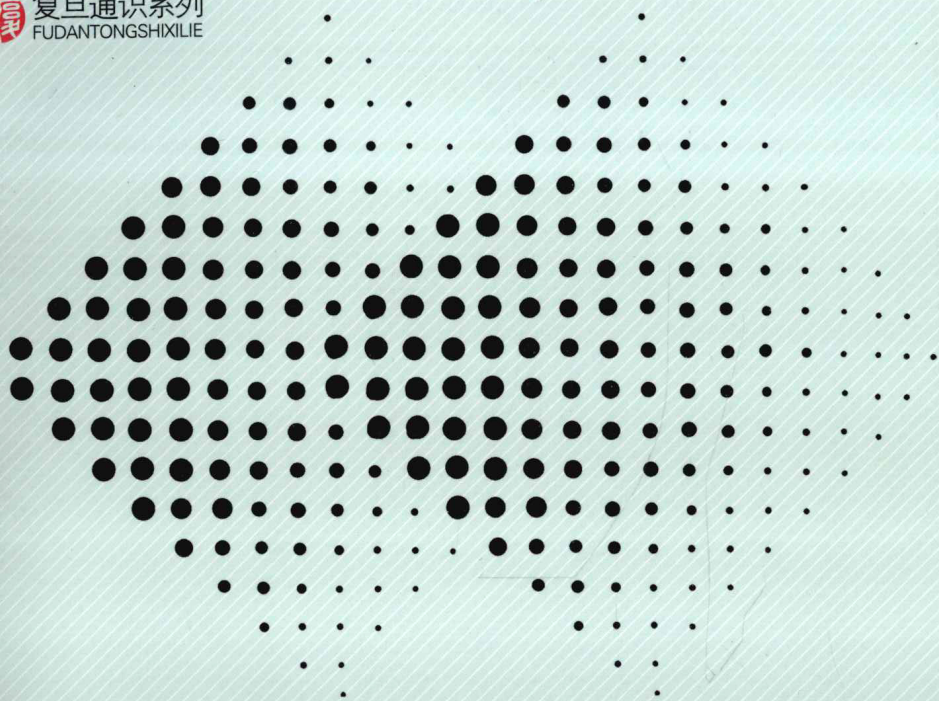


 复旦通识系列
FUDANTONGSHIXILIE



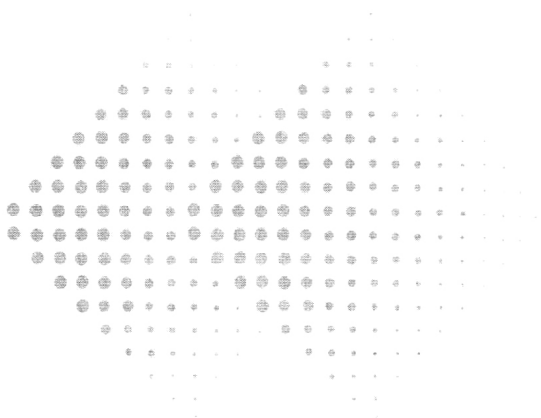
现实世界的数学视角与思维



谭永基 俞 红◎编著

 复旦大学出版社
www.fudanpress.com.cn

 复旦通识系列
FUDANTONGSHIXILIE



现实世界的数学视角与思维

谭永基 俞 红◎编著

 复旦大学出版社
www.fudanpress.com.cn

图书在版编目(CIP)数据

现实世界的数学视角与思维 / 谭永基, 俞红编著.

—上海: 复旦大学出版社, 2010. 10

(复旦通识教材)

ISBN 978-7-309-07249-5

I. 现… II. ①谭…②俞… III. 数学—高等学校—教材 IV. 01

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 076763 号

现实世界的数学视角与思维

谭永基 俞红 编著

出品人/贺圣遂 责任编辑/范仁梅

复旦大学出版社有限公司出版发行

上海市国权路 579 号 邮编: 200433

网址: fupnet@fudanpress.com <http://www.fudanpress.com>

门市零售: 86-21-65642857 团体订购: 86-21-65118853

外埠邮购: 86-21-65109143

江苏省句容市排印厂

开本 890×1240 1/32 印张 12.75 字数 337 千

2010 年 10 月第 1 版第 1 次印刷

ISBN 978-7-309-07249-5/O·447

定价: 30.00 元

如有印装质量问题, 请向复旦大学出版社有限公司发行部调换。

版权所有 侵权必究

内容提要

随着科技进步和社会的发展,数学越来越深入地在自然科学、工程技术和社会科学各个领域中得到应用,并在有些领域中发挥了关键作用.正如我们的先哲曾经指出:数学处于人类智能的中心;数学是打开科学大门的钥匙.本书通过数学的视角对现实世界的某些侧面进行观察和对一些重要的社会、生产、科技活动进行定量的思维,并通过介绍科技、经济、金融管理中的数学模型和案例,揭示数学的重要性,宣传数学思想,普及数学文化,以期提高读者的数学素养.在阐述数学在科学技术进步和人类精神文明的重大作用的基础上,本书选择了寻优与优化、数据与规律、变化与发展、计划与规划、随机与概率、风险与决策、竞争与博弈、模拟与仿真、模式与分类等人类在社会活动和科技生产活动中经常需要考虑的重要问题,从数学的视角进行分析思考,给出解决这些问题的定量化方法和途径.

本书主要用作大学低年级通识教育核心课程教材,阅读本书只需初等数学和少许初等物理预备知识,因此也适合于中学优秀学生阅读.中学教师阅读本书可能对他们进一步了解高中和大学数学课程的衔接也是有帮助的.

前 言

近年来,复旦大学和兄弟院校一起探索实施通识教育,采取的最重要举措是于2002年开始对通识教育核心课程进行建设,经实践和多方论证,于2006年确立了由文学经典与文化遗产、哲学智慧与批判思维、世界视野与现代化认识、科学精神与科学探索、自然生态与生命关怀、艺术创作与审美体验等6个模块构成的核心课程体系。

应复旦学院的邀请,我开设了数学核心课程“现实世界的数学视角与思维”,这门课的名称原来叫“经济与生活中的数学”,它是属于科学精神与科学探索模块的。

科学精神与科学探索模块的设计意图是:科学的思想精神和辉煌成就是西方思想与学术的精彩之处,它代表了人类理性精神的成果,学习科学应领会知识之精神意义,这有助于学生深入到科学理性维度之中,养成学术精神,课程强调以科学思想与方法为教学重点。

作为科学精神与科学探索模块中的一门课程,我们认为:随着科技进步和社会的发展,数学越来越深入地在自然科学、工程技术和社会科学的各个领域中得到应用,并在有些领域中发挥了关键的作用。正如我们的先哲曾经指出:数学处于人类智能的中心;数学是打开科学大门的钥匙。这门课程应通过数学的视角,对现实世界某些侧面进行观察和对一些重要的社会、生产、科技活动进行定量的思维,并通过介绍科技、经济、金融管理中的数学模型和案例,向学生揭示数学的重要性,宣传数学思想,普及数学文化,提高学生的数学素养。

我们希望通过这门课程传达给学生的主要思想和观念是:

一、数学是科技发展的强大动力,数学被公认为“科学的语言”、“思维的工具”而成为“科学的皇后”,数学对科技发展的作用难以估量。

二、数学本身是一种文化,它对人类精神文明做出了巨大的贡献。数学是人类理性活动的一种伟大创造,是一种精神,使人类思维得以运用到最完善的程度。作为一种宝贵的无可比拟的人类成就,数学在使人赏心悦目和提供审美价值方面也毫不逊色。

三、量化思想是一种重要的数学思想。近代科学在实用和理论方面最激动人心的成就主要是通过熟练地运用日积月累的定量的、描述性的知识才获得的。

四、数学建模在量化和数学应用中起着十分重要的作用。数学建模是用数学解决实际问题的第一步,并贯穿在解决问题的全过程之中。

五、数学是各类优秀人才必备的素质。

为达到以上的目的,我们选择了一些材料,编写了一些讲义和教学模块,经过对几届学生的教学,其内容和方法都有一定的调整和修改,受到选课同学的欢迎。

为了便于学生的学习,也为了核心课程体系教材建设的需要,我们对积累的素材进行了进一步的修改、加工和整理,并添加了一些新的内容,编写了这本教材。

编写工作是由我和俞红同志完成的。俞红同志参加了这门课程的教学工作,我们经常对教学的内容和方法进行讨论,在编写中,我们共同拟订了大纲,分工编写了各章和附录,最后由我修改定稿。

考虑到复旦大学选修通识教育核心课程的通常是低年级学生,且有许多文科学生,因此本教材定位是微积分前数学教材,也就是说只要具备初等数学知识就可以读懂本教材。如有超出初等数学的知识,我们在教材中会加以补充,做到自封闭。例如,教材中有几章会遇到矩阵,我们专门有一个附录,对矩阵做浅显的介绍。另外,为了增加学生自己动手进行实践的机会,我们在教材中应用了数学软件 MATLAB,所以本

教材另有一附录对 MATLAB 的使用做简明介绍。

本教材主要阅读对象是大学选修通识教育核心课程的低年级文、理科学学生。鉴于本教材只要求具备中学数学作为预备知识,因此也适合中学优秀学生阅读。中学教师阅读本书可能对他们进一步了解高中和大学数学课程的衔接也是有帮助的。

本课程开设时间不长,本教材成书时间也比较仓促,疏漏不足之处在所难免,欢迎广大师生批评指正。

谭永基

2009 年夏

目 录

第 1 章 数学与科技、数学与文化	1
1.1 数学与科学技术	1
1.1.1 数学是什么	1
1.1.2 数学的发展简史	2
1.1.3 数学对其他科学的作用和数学科学的形成	13
1.1.4 数学与工程技术、数学技术的形成	17
1.2 数学与文化	19
1.2.1 数学本身是一种文化	19
1.2.2 数学与逻辑学	20
1.2.3 数学与哲学	21
1.2.4 数学和认识自然的定量化方法	22
1.2.5 数学与日心说	24
1.2.6 数学与建筑、绘画艺术	28
1.2.7 数学与音乐	30
1.3 数学是各类优秀人才的必备素养	31
1.3.1 数学精神	32
1.3.2 数学素养	33
1.3.3 本书的计划	33
 第 2 章 寻优与优化	 34
2.1 引言	34

2.1.1	凸函数和不等式	34
2.1.2	求函数最值的几种初等方法	38
2.2	节约时间、费用和资源	47
2.2.1	路口交通灯问题	47
2.2.2	不允许缺货的存储问题	50
2.2.3	边加工边销售的存储问题	52
2.2.4	锥体问题和易拉罐问题	55
2.2.5	节水洗衣机	58
2.3	驾驶问题	59
2.3.1	障碍区域问题	60
2.3.2	方向有限制的问题	61
2.3.3	曲率有限制的问题	65
2.4	资源分配问题(线性规划)	67
2.4.1	资源分配和生产计划	67
2.4.2	运输问题	74
2.4.3	用 MATLAB 解线性规划	75
2.5	复杂函数优化问题	78
2.5.1	优选法和黄金分割	78
2.5.2	非线性规划模型	80
2.5.3	用 MATLAB 解非线性规划	81
第3章	数据与规律	90
3.1	引言	90
3.2	一元线性回归和最小二乘法	91
3.2.1	事物间的相关关系和线性回归	91
3.2.2	最小二乘法	94
3.3	可化为线性回归的非线性规律	97
3.3.1	一个实例	97

3.3.2 常用的变换	99
3.4 周期性规律	101
3.5 多元线性回归	105
3.5.1 多个变量之间的相关关系	105
3.5.2 最小二乘法	105
3.5.3 应用实例	109
3.5.4 多项式拟合	111
3.6 用 MATLAB 软件进行数据拟合	113
3.6.1 线性拟合	113
3.6.2 多项式拟合	115
3.6.3 线性参数拟合	116
3.6.4 非线性参数拟合	117
3.7 关联规则挖掘	122
第 4 章 发展与变化	126
4.1 引言	126
4.1.1 变量和函数	126
4.1.2 离散变量和数列	130
4.1.3 离散变化的数学模型——差分方程	130
4.2 数列与差分	131
4.2.1 数列	131
4.2.2 数列的通项	132
4.2.3 数列的差分	133
4.2.4 用差分刻画数列的性态	135
4.3 从人口问题谈起:一阶线性常系数差分方程模型	137
4.3.1 马尔萨斯模型	138
4.3.2 一阶线性常系数差分方程及其解	140
4.4 生物群体总数增长的自限模型	143

4.4.1	自限模型	143
4.4.2	自限模型的求解	144
4.4.3	对草履虫实验的应用	146
4.5	一阶线性常系数差分方程的其他应用	147
4.5.1	金融应用	147
4.5.2	环保、犯罪学与考古应用	150
4.5.3	均衡价格模型	155
4.6	二阶线性常系数差分方程	159
4.6.1	兔子数和菲波纳契方程	159
4.6.2	二阶线性常系数差分方程的性质与求解	160
4.7	乘数加速数模型	164
4.7.1	问题的提出	164
4.7.2	模型的建立	165
4.7.3	模型的解及其经济学应用	166
4.7.4	模型的改进	168
4.8	一阶非线性差分方程和差分方程组	169
4.8.1	一阶非线性差分方程模型和迭代法	169
4.8.2	差分方程组	174
第5章 计划与规划		178
5.1	引言	178
5.2	投入产出综合平衡模型	180
5.2.1	概述	180
5.2.2	价值型投入产出模型	182
5.2.3	开放的投入产出模型	185
5.3	网络规划的图模型	188
5.3.1	图与有向图	188
5.3.2	路和树	190

5.3.3 赋权图和图的矩阵表示	191
5.4 统筹方法(网络计划技术)	192
5.4.1 工程网络	192
5.4.2 工程网络图分析	195
5.5 极小生成树和最短路	203
5.5.1 通讯网络规划和最小生成树	203
5.5.2 最短路问题	204
第6章 随机与概率	213
6.1 引言	213
6.1.1 从确定性到随机	213
6.1.2 几个概率问题	214
6.2 随机事件和概率	215
6.2.1 随机事件和概率的统计定义	215
6.2.2 随机事件的关系和运算	216
6.3 古典概型	218
6.3.1 定义	218
6.3.2 排列组合	219
6.3.3 更多实例	224
6.3.4 概率加法定理和乘法定理	225
6.4 应用实例	229
6.4.1 生日问题	229
6.4.2 彩票问题	230
6.4.3 报警器问题	230
6.4.4 敏感问题的调查	233
6.5 几何概型	236
6.6 伯努利概型	238

第 7 章 风险与决策	243
7.1 引言	243
7.1.1 风险、机遇与决策	243
7.1.2 风险决策问题实例	243
7.2 机会树和贝叶斯决策	244
7.2.1 机会树	244
7.2.2 三门问题	247
7.2.3 贝叶斯定理	249
7.2.4 证人证言的可靠性	250
7.2.5 化验问题	252
7.3 随机变量	253
7.3.1 离散型随机变量及其概率分布	254
7.3.2 离散型随机变量的数学期望与方差	256
7.3.3 面试问题和自行车失窃问题	260
7.3.4 连续型随机变量简介	261
7.4 风险决策	264
7.4.1 最大期望收益决策	265
7.4.2 面包进货问题	266
7.4.3 决策树和多阶段决策	268
7.4.4 风险投资问题	269
7.4.5 求职问题	271
第 8 章 竞争与博弈	276
8.1 引言	276
8.1.1 竞争无所不在	276
8.1.2 博弈论问题	277
8.2 二人零和纯策略博弈	282
8.2.1 新几内亚战役最优策略的确定	282

8.2.2 两人零和博弈的数学模型和纯策略博弈的最优解	284
8.2.3 鞍点存在的条件	287
8.3 二人非零和纯策略博弈	288
8.3.1 年度财政预算问题	288
8.3.2 纳什均衡点	290
8.3.3 囚徒的困境	291
8.4 两人零和混合策略博弈	292
8.4.1 没有鞍点的情况	292
8.4.2 混合策略博弈	293
8.4.3 另一种决定最优混合策略博弈的方法	295
*8.4.4 乙有多种策略可供选择的情形——图解法	297
8.5 两人非零和混合策略博弈	302
8.5.1 双方均只有两个策略的情形	302
8.5.2 生物进化竞争	303
第9章 模拟与仿真	307
9.1 引言	307
9.1.1 模拟、实验和仿真	307
9.1.2 随机模拟	308
9.2 三门问题与计算机随机模拟方法	311
9.2.1 三门问题的计算机随机模拟	311
9.2.2 计算机随机模拟的主要方法与步骤	312
9.3 随机数的生成	313
9.3.1 平方取中法	314
9.3.2 线性同余法	314
9.3.3 MATLAB中产生随机数的命令	315
9.4 码头卸货效率分析问题	316
9.4.1 问题的提出	316

9.4.2	主要记号	317
9.4.3	数学模型的建立	317
9.4.4	计算机随机模拟的结果	319
9.4.5	码头管理的改进	320
9.5	报童问题	321
9.5.1	问题的提出	321
9.5.2	用 $[0, 1]$ 中均匀分布随机数产生符合经验分布的 随机数	322
9.5.3	数学模型的建立	322
9.5.4	计算机随机模拟的步骤	323
第10章	模式与分类	325
10.1	引言	325
10.1.1	物以类聚、人以群分	325
10.1.2	模式识别和数学分类	325
10.2	基于距离的分类方法	327
10.2.1	特征和样本间的距离	327
10.2.2	类之间的距离	328
10.2.3	特征数据的标准化	328
10.2.4	层次聚类	329
10.2.5	迭代聚类	332
10.3	基于学习的智能聚类方法	333
10.3.1	智能聚类方法	333
10.3.2	生物神经元和人工神经元	333
10.3.3	用人工神经网络进行分类	334
10.3.4	应用实例: 蠓的分类	336
10.4	模糊分类方法	339
10.4.1	模糊集和模糊判断	339

10.4.2 样本特征的模糊化	341
10.4.3 模糊聚类	342
附录 1 矩阵及其运算	345
附录 2 MATLAB 简介	353
参考文献	389

第 1 章

数学与科技、数学与文化

1.1 数学与科学技术

1.1.1 数学是什么

我们要从数学的视角与思维去观察和思考现实世界和现实生活,自然首先要关心“数学是什么”这个问题.

数学发展的历史十分悠久,内涵十分丰富,而且数学随着人类历史的发展也在不断发展和丰富,因此要对数学给出一个严格的定义是十分困难的.

据考证,数学的希腊文为“μαθηματικά”,是毕达哥拉斯(Pythagoras)所创,其原意为可学到的知识.当时他将数学作为希腊自由民教育(Liberal education)的一个重要的组成部分.数学最早的定义可能是由希腊哲学家亚里士多德(Aristotle)在公元前 4 世纪给出的,他认为:“数学是量的科学.”

到了 17 世纪,笛卡儿(Descartes)对数学的定义有了一些发展,他认为:“凡是以研究顺序(order)和度量(measure)为目的的科学都与数学有关.”

我国长期以来普遍采用来自恩格斯 19 世纪的定义,他认为:“纯数学的对象是现实世界的空间形式与数量关系.”据此,前苏联的科学家们将数学定义为:“数学是研究现实世界的空间形式与数量关系的科学.”

鉴于现代数学的发展更多的是关心自身的完备性,其研究对象并不局限于客观世界的数和形,因此从 20 世纪 80 年代起,一批西方数学