 次印刷
- 书 号 ISBN 978-7-5334-5448-7
- 定 价 45.00 元
-

如发现本书印装质量问题, 影响阅读,
请向本社市场营销部 (电话: 0591—83726019) 调换。

序^①

近三十年来，我国广大数学教育研究人员坚持理论与实验研究相结合，充分运用教育学、心理学、思维科学、哲学、逻辑学、系统方法论等的基本原理，积极大力开展数学教育的理论研究与实践探索，不仅开创了数学教学论、数学学习论、数学课程论、数学方法论、数学思维论等许多分支学科或基础学科，而且全面开展了规模宏大的基础教育数学课程改革活动，多种数学教育改革实验也竞相启动与开展，大大促进了数学教育理论的建设 and 数学教育质量的提升。

然而，从数学教学方法论的层面来看，哪些教学理论才最“靠近”实践？怎样的教学理论才具有实践力？一线教师最迫切需要掌握哪些教学理论？什么才是使优秀数学教改实验保持持久生命力而不至于昙花一现的关键？优秀教改实验的理念支撑与思想内核是什么？如此等等，都需要我们作出深入思考。李玮教授的这本著作，在一定程度上回答了以上这些问题。

本书是李玮教授在多年教学经验的基础之上，结合自己近年来取得的丰富科研成果，所精心编撰而成的。这本书有以下两个特点：

首先，从中观层面构建数学教学方法论体系，既“顶天”，又“立地”。

数学教育研究，既需要“顶天”，又需要“立地”。所谓“顶天”，就是要拥有较高的专业知识素养和教学理论素养，能站在“制高点”居高临下地审

① 作者系全国数学教育研究会理事长，南京师范大学教授、博士生导师。

视数学教学中的某些问题；所谓“立地”，就是要立足和扎根于中小学数学教学的土壤，了解和把握中小学数学教学改革和发展的实际，深入分析和解决中小学数学教学中存在的具体问题。所谓既“顶天”又“立地”，就是要做到二者的有机结合，并找准二者的“结合点”，这也正是展开数学教育研究的“切入点”。本书从中观层面出发构建方法论框架，融理论与实践为一体，实现了既“顶天”又“立地”，实质就是这种有机结合的具体体现。如果说教学理论的视角是“顶天”的话，那么教学实践的视角便是“立地”；如果说思想的诠释是“顶天”的话，那么案例的分析便是“立地”。

其次，遵循数学教育研究的双逻辑起点，既立足“教育”，又关照“数学”。

数学教育研究应该是双逻辑起点的研究，这是数学教育研究的基石。一方面，因为数学教育首先是人的教育，因而相对于一般教育学研究而处于下位关系的数学教育研究而言，教育学、心理学等关于教育的一般理论对它无疑有指导意义。也就是说，数学教育中的很多问题，可以用教育学、心理学等现成的理论演绎地解决。本书中把一般的教育学、心理学理论系统地概括为八个方面，并利用其对数学教学中的一些问题进行分析、研究和解决，就是一种有益的尝试。另一方面，教育学、心理学等理论也不是放之四海而皆准的真理，教育家们对数学的孳根性，决定了它的局限性，限制了它的普适性。这也就是说，数学教育中除了可以运用教育学、心理学等理论解决的问题以外，还有更多的独特问题构成数学教育研究的对象，这些对象也就自然成为数学教育研究的逻辑起点。本书中对数学概念、数学命题、数学解题和数学思想方法等的教学所作的探讨，应该说就是紧紧抓住“数学”教育来进行研究，力图使之区别于一般教育理论的一种努力。

当然，数学教育学科仍属于初创阶段，作为其分支学科之一的“数学教学方法论”，究竟应如何创建，同样也会是见仁见智，但有了良好的开端，随着人们认识的不断深入，相信后续会有更多相关的优秀著作不断涌现。

涂荣豹

2010年仲夏于南京

前 言

大学师范类数学专业有一门基础课程，称作“数学教学论”或“数学教育学”，是一门教师难教、学生难学的课程。学生最为渴望掌握的是“如何教数学”“如何教好数学”（这就是数学教学的“方法论”问题），但结果往往难遂其愿。一方面，对于过于抽象的教学理论，学生往往有一种本能的拒绝，认为不能“拿来即可用”“一用就显灵”；另一方面，对于具体的教学模式和教学方法，包括数学案例的介绍，相对来讲又用处不大。所以，我自1996年在山西师范大学开始任教本门课程以来，一直致力于本门课程建设的探索。特别是从2004年起在南京师范大学攻读博士学位以后，我的认识逐渐清晰和成熟起来，即试图从中观层面构建数学教学的方法论体系。通过近三年在福建师范大学的教学改革与探索，终于如愿完成了自己的构想。

翻阅诸多不同版本同类书籍，可谓内容纷呈，“形态”迥异。经典的传统教材，强调内容的基础性，注重结构的严谨性，比如，对于数学概念教学、数学命题教学等内容，均会在教材中进行系统介绍，但对于现代教学理念，则明显渗透不足、体现不够；近几年涌现的新型教材，比较侧重于介绍新理念、新方法，但往往忽视内容的基础性和教材的系统性，有的教材内容的展开无章可循，甚至为了求新，致使研究味道过浓，而不太适合作为大学生教材之用。

为了保持内容的基础性和全面性，保证教材结构的系统性和严谨性，同时又能较好体现现代教学理念的新思想和新方法，本书分别从数学知识、教

学理论和教学实践三个不同视角出发，系统构建了教学内容体系，全面阐述了数学教学的方法论问题，并结合具体案例作了深入细致的分析。

在“数学知识的视角”部分，分别从数学概念、数学命题、数学证明、数学解题和数学思想方法五个方面出发，分析了它们的内涵、特征、学习机制等问题，在此基础上提出若干教学策略，并结合丰富的教学案例予以解析。

在“教学理论的视角”部分，分别从主体性教学思想、过程性教学思想、建构性教学思想、理解性教学思想、生成性教学思想、问题式教学思想、情境式教学思想、启发式教学思想等不同角度出发，并结合典型数学教学案例，对这些教学理念作了较为全面的应用性、解释性研究。

在“教学实践的视角”部分，从中观的方法论视角出发，针对如何备课、如何上课、如何说课、如何研课等问题，对教学实践中的主要工作样态，作了较为全面的阐述，并给出了较为典型的数学教学案例。

本书的主要特点，可以概括为以下几个方面：

首先，结构清晰合理，内容丰富全面。三大板块，十七个专题，层次分明，线索清晰，结构严谨，从不同视角出发展开论述，内容几乎涵盖了数学教学的方方面面。具体到某一章节内容，也注重内容结构体系的合理构建。比如，对于数学思想方法的介绍，分别从“哲学的视角”、“思维的视角”和“数学的视角”，作了系统、全面的介绍。

其次，注重教学的宏观“大法”。谈论数学教学的方法论问题时，强调理论的深刻性与普遍性，而对具体的教学方法和教学模式，几乎没有涉及，这是有别于一般教材的。俗话说，“万变不离其宗”。“昙花一现”的各类教改实验表明，我们必需深入学习和领悟先进的教学理论，这一理论就是“宗”，就是背后支持各种教改实验的先进理念。寄希望于简单移植优秀教改实验的做法，来提高自己的教学水平和教学质量，无异于刻舟求剑，每每大失所望。因为理论是深刻而长青的，而实践总是变动不居的。

再次，注重解释性和应用性研究。对现代教学理论的重要思想作了系统概括，指出了一般教学理论在数学教学中的指导意义和具体作用，这是又一有别于一般教材之处。以往多数学者注重揭示数学教学的特殊性，而轻视甚至排斥一般教学理论在数学教学中的运用。然而，正如著名数学教育家涂荣

豹教授所言，数学教育中的很多问题，可以用教育学、心理学等现成的理论演绎地解决，“教育学、心理学的理论加数学的例子”，作为数学教育研究的一种方法，也未尝不可，谁能肯定它就是错误的或者是无效的呢？^① 在南京师范大学求学的三年间，我越来越感受到博大精深的教学理论的无限魅力，因而系统梳理了八个专题进行介绍与解读。

最后，强调理论与实践的融合。理论是深邃、甚至苦涩的，为了帮助读者更好地领会其思想内核，几乎每章之后均配备了典型案例分析。选取的案例既考虑到了解释与应用的典型性，同时也尽可能覆盖高中数学的主干知识，以使通过本门课程的学习，能附带对高中数学内容有较好的把握。

本书之所以称之为“编著”，一方面是因为有些内容是建立在本人的研究基础之上，比如，对于“生成性教学思想”“启发式教学思想”“过程性教学思想”“如何研课”等，均有一定的研究作基础。另一方面，更多内容是学习与借鉴他人之大成，除常识性公共知识之外（如“形式逻辑”的内容），引述其他内容时（包括“案例”），均在文中尽可能作了标注。这里谨向各位作者朋友致谢！

本书系全国教育科学“十一五”规划教育部重点课题 [DHA090175] 的研究成果。该成果能得以顺利出版，得到了多方的大力支持。这里尤其要感谢福建师范大学院系各级领导、序作者涂荣豹先生和责任编辑沈群先生，正是由于他们的鼎力支持和辛勤劳动，本书才得以与读者见面。

李 祎

2010年8月1日于福建师范大学仓山校区

① 涂荣豹. 论数学教育研究的规范性. 数学教育学报, 2003, 12(4): 2~5.

目 录

序	(1)
前言	(1)
第一篇 数学知识的视角	
第一章 数学概念教学及其典型案例分析	(3)
第一节 什么是数学概念	(3)
第二节 数学概念学习的心理分析	(15)
第三节 数学概念教学的基本策略	(24)
第四节 数学概念教学的典型案例分析	(29)
第二章 数学命题教学及其典型案例分析	(37)
第一节 什么是数学命题	(37)
第二节 数学命题的学习方式	(45)
第三节 数学命题教学的基本策略	(48)
第四节 数学命题教学的典型案例分析	(54)
第三章 数学证明教学及其典型案例分析	(61)
第一节 数学推理与证明	(61)
第二节 数学证明学习的心理分析	(70)
第三节 数学证明教学的基本策略	(72)
第四节 数学证明教学的典型案例分析	(76)
第四章 数学解题教学及其典型案例分析	(85)

第一节	对数学解题的基本认识	(85)
第二节	波利亚的数学解题观	(92)
第三节	数学解题教学的预设策略	(99)
第四节	数学解题创新的教学策略	(103)
第五节	数学解题教学的典型案例分析	(109)
第五章	数学思想方法教学及其典型案例分析	(115)
第一节	什么是数学思想方法	(115)
第二节	数学思想方法(一):哲学的视角	(118)
第三节	数学思想方法(二):思维的视角	(122)
第四节	数学思想方法(三):数学的视角	(134)
第五节	数学思想方法教学的原则与策略	(140)
第六节	数学思想方法教学的典型案例分析	(146)
第二篇	教学理论的视角	
第六章	主体性教学思想及其数学案例解读	(155)
第一节	主体性教学思想解析	(155)
第二节	主体性视角下数学教学病态诊断	(159)
第三节	典型数学案例的分析与评价	(168)
第七章	过程性教学思想及其数学案例解读	(173)
第一节	过程性教学思想解析	(173)
第二节	过程性视角下数学教学之审视	(177)
第三节	典型数学案例的分析与评价	(181)
第八章	建构性教学思想及其数学案例解读	(188)
第一节	建构性教学思想解析	(188)
第二节	数学建构主义的特征分析	(194)
第三节	建构主义观下的数学教学策略	(199)
第四节	典型数学案例的分析与评价	(204)
第九章	理解性教学思想及其数学案例解读	(211)
第一节	什么是数学理解	(211)
第二节	数学理解的类型	(216)

第三节	促进数学理解的教学策略	(221)
第四节	典型数学案例的分析与评价	(226)
第十章	生成性教学思想及其数学案例解读	(229)
第一节	生成性教学思想解析	(229)
第二节	生成性视角下的数学教学设计	(237)
第三节	典型数学案例的分析与评价	(243)
第十一章	问题式教学思想及其数学案例解读	(248)
第一节	问题式教学思想解析	(248)
第二节	数学问题解决的特性分析	(258)
第三节	典型数学案例的分析与评价	(264)
第十二章	情境式教学思想及其数学案例解读	(272)
第一节	情境式教学思想解析	(272)
第二节	数学情境式教学的特性分析	(277)
第三节	典型数学案例的分析与评价	(285)
第十三章	启发式教学思想及其数学案例解读	(290)
第一节	启发式教学思想解析	(290)
第二节	数学教学中的启发策略分析	(293)
第三节	典型数学案例的分析与评价	(296)
第三篇 教学实践的视角		
第十四章	如何备课	(303)
第一节	备课的策略	(303)
第二节	教案的撰写	(315)
第三节	典型案例分析	(322)
第十五章	如何上课	(328)
第一节	如何导入	(328)
第二节	如何讲解	(333)
第三节	如何提问	(338)
第四节	如何变化	(342)
第五节	如何板书	(346)

	第六节 如何结尾	(350)
第十六章	如何说课	(353)
	第一节 什么是说课	(353)
	第二节 说课的策略	(357)
	第三节 典型案例分析	(361)
第十七章	如何研课	(371)
	第一节 研课的内涵	(371)
	第二节 研课的策略	(374)
	第三节 典型案例分析	(379)
参考文献		(385)

第一篇 数学知识的视角

第一章 数学概念教学及其典型案例分析

第一节 什么是数学概念

一、数学概念的内涵和特点

1. 什么是数学概念

客观事物都有各自的许多性质,或者称为属性.人们在实践活动中,逐渐认识了所接触对象的各种属性.人们对客观事物的认识,一般是通过感觉、知觉形成表象,这是感性认识阶段.在感性认识的基础上,经过比较、分析、综合、概括,抽象出一种事物所独有而其他事物所不具有的属性,于是,便称其为这种事物的本质属性,这是理性认识阶段.概念便是反映事物本质属性的思维产物.

数学研究的对象是现实世界的空间形式和数量关系.反映数学对象的本质属性的思维形式叫做数学概念.例如,“平行四边形”这个数学概念,它具有方位、大小、形状诸方面的许多属性,但只要抓住“四条边”这条属性,就可把它与一般多边形相区分;只要抓住“两组对边分别平行”这条属性,就可把它与一般四边形相区分.“四条边”、“两组对边分别平行”就是平行四边形这个概念的本质属性.一旦把本质属性从众多的属性中分离出来,并把这些本质属性作为一个“整体”,便形成了“平行四边形”这个清晰的数学概念.从这一点来说,本质属性是不可分割的.它的一部分只是这个概念的属

性,但不再是本质属性.

数学概念通常用特有的名称或符号来表示. 名称或符号和与此相关联的概念分属两个不同的范畴. 概念反映名称或符号的内容,表达出人们认识事物的结果,而概念的名称或符号是表达概念的语言形式. 有时同一个概念会有不同的名称或符号,如“5”、“五”、“five”都表示同一个数. 又如,等边三角形和正三角形表达同一个数学概念. 因此,使用名称或符号时,重要的是它所表达的内容,即相关联的概念本身. 有时同一个名称在不同的情况下,会表达不同的概念,如“角”.

2. 数学概念的特点

(1) 数学概念是其他思维形式的基础

判断是由概念构成的,推理是由判断构成的,论证又是由判断和推理构成的. 有了概念,才可以运用概念进行判断和推理,才可以进行论证. 因此,概念这种思维形式是其他思维形式的基础,所以有人说概念是抽象思维的细胞.

数学概念是数学知识中最基本、最重要的知识之一,有了数学概念才可以运用概念进行判断、推理和论证. 例如,有了平行线的概念,才能作出关于平行线的命题、推理和证明. 因此,要学习和掌握数学,首先要掌握数学中的概念.

(2) 数学概念具有抽象性特征

有些数学概念是直接反映客观事物的. 例如,自然数、点、线、面、体等. 然而,大多数数学概念是在一些数学概念的基础上,经过多次的抽象概括过程才形成和发展起来的. 例如,无理数、复数的概念,就分别是在有理数系和实数系的基础上产生的.

数学概念既然代表了一类对象的本质属性,那么无论是直接还是间接的反映,它都具有抽象性特征. 以矩形概念为例,现实世界中没见过抽象的矩形,只能见到形形色色的具体的矩形. 从这个意义上说,数学概念“脱离”了现实. 正因为抽象程度高,与现实的原始对象联系弱,才使得数学概念应用广泛.

(3) 数学概念具有逻辑性特征