

配苏教版普通高中课程标准实验教科书

高中数学教学

参考书

凤凰出版传媒集团



江苏教育出版社
JIANGSU EDUCATION PUBLISHING HOUSE

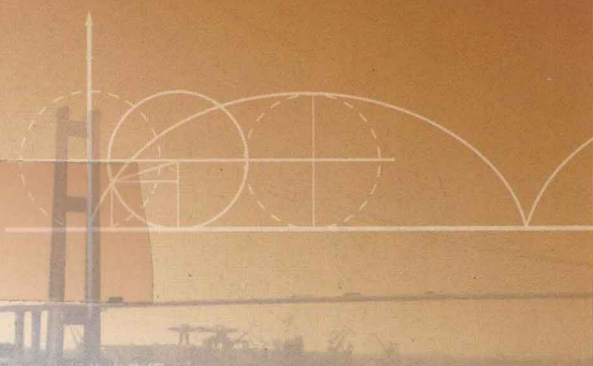
经全国中小学教材审定委员会2005年初审通过

数学

普通高中课程标准实验教科书

选修 4-4

坐标系与 参数方程



凤凰出版传媒集团
江苏教育出版社

配苏教版普通高中课程标准实验教科书

高中数学教学参考书

坐标系与参数方程(选修 4-4)

凤凰出版传媒集团

 江苏教育出版社

配苏教版普通高中课程标准实验教科书
书 名 高中数学教学参考书
坐标系与参数方程(选修4-4)
责任编辑 蔡 立
出版发行 凤凰出版传媒集团
江苏教育出版社(南京市马家街31号210009)
网 址 <http://www.1088.com.cn>
集团网址 凤凰出版传媒网 <http://www.ppm.cn>
经 销 江苏省新华发行集团有限公司
照 排 南京理工出版信息技术有限公司
印 刷 丹阳兴华印刷厂
厂 址 丹阳市胡桥镇(邮编212313)
电 话 0511-6212151
开 本 787×1092毫米 1/16
印 张 2
版 次 2005年6月第1版
2006年8月第2次印刷
书 号 ISBN 7-5343-6857-X/G·6542
定 价 2.30元
批发电话 025-83260760,83260768
邮购电话 025-85400774,8008289797
短信咨询 10602585420909
E-mail jsep@vip.163.com
盗版举报 025-83204538

苏教版图书若有印装错误可向承印厂调换
提供盗版线索者给予重奖

主 编 单 尊

副 主 编 李善良 陈永高 王巧林

本册编写人员 仇炳生

责 任 编 辑 蔡 立

说 明

江苏教育出版社出版的《普通高中课程标准实验教科书·数学》是根据2003年教育部制订的《普通高中数学课程标准(实验)》编写的。该套教科书充分体现数学课程标准的基本理念,使学生通过高中阶段的数学学习,能获得适应现代生活和未来发展所必需的数学素养,满足他们个人发展与社会进步的需要。

教科书力图使学生在丰富的、现实的、与他们经验紧密联系的背景中感受数学、建立数学、运用数学,做到“入口浅,寓意深”。通过创设恰当的问题情境,促进学生进行观察、操作、探究和运用等活动感悟并获得数学知识与思想方法。在知识的发生、发展与运用过程中,培养学生的思维能力、创新意识、应用意识。

教科书充分考虑学生的不同需求,为所有学生的发展提供帮助,为学生的不同发展提供较大的选择空间。教科书面向所有学生,使每一个学生都获得必备的数学素养,都能获得最佳发展。整个教科书设计为:一个核心(基本教学要求),多个层次,多种选择。以基本教学要求为核心,通过这个载体,学生可以获得全方位的发展。学生学好核心内容后,根据需要,有多种选择。

本套教科书的体例安排主要有以下特点。

1. 根据《标准》的要求,按知识发展顺序把整套教材分成几条主线,组合成一个有机整体,每个模块有自己整体贯通的主线,每章有核心的概念或原理,各章相互联系。

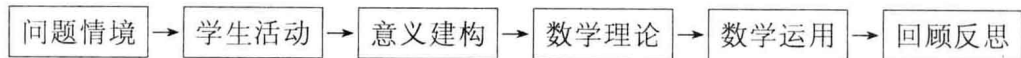
2. 每章内容由章头图、引言、正文、本章回顾、复习题、探究案例、实习作业等构成。引言包括:

① 本章的主背景。以入口较浅的、学生能理解的生活实例或其他实例,引发学生思考。这个背景又是本章核心内容的原型,在一章中将多次按不同层次或方向出现,统领全章。

② 引领本章内容的问题。这是本章的生长点,是本章核心内容或研究方法的出发点,它将激发学生探索新知识的欲望。

3. 节包括内容组织、活动开展、拓展栏目、习题、阅读等内容。节为教学的基本单元,每节有自己的小系统。每节开头在章的背景下,给出分支背景,围绕章的问题,提出相应问题。这些问题就是本节的起点、核心内容的出发点。

4. 内容组织主要形式为:



问题情境包括实例、情景、问题、叙述等. 编写意图是提出问题.

学生活动包括观察、操作、归纳、猜想、验证、推理、建立模型、提出方法等个体活动, 也包括讨论、合作、交流、互动等小组活动. 编写意图是体验数学.

意义建构包括经历过程、感受意义、形成表象、自我表征等. 编写意图是感知数学.

数学理论包括概念定义、定理叙述、模型描述、算法程序等. 编写意图是建立数学.

数学运用包括辨别、解释、解决简单问题、解决复杂问题等. 编写意图是运用数学.

回顾反思包括回顾、总结、联系、整合、拓广、创新、凝缩(由过程到对象)等. 编写意图是理解数学.

5. 拓展栏目有思考、实验、探究、阅读、链接等, 穿插在各个环节中.

6. 习题、复习题分为紧密联系的三个层次——感受·理解、思考·运用、探究·拓展, 教师可根据教学需要选择.

本套教师教学参考用书与《普通高中课程标准实验教科书·数学》配套, 供教师教学使用. 每册书按章编排, 每章包括本章教育目标、本章设计意图、本章教学建议、本章内容分析、本章教学案例、本章参考答案等内容.

《普通高中课程标准实验教科书·数学》编写组

2005年7月

目 录

一、本专题教育目标	1
二、本专题设计意图	2
三、本专题教学建议	3
四、各节教学建议	4
五、本专题参考答案	11

坐标系与参数方程(选修 4-4)

坐标系是解析几何的基础.有了坐标系,我们就可以把几何图形用代数的形式表示出来,为运用代数方法研究几何问题铺平了道路.坐标系的思想是现代数学最重要的基本思想之一.它是联系代数与几何的桥梁,充分体现了“形”与“数”的有机结合.因此,坐标系也是其他几何问题、函数问题、方程问题等的基础.在不同的坐标系中,同一个几何图形可以有不同的表现形式,这使解决问题的方法有了更多的选择,进一步拓宽了解决问题的思路.参数方程是曲线的另一种表现形式,它弥补了普通方程表示曲线的不足.极坐标与参数方程为研究一类较复杂的曲线(如心脏线、螺线、玫瑰线、叶形线、弹道曲线、摆线、渐开线等)提供了工具.

一、本专题教育目标

通过本专题的学习,学生应理解引入坐标系的作用和意义,掌握极坐标和参数方程的基本概念,了解曲线的多种表现形式.通过从实际问题中抽象出数学问题的过程,体会数学在实际中的应用价值,培养探究数学问题的兴趣和能力,增强应用意识.

1. 坐标系

(1) 回顾在平面直角坐标系中刻画点的位置的方法,体会坐标系的作用.

(2) 能在极坐标系中用极坐标刻画点的位置,体会在极坐标系和平面直角坐标系中刻画点的位置的区别,能进行极坐标和直角坐标的互化.

(3) 能在极坐标系中给出简单图形(如过极点的直线、过极点或圆心在极点的圆)的方程.通过比较这些图形在极坐标系和平面直角坐标系中的方程,体会在用方程刻画平面图形时选择适当坐标系的意义.了解极坐标系中直线、圆和圆锥曲线的方程.

(4) 借助具体实例了解在柱坐标系、球坐标系中刻画空间中点的位置的方法,并与空间直角坐标系中刻画点的位置的方法相比较,体会它们的区别.

(5) 通过具体例子,了解在平面直角坐标系中平移变换和伸缩变换作用下平面图形的变化情况.

2. 参数方程

(1) 通过对抛物运动中时间与运动物体位置的关系, 写出抛物运动轨迹的参数方程, 体会参数的意义.

(2) 分析直线、圆和圆锥曲线的几何性质, 选择适当的参数写出它们的参数方程.

(3) 举例说明某些曲线用参数方程表示比用普通方程表示更方便, 感受参数方程的优越性.

(4) 借助教具或计算机软件, 观察圆在直线上滚动时圆上定点的轨迹(平摆线)、直线在圆上滚动时直线上定点的轨迹(渐开线), 了解平摆线和渐开线的生成过程, 并能推导出它们的参数方程.

(5) 通过阅读材料, 了解其他摆线(变幅平摆线、外摆线、内摆线、环摆线)的生成过程; 了解摆线在实际生活中应用的实例.

3. 完成一个学习总结报告

报告应包括三方面的内容:

(1) 知识的总结. 对本专题整体结构和内容的理解, 进一步认识数形结合思想, 思考本专题与高中其他内容之间的联系.

(2) 拓展. 通过查阅资料、调查研究、访问求教、独立思考, 进一步探讨参数方程、摆线的应用.

(3) 学习本专题的感受、体会.

二、本专题设计意图

本专题是高中阶段“平面解析几何初步”、“圆锥曲线与方程”课程的延续与拓展, 也是解析几何、平面向量、三角函数等内容的综合应用. 本专题的内容包括坐标系和参数方程两部分, 共分四节. 本专题内容的呈现方式是, 通过丰富的实例创设问题情境, 组织学生活动, 在分析和解决问题的过程中构建数学概念和数学思想方法.

坐标系是解析几何的基础. 引入坐标系的意义在于, 可以用有序实数组确定点的位置, 用代数形式刻画几何图形, 进而实现代数形式与几何图形的统一. 在回顾直角坐标系的基础上, 教材指出创建坐标系的原则, 并通过丰富的实例引进了极坐标系和空间柱坐标系、球坐标系, 使学生进一步感受坐标系的作用. 极坐标系是本专题的重点内容. 在第二节“极坐标系下的曲线方程”中, 对极坐标系及其应用作了进一步的探究. 为了充分展示极坐标系的特点, 这一节还以“阅读”的方式, 让学生欣赏极坐标系中具有代表性的两条曲线——等进螺线和四叶玫瑰线, 使学

生感受曲线的美和数学的魅力.这样既不增加学生过多的负担,又可以加深理解引入极坐标系的意义,提高学习的兴趣.

坐标系中的图形变换是学生学习的难点.因此,本专题将这一部分内容安排在学生坐标系有了一定的认识以后才提出.图形变换的重点是如何用代数形式刻画图形变换,以及在图形变换的作用下曲线与曲线方程的变化情况.为了有利于学生学习平面直角坐标系中的伸缩变换,在这一节中增加了平面直角坐标系中平移变换作为铺垫.通过“阅读”介绍了极坐标系中的旋转变换,让学生体会不同坐标系的特点.

参数方程是本专题的又一重点内容.它是以参变量为中介来表示曲线上点的坐标的方程,是曲线的另一种表达形式.在研究一类比较复杂的运动轨迹(如弹道曲线、摆线、等进螺线等)时,参数方程表现出较大的灵活性和深刻性.它通过将复杂的运动转化为两个简单运动的合运动,不仅得到了运动的轨迹方程,而且揭示了运动的本质.本专题采用弹道曲线引入参数方程的概念,突出了参数方程在解决复杂运动问题中的作用,使学生感受到参数方程表示曲线的优越性;另一方面,由于弹道曲线的参数方程揭示了它的合运动的本质特征,且弹道曲线的参数方程中参数不便消去,这也体现了引入参数方程的必要性.

在“参数方程与普通方程的互化”中,给出了直线、圆和圆锥曲线的参数方程,并指出了其中参数的意义.让学生从常用曲线的参数方程以及参数方程与普通方程的联系中,进一步体会参数方程的意义.

在研究曲线的性质以及生产实际中,参数方程有着广泛的应用.参数思想贯穿于“参数方程”一节的始终,参数的选择是参数方程应用的关键.摆线与摆线族是应用参数方程的典型实例,本专题通过曲线欣赏及“阅读”对它作了介绍.

三、本专题教学建议

坐标系与参数方程都有着丰富的实际背景,与解析几何、平面向量、三角函数等数学内容的联系比较紧,实际应用的面比较广.在教学时应注意如下几点:

1. 注重实例分析.重视运用观察、分析、比较、归纳,以及从实际背景到建构数学的过程.如在“坐标系”一节中,通过实例及回顾直角坐标系,说明建立坐标系的原则,从而引进坐标系方法;在解决弹道曲线的实例中,选择时间 t 为参数,引入参数思想并建立参数方程的概念.

2. 引导学生参与.学生是学习的主体,数学知识的构建以及数学方法的理解和运用,必须通过学生自己的努力才能实现.引导学生参与建构数学的

过程,是提高学生能力的重要途径.如在“坐标系”一节中,帮助学生归纳出建立坐标系的原则后,可以引导学生自己尝试建立坐标系,并对不同的坐标系进行比较,分析不同的坐标系的特点.这将有利于提高学生的思维能力和发展创新意识.

3. 鼓励综合运用.坐标系与参数方程与学生已有的解析几何、平面向量、三角函数等数学知识联系比较紧,应鼓励学生将所学知识综合运用,从多个角度理解和运用本专题的内容,提高学生分析问题与解决问题的能力.

4. 借助媒体展示.本专题向学生呈现了大量优美的曲线,在条件允许的情况下,借助教具或计算机软件,让学生观察斜抛运动(包括弹道曲线)、摆线、渐开线等轨迹的生成过程;欣赏各种不同的曲线,如心脏线、螺线、玫瑰线、叶形线、变幅平摆线、外摆线、内摆线、环摆线等,使学生感受这些曲线的美.

5. 组织调查研究.引导并组织学生通过网络收集、实际调查、计算机制作、学习整理等方式体会坐标系与参数方程的作用和意义,整理所学知识及各种曲线,收集某些曲线(如摆线)的应用实例.以此发展独立获取知识的能力.

本专题教学时间约需 18 课时,具体分配如下(仅供参考):

4.1 坐标系	约 4 课时
4.2 曲线的极坐标方程	约 4 课时
4.3 平面坐标系中几种常见变换	约 3 课时
4.4 参数方程	约 5 课时
复习与小结	约 2 课时

四、各节教学建议

4.1 坐标系

教育目标

1. 回顾在平面直角坐标系中刻画点的位置的方法,体会坐标系的作用.
2. 能在极坐标系中用极坐标刻画点的位置,体会在极坐标系和平面直角坐标系中刻画点的位置的区别,能进行极坐标和直角坐标的互化.
3. 借助具体实例了解在柱坐标系、球坐标系中刻画空间中点的位置的方法,并与空间直角坐标系中刻画点的位置的方法相比较,体会它们的区别.

编写意图与教学建议

4.1.1 直角坐标系

1. 从引言开始,通过在科学技术研究以及生产与生活实际中大量的实例,提出了本专题的中心问题:怎样拓展坐标系并创造新的代数形式,才能更好地刻画客观世界中丰富多彩的几何图形?指明了学习坐标系与参数方程的必要性.

2. 坐标系是一个参照系,它是实现几何图形与代数形式互相转化的基础,使精确刻画几何图形的位置和物体运动的轨迹成为可能.本节从实例出发,通过回顾运用数轴、平面直角坐标系及空间直角坐标系刻画直线、平面及空间中点的位置的过程,归纳出创建坐标系必须满足的基本原则:任意一点都有确定的坐标与它对应;反之,依据一个点的坐标就能确定这个点的位置.这里没有强调一一对应,是为了后面研究极坐标系时,可以根据需要灵活处理.

3. 例1是为了说明,在不同的坐标系中,都可以用坐标来刻画点的位置,但这些坐标所体现的几何意义不尽相同.选择适当的坐标系可以使所刻画的代数形式具有更简便的结果.例1解后的说明中所提出的坐标系,一方面是为学习极坐标系作铺垫;另一方面可以引导学生自己尝试建立坐标系(如斜坐标系等),激励学生的发散思维和创新意识.

4. 例2和例3所涉及的应用题和有关点的对称问题,只是为了复习解析几何的基本知识和基本方法,也便于以后与极坐标系进行比较.

4.1.2 极坐标系

1. 极坐标系是本专题的重点内容.通过两个实例(凸轮和军舰巡逻),不仅创设了引入新坐标系的生动情景,而且可以组织学生讨论,如何简捷的确定实例中点的位置?从而自己创建极坐标系.

2. 由于一个点的极坐标并不惟一,因而,平面上的点与它的极坐标之间不是一一对应.这一点,既是解有关极坐标问题的困难所在,也是运用极坐标解决问题的特点(在学习了“曲线的极坐标方程”以后,相信学生会有所感悟).

3. 例2和例3是关于两点间的距离和点的对称问题,例4是关于点的极坐标与直角坐标互化.它们可以让学生初步体会在极坐标系和平面直角坐标系中刻画点的位置和几何图形的区别.在例3的解答中,为了帮助学生熟悉极坐标的特点,给出了对称点的极坐标的一般形式.通常情况下,只需写出点的一个极坐标就可以了.

4. 点的直角坐标化为极坐标时,先求出 $\alpha = \arctan \left| \frac{y}{x} \right|$, 然后根据点所在的象限分别得到极角 $\theta = \alpha$, 或 $\theta = \pi - \alpha$, 或 $\theta = \pi + \alpha$, 或 $\theta = 2\pi - \alpha$.

4.1.3 球坐标系与柱坐标系

1. 球坐标系与柱坐标系可以看做平面上极坐标系在三维空间的推广. 因此, 球坐标系与柱坐标系既可以从实例引入(教材中已有说明), 也可以在平面坐标系的基础上, 引导学生从二维向三维推广.

2. 对于球坐标系与柱坐标系, 只要求了解它们刻画空间中点的位置的方法, 感受创建坐标系的作用, 并通过与空间直角坐标系中刻画点的位置的方法相比较, 体会不同的坐标系的特点.

4.2 曲线的极坐标方程

教育目标

1. 能在极坐标系中给出简单图形(如过极点的直线、过极点或圆心在极点的圆)的方程. 通过比较这些图形在极坐标系和平面直角坐标系中的方程, 体会在用方程刻画平面图形时选择适当坐标系的意义.

2. 了解极坐标系中直线、圆和圆锥曲线的方程.

3. 通过“阅读”, 在极坐标系中欣赏等进螺线与四叶玫瑰线, 进一步感受曲线的美和极坐标系的特点.

编写意图与教学建议

4.2.1 曲线的极坐标方程的意义

1. 对于曲线的极坐标方程, 仅要求学生根据点的极坐标的特征, 通过与曲线的直角坐标方程类比的过程感受它的意义, 为求曲线的极坐标方程奠定基础.

2. 与平面直角坐标系中曲线的方程类似, 曲线的极坐标方程要求极坐标适合方程的点在曲线上; 但由于点的极坐标表示不惟一, 因而对于曲线上任意一点, 要求至少有一个极坐标是适合方程的. 这与曲线的直角坐标方程的意义有所不同. 正因为如此, 这给研究曲线的极坐标方程带来一定的困难, 如一个点的某个极坐标不适合方程, 我们还不能就此断定这个点不在曲线上.

3. 求曲线的极坐标方程的基本步骤与求曲线的直角坐标方程的基本步骤相同. 这部分的教学, 可以让学生通过复习、回顾、对比的方式进行. 例 1、例 2 的教

坐标系与参数方程

学,重在要求学生理解求曲线的极坐标方程的基本方法.

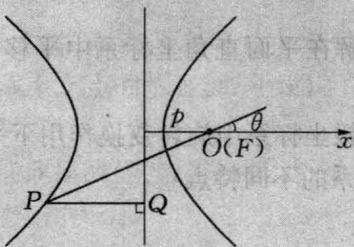
4. 例3是曲线的直角坐标方程和极坐标方程的互化.这是极坐标系中的基本要求,学生应能掌握.要使学生初步体会用方程刻画平面图形时选择适当坐标系的意义.

4.2.2 常用曲线的极坐标方程

1. 由于前一节中求曲线的极坐标方程的基本方法已为学生理解,因此这一节教学可以先给出问题让学生自己求解,再进行归纳.要使学生进一步领会求简单曲线的极坐标方程的基本方法.

2. 常用曲线是指直线、圆和圆锥曲线.常用曲线的极坐标方程的呈现均采用一般到特殊的方式.这样做,既可以从整体上把握常用曲线的极坐标方程,有利于学生将常用曲线的极坐标方程与直角坐标方程比较,体会在用方程刻画平面图形时选择适当坐标系的意义,又可以节省教学时间.若学生对求曲线的极坐标方程的基本方法还不熟悉,也可以将呈现方式改为特殊到一般,逐步进行.

3. 在圆锥曲线的极坐标方程中,当 $e > 1$ 时,方程 $\rho = \frac{ep}{1 - e \cos \theta}$ ($\rho \in \mathbf{R}$) 表示双曲线.其中, $\rho > 0$ 时,表示双曲线的右支, $\rho < 0$ 时,表示双曲线的左支(如下图,若 P 为双曲线左支上的点,则 $\frac{FP}{PQ} = \frac{-\rho}{-\rho \cos \theta - p} = e$.所以, $\rho = \frac{ep}{1 - e \cos \theta}$).



4. 例2和例3是圆锥曲线的极坐标方程的运用.通常情况下,圆锥曲线中与焦点半径有关的问题,有利于极坐标的特点的发挥.学生从中可以体会运用极坐标解题的意义.

5. 例3后的“思考”中,椭圆具有类似的性质,此时

$$\frac{1}{FP} + \frac{1}{FQ} = \frac{1 - e \cos \theta}{ep} + \frac{1 + e \cos \theta}{ep} = \frac{2}{ep} (\text{常数}).$$

对于双曲线, 设双曲线的渐近线与极轴的夹角为 α ,

若 $k\pi + \alpha < \theta < (k+1)\pi - \alpha$ ($k \in \mathbf{Z}$), 则 $|e \cos \theta| < |e \cos \alpha| = \frac{c}{a} \cdot \frac{a}{c} =$

1, 这时 P, Q 在双曲线的同一支上, 仍有 $\frac{1}{FP} + \frac{1}{FQ} = \frac{2}{ep}$;

若 $k\pi < \theta < k\pi + \alpha$ 或 $(k+1)\pi - \alpha < \theta < (k+1)\pi$ ($k \in \mathbf{Z}$), 则 $|e \cos \theta| >$
1, 这时 P, Q 不在双曲线的同一支上, 则

$$\begin{aligned} \left| \frac{1}{FP} - \frac{1}{FQ} \right| &= \left| \frac{1 - e \cos \theta}{ep} - \frac{1 + e \cos \theta}{ep} \right| \\ &= \begin{cases} \left| \frac{e \cos \theta - 1}{ep} - \frac{1 + e \cos \theta}{ep} \right| = \frac{2}{ep} & (e \cos \theta > 1), \\ \left| \frac{1 - e \cos \theta}{ep} - \frac{-1 - e \cos \theta}{ep} \right| = \frac{2}{ep} & (e \cos \theta < -1). \end{cases} \end{aligned}$$

所以, 此时有 $\left| \frac{1}{FP} - \frac{1}{FQ} \right| = \frac{2}{ep}$ (常数).

6. 在条件允许的情况下, 可以运用多媒体学习“阅读”. 让学生自己动手画出等进螺线与四叶玫瑰线, 充分展示曲线的美, 进一步感受极坐标系的特点.

4.3 平面坐标系中几种常见变换

教育目标

1. 通过具体例子, 了解在平面直角坐标系中平移变换和伸缩变换作用下平面图形的变化情况.

2. 通过“阅读”, 了解极坐标系中旋转变换作用下平面图形的变化情况, 体会平面直角坐标系与极坐标系的不同特点.

编写意图与教学建议

4.3.1 平面直角坐标系中的平移变换

1. 为降低学习几何变换的难度, 在内容的安排上, 从学生比较熟悉的平移变换开始, 研究的重点是如何用代数形式表示变换以及在各种变换作用下平面图形的变化情况. 平移变换采用向量形式表示, 不仅有利于内容的理解, 也有利于平移变换的运用.

2. 教学中, 应充分运用学生已有的数学情境作为分析的基础, 帮助学生抽

象、归纳出平移变换的代数形式,并对在平移变换作用下平面图形的变化情况进行研究和讨论.由此,初步形成研究变换的基本模式.

4.3.2 平面直角坐标系中的伸缩变换

1. 从学生比较熟悉的正弦函数的周期变换引入伸缩变换.文中所述的伸缩变换是指按伸缩系数 k 向着 x 轴(或 y 轴)的伸缩变换.若伸缩变换的方向是任意的,按平面向量基本定理,可以将它分解为向着 x 轴和向着 y 轴的伸缩变换.由于伸缩变换只要求学生“了解”,所以不必提高教学要求.

2. “极坐标系中的旋转变换”对学生不作要求.安排这一内容为“阅读”的意图,一方面是这一内容的呈现方式与本节一致,有利于学生的复习与理解;另一方面,有利于学生体会极坐标系与平面直角坐标系的不同特点.

4.4 参数方程

教育目标

1. 通过对抛物运动中时间与运动物体位置关系的研究,写出抛物运动轨迹的参数方程,体会参数的意义.

2. 分析直线、圆和圆锥曲线的几何性质,选择适当的参数写出它们的参数方程.

3. 举例说明某些曲线用参数方程表示比用普通方程表示更方便,感受参数方程的优越性.

4. 借助教具或计算机软件,观察圆在直线上滚动时圆上定点的轨迹(平摆线)、直线在圆上滚动时直线上定点的轨迹(渐开线),了解平摆线和渐开线的生成过程,并能推导出它们的参数方程.

5. 通过“阅读”,了解其他摆线(变幅平摆线、外摆线、内摆线、环摆线)的生成过程,了解摆线在实际中的应用实例.

编写意图与教学建议

4.4.1 参数方程的意义

1. 求一个运动的轨迹,就是求轨迹上任意一点 P 的坐标之间所满足的关系式 $f(x, y) = 0$. 当运动比较复杂,导致 P 的坐标之间的关系式不易直接求出时,可以选择一个中间变量(参数),它分别与两个坐标建立联系,从而间接求出 P 的坐标之间所满足的关系式.其中,中间变量(参数)起了某种媒介作用.这

就是参数方程的基本思想. 参数方程的基本思想的运用并不限于直角坐标系, 实际上在求等进螺线的过程中, 方程
$$\begin{cases} \rho = \rho_0 + vt \\ \theta = \omega t \end{cases}$$
 可以看作极坐标系中等进螺线的参数方程.

2. 参数方程的物理意义在于将一个复杂运动分解为两个简单运动, 从而将复杂问题化归为简单问题处理. 因此, 力和速度的合成与分解可以看做参数方程的物理基础, 也可以将力和速度的合成与分解看做数学在物理中的运用.

3. 引入参数方程的实例选用了弹道曲线, 而不是传统的抛物运动, 这并没有实质性的变化. 弹道曲线的参数方程中消参的难度加大, 影响运动的因素增多. 但是运动的复杂性反而更能突显参数方程的作用, 有利于感悟参数方程的数学和物理意义. 教学中, 若学生感到困难, 也可以在弹道曲线中, 令 $\alpha = 0$, 即采用斜抛运动引入参数方程, 这对于参数方程概念的学习以及后继学习都没有影响.

4. 求曲线的参数方程的关键在于参数的选择. 选择参数时, 应注意所选参数必须与两个坐标都有联系. 通常情况下, 若轨迹与运动有关, 常选择时间 t 为参数; 若轨迹与转动有关, 常选择角 α 为参数.

4.4.2 参数方程与普通方程的互化

1. 参数方程化为普通方程的过程, 就是消去参数的过程. 教学中, 应帮助学生掌握常见的消去法.

2. 为了突出参数方程的求法, 本节通过例题的形式给出了常用曲线的参数方程(椭圆的参数方程已在前一节中给出), 并指出其中(除双曲线)参数的几何意义. 双曲线的参数方程通常表示为
$$\begin{cases} x = a \sec \theta, \\ y = b \tan \theta, \end{cases}$$
 而不是例 2 中的形式. 其中, 参数 θ 表示离心角. 由于学生对正割函数不熟悉, 因而对此未作介绍.

4.4.3 参数方程的应用

1. 例 1 是常用曲线的参数方程的应用. 将点 M 的坐标设为 $(a \cos \varphi, b \sin \varphi)$, 就保证了点 M 必定在椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 上, 从而简化了运算.

2. 例 2 和例 3 分别是运用参数方程求轨迹方程和解应用题, 它们都是参数思想的应用, 解题的关键在于参数的选择. 例 2 通过分析图形的特征和分析动点