

QQ教辅

QQJIAOFU

根据新课标编写 适合各种版本教材

新课标

点击专项

点击
专项

DIANJIZHUANXIANG

主编：李永哲

高中数学

常用逻辑用语
计数原理

延边大学出版社

点击专项

DIANJIZHUANXIANG

高中数学系列

点击专项① 高中数学立体几何

点击专项② 高中数学三角函数

点击专项③ 高中数学集合与函数

点击专项④ 高中数学统计 概率

点击专项⑤ 高中数学解三角形 数列

点击专项⑥ 高中数学圆锥曲线与方程

点击专项⑦ 高中数学导数及其应用 复数

点击专项⑧ 高中数学不等式 推理与证明

点击专项⑨ 高中数学直线与圆 算法初步

点击专项⑩ 高中数学常用逻辑用语 计数原理

点击专项⑪ 高中数学平面向量 空间向量与立体几何

ISBN 978-7-5634-2827-4

定价：18.00元

ISBN 978-7-5634-2827-4



9 787563 428274 >

QQ教辅

QQJIAOFU

点击专项

根据新课标编写

适合各种版本教材

新课标

点击 专项

DIANJIZHUANXING

本册主编：徐嵘
编委：王雪晶
郑明琴
徐嵘
刘金国
王春花
赵传娟
徐丽媛
周广文
曹艳菊

李业英
刘德广
刘晓菲
李业英
张友
张伟
崔莲花
兰俊义
于黎春

杜雪瑛
高琨
张欣
杜雪瑛
王春花
杨秀杰

高中数学

常用逻辑用语 计数原理

延边大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

点击专项·高中数学·常用逻辑用语、计数原理/李永哲主编.
—延吉:延边大学出版社,2009.8
ISBN 978-7-5634-2827-4

I. 点… II. 李… III. 数学课—高中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 130279 号

点击专项·高中数学·常用逻辑用语、计数原理

主编:李永哲

责任编辑:秀 豪

出版发行:延边大学出版社

社址:吉林省延吉市公园路 977 号 邮编:133002

网址:<http://www.ydcbs.com>

E-mail: ydcbs@ydcbs.com

电话:0433-2732435 传真:0433-2732434

发行部电话:0433-2133001 传真:0433-2733266

印刷:大厂回族自治县兴源印刷厂

开本:880×1230 1/32

印张:11.25 字数:243 千字

印数:1—12000

版次:2010 年 3 月第 1 版

印次:2010 年 3 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5634-2827-4

定价:18.00 元



前言 Foreword

在数学这门学科中,知识的各个部分是有关联的,但各知识都有自己的特点。因此,在学习过程中,数学各专题知识独特的规律就需要学生们细心把握。

正因为如此,我们聘请多年在一线教学工作岗位的特高级教师,根据教育部颁布的新课标和新大纲的要求,编写了本书《点击专项——高中数学 常用逻辑用语、计数原理》,目的是让学生们在学习本数学专题时对这部分知识内容有深刻的理解和掌握。

为使广大读者更方便地使用本书,本书按从易到难的梯度编写,这样,对本专题知识没有吃透的学生就可以迅速掌握本专题的知识;中等水平的学生在精读本书提高篇后会使自己更上一层楼;优秀的学生可以通过拓展篇的训练使自己处在更高的水平。

本书精选的大量不同难度的习题能让不同层次的学生有的放矢,并体验到学习的乐趣。

本书由如下版块构成:

知识归纳

本版块将常用逻辑用语、计数原理的知识和规律进行总结和归纳,将其主要规律呈示出来,使学生们在学习中能最短的时间内掌握本章节的内容。

典型例题及训练题

本版块分为例题和训练题两部分。基础篇较简单,学生通过基础篇的训练能尽快地掌握本章节的基本内容,对基本内容和概念加深理解并熟练掌握。





提高篇具有相当的难度。学生通过提高篇的训练,不仅能更熟练地掌握本章节的基本内容,而且能对与本章节相关联的内容有一定的理解和掌握。

拓展篇难度很大,但这些题都是在本章节的基础知识之上进行变型和延伸的,因此,这些题是本章节内容的总结与拓展。学生通过拓展篇的训练,能够对本章节的内容有个明晰的认识。

参考答案

全书给出了标准答案,有一定难度的题还给出了解题思路 and 具体步骤。

充分阅读本书,通过这种阶梯式的训练,任何学生都能迅速有效地掌握本章节的内容,从而达到点击专项的目的。



目 录

Contents

第一章 常用逻辑用语(选修2-1)	1
1.1 命题及其关系	2
参考答案	24
1.2 充分条件与必要条件	27
参考答案	61
1.3 简单的逻辑联结词	66
参考答案	93
1.4 全称量词与存在量词	97
参考答案	116
1.5 反证法	121
参考答案	126
本章专题一	128
参考答案	133
本章专题二	138
参考答案	142
第二章 计数原理(选修2-1)	151
2.1 分类加法计数原理与分步乘法计数原理	151
参考答案	180
2.2 排列与组合	185
2.2.1 排 列	185
参考答案	214
2.2.2 组 合	219
参考答案	246
2.3 排列组合综合应用题	251
参考答案	276

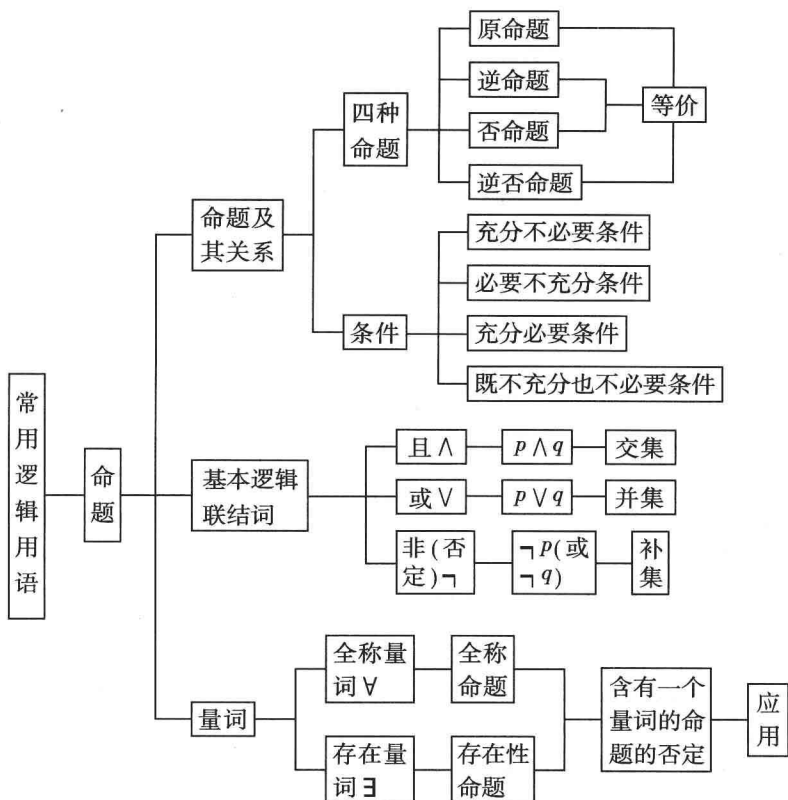


2.4 二项式定理.....	282
参考答案	309
本章专题一	315
2007 ~ 2008 全国高考试题专练(一)	315
参考答案	317
2007 ~ 2008 高考试题专练(二)	319
参考答案	321
本章专题二	324
本章专题三	342



第一章 常用逻辑用语

本章教学目标及要求



1. 理解四种命题的概念,掌握四种命题形式的表示;理解四种命题的关系,并能利用这个关系判断命题的真假;理解四种命题之间的相互联系,能由原命题写出其他三种形式;理解一个命题的真假与其他三个命题真假间的关系. 通过对四种命题之间关系的学习,培养逻辑推理能力. 通过对四种命题的存在性和相对性的认识,进行辩证唯物主义观点教育.





2. 正确理解充分条件、必要条件和充要条件的概念,通过正确判断是充分条件、必要条件还是充要条件,培养学生的逻辑思维能力及归纳总结能力,通过充要条件的学习,培养学生等价转化的思想.

3. 通过教学实例,理解逻辑联结词“或”“且”“非”的含义,了解含有“或”“且”“非”复合命题的概念及其构成形式,能用逻辑联结词和简单命题构成不同形式的复合命题,能识别复合命题中所用的逻辑联结词及其联结的简单命题,会用真值表判断相应的复合命题的真假,通过逻辑联结词的学习,培养观察、推理、归纳的思维能力.

4. 通过生活和数学中的丰富实例,理解全称量词与存在量词的意义,能正确地对待含有一个量词的命题进行否定.

5. 通过本章的学习,体会逻辑用语在表述和论证中的作用,逐步形成自觉利用逻辑知识对一些知识以及一些命题之间的逻辑关系进行分析和推理的意识,使我们对问题的表述更准确、贴切,增强学习数学、运用数学的信心和能力.

1.1 命题及其关系

一、知识归纳

1. 命题

一般地,我们把用语言、符号或式子表达的,可以判断真假的陈述句叫做命题.把其中判断为真的语句叫做真命题,判断为假的语句叫做假命题.

判断一个语句是不是命题,关键看两点:第一是“陈述句”,第二是“可以判断真假”.这两个条件缺一不可.疑问句、祈使句、感叹句均不是命题.

与命题相关的概念是开语句,例如: $x > 1$, $x - 5 = 3$, $(x + y)(x - y) > 0$. 这些式子中含有变量 x 或 y ,在没有给定这些变量的值之前,是无法确定语句真假的,这种含有变量的语句叫做开语句.

2. 命题的结构

在数学中,具有“若 p 则 q ”这种形式的命题是常见的.我们把这种形式的命题中的 p 叫做命题的条件, q 叫做命题的结论.“若 p 则 q ”这种形式的命题也可写成“如果 p ,那么 q ”,“只要 p ,就有 q ”等形式.

数学中有一些命题虽然表面上不是“若 p 则 q ”的形式,但是把它的表述作适当改变,也可以写成“若 p 则 q ”的形式.

若将含有大前提的命题改写为“若 p 则 q ”的形式时,大前提不变,仍作为大前提,不能写在条件 p 中.例如,在“在 $\triangle ABC$ 中,若 $\angle A > \angle B$,则 $BC > AC$ ”.

3. 命题的四种形式

一般地,用 p 和 q 分别表示原命题的条件和结论,用 $\neg p$ 和 $\neg q$ 分别表示 p 和 q 的否定,于是四种命题的形式就是:



原命题:若 p 则 q ;逆命题:若 q 则 p ;否命题:若 $\neg p$ 则 $\neg q$;逆否命题:若 $\neg q$ 则 $\neg p$.
关于逆命题、否命题与逆否命题,也可以表述如下:

- ①交换原命题的条件和结论,所得的命题是逆命题;
- ②同时否定原命题的条件和结论,所得的命题是否命题;
- ③交换原命题的条件和结论,并且同时否定,所得的命题是逆否命题.

4. 四种命题之间的关系

互逆命题、互否命题与互为逆否命题之间的关系是相互的,若把其中一个指定为原命题,则另一个命题就称为原命题的逆命题、否命题与逆否命题,互为逆否命题的命题是等价的.

四种命题之间的相互关系,如图 1.1-1 所示.

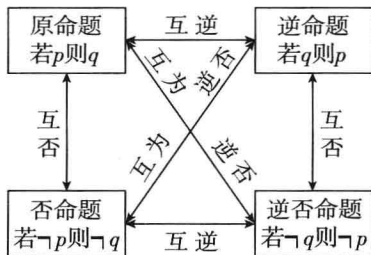


图 1.1-1

由上图示可知,四种命题之间共有 $C_4^2 = 6$ 组关系,只有两组是互为逆否关系,即“原命题与逆否命题,逆命题与否命题”两组都是等价关系,它们的真假性相同.

原命题 $\Leftrightarrow$ 逆否命题 逆命题 $\Leftrightarrow$ 否命题

其余四组各自之间的真假性没有关系.

综上所述四条可知,在同一个命题的四种命题中,真命题的个数要么是 0 个,要么是 2 个,要么是 4 个.

5. 互为逆否命题的等价性的集合解释

互为逆否的两个命题的等价性可以从集合的角度给出恰当的解释,设 $A = \{x | x \in p\}$, $B = \{x | x \in q\}$, 其中 p, q 是集合 A, B 的特征性质,若 $A \subseteq B$, 则意味着对于元素 x , 具有性质 p 必具有性质 q , 所以可认为 $A \subseteq B$ 与 $p \Rightarrow q$ 等同, 具有同真同假性. 由 Venn 图易发现有下面结论: $A \subseteq B$ 与 $(\complement B) \subseteq (\complement A)$ 等价, 如图 1.1-2, 也就说明“ $p \Rightarrow q$ ”与“ $\neg q \Rightarrow \neg p$ ”是等价的.

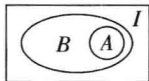


图 1.1-2

6. 如何判断命题的真假

一个命题要么是真的,要么是假的,但不能既真又假,也不能模棱两可无法判断其真假. 当一个命题改写成“若 p 则 q ”的形式之后,判断这种命题的真假的办法:

①若由“ p ”经过逻辑推理得出“ q ”,则可确定“若 p 则 q ”是真;确定“若 p 则 q ”为假,则只需举一个反例说明.



②从集合的观点看,我们建立集合 A 、 B 与命题中的 p 、 q 之间的一种特殊联系:设集合 $A = \{x | p(x) \text{ 成立} \}$, $B = \{x | q(x) \text{ 成立} \}$. 就是说, A 是全体能使条件 p 成立的对象 x 所构成的集合, B 是全体能使条件 q 成立的对象 x 所构成的集合,此时,命题“若 p 则 q ”为真(意思就是“使 p 成立的对象也使 q 成立”),当且仅当 $A \subseteq B$ 时满足.

此外,还可根据命题的四种形式之间的真假关系进行转换性判断,如果判断一个命题的原命题不易时,可以转换成它的等价命题(逆否命题)再进行判断.一般地,四种命题的真假性,有且仅有下面四种情况:

原命题	逆命题	否命题	逆否命题
真	真	真	真
真	假	假	真
假	真	真	假
假	假	假	假

由于逆命题与否命题也是互为逆否命题,因此这四种命题的真假性之间的关系如下:

- (1) 两个命题互为逆否命题,它们有相同的真假性;
- (2) 两个命题互为逆命题或互否命题,它们的真假性没有关系.

由于原命题和它的逆否命题有相同的真假性,即互为逆否命题具有等价性,所以我们在直接证明某一命题为真命题有困难时,可以通过证明它的逆否命题为真命题,来间接地证明原命题为真命题.这种证法叫做逆否证法.

二、典型例题及训练题

(一) 基础篇

典例分析

题型一:命题的概念

例1 判断下列语句是否是命题,若是,判断其真假,并说明理由.

- (1) 矩形难道不是平行四边形吗?
- (2) 垂直于同一条直线的两条直线必平行吗?
- (3) 一个正整数不是合数就是质数.
- (4) 大角所对的边大于小角所对的边.
- (5) $x+y$ 是有理数,则 x 、 y 也都是有理数.
- (6) 求证: $x \in \mathbf{R}$, 方程 $x^2 + x + 1 = 0$ 无实根.



分析:根据命题的定义进行判断.

解:(1)通过反问句,对矩形是平行四边形作出判断,是真命题.

(2)疑问句,没有对垂直于同一条直线的两条直线平行作出判断,不是命题.

(3)是假命题,正整数1不是合数也不是质数.

(4)是假命题,必须在同一个三角形或全等三角形中.

(5)是假命题,如 $x = \sqrt{2}, y = -\sqrt{2}$.

(6)祈使句,不是命题.

点评

判断一个语句是不是命题,关键在于能否判断其真假,一般地,陈述句“ π 是无理数”,反问句“难道两条对角线互相平分的四边形不是平行四边形吗?”都叫命题,而祈使句“求证 $\sqrt{3}$ 是无理数”,疑问句“ π 是无理数吗?”,感叹句“向抗洪的英雄致敬!”就不是命题.

例2 下列语句不是命题的有 ()

① $x^2 - 3 = 0$ ②与一条直线相交的两直线平行吗 ③ $3 + 1 = 5$ ④ $5x - 3 > 6$

A. ①③④

B. ①②③

C. ①②④

D. ②③④

分析:根据命题的定义解答本题. 其中①④在不给定变量值之前,无法判定真假;

②是问句,不涉及真假.

答案:C

点评

可以判断真假的语句(包括式子)叫做命题.

题型二:判断命题的真假

例3 给定下列命题:

①“若 $k > 0$,则方程 $x^2 + 2x - k = 0$ ”有实数根;②若 $a > b$,则 $a + c > b + c$;③对角线相等的四边形是矩形;④若 $xy = 0$,则 x, y 中至少有一个为0.

其中真命题的序号是_____.

分析:①中 $\Delta = 4 - 4(-k) = 4 + 4k > 0$,故为真命题;②显然为真命题;③如等腰梯形对角线相等,不是矩形;④为真命题.

答案:①②④

例4 在下列6个命题中,真命题和假命题的个数分别为 ()

(1)若直线 $a \parallel b$,则直线 a 和直线 b 无公共点;

(2) $2 + 4 = 8$;

(3)垂直于同一条直线的两条直线平行;



- (4) 若 $x^2 = 1$, 则 $x = 1$;
 (5) 两个全等的三角形面积相等;
 (6) 3 能被 2 整除.

A. 1, 5 B. 2, 4 C. 3, 3 D. 4, 2

分析: 要注意(3)没有“在同一平面内”的条件, 是假命题, 只有(1)、(5)是真命题.

答案: B

例 5 给出以下四个命题:

① 如果一条直线和一个平面平行, 经过这条直线的平面和这个平面相交, 那么这条直线和交线平行;

② 如果一条直线和一个平面内的两条相交直线都垂直, 那么这条直线垂直于这个平面;

③ 如果两条直线都平行于一个平面, 那么这两条直线互相平行;

④ 如果一个平面经过另一个平面的一条垂线, 那么这两个平面互相垂直.

其中真命题的个数是

()

A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

分析: 命题①是直线与平面平行的性质定理; 命题②为线面垂直的判定定理; 命题③中两直线可平行、异面或相交; 命题④为面面垂直的判定定理.

答案: B

题型三: 命题的结构“若 p 则 q ”

例 6 指出下列命题的条件 p 和结论 q :

(1) 若整数 a 能被 2 整除, 则 a 是偶数. 条件 p 为 _____; 结论 q 为 _____.

(2) 若四边形是菱形, 则它的对角线互相垂直且平分. 条件 p 为 _____; 结论 q 为 _____.

解: (1) 条件 p 为整数 a 能被 2 整除; 结论 q 为 a 是偶数.

(2) 条件 p 为四边形是菱形; 结论 q 为它的对角线互相垂直且平分.

点评

要学会区分条件 p 和结论 q , 数学中有一些命题虽然表面上不是“若 p 则 q ”的形式, 例如“垂直于同一条直线的两个平面平行”, 但是把它的形式作适当改变, 就可以写成“若 p 则 q ”的形式: “若两个平面垂直于同一条直线, 则这两个平面平行.” 这样, 它的条件和结论就很清楚了.



例7 下列哪些命题具有“若 p 则 q ”的形式?

- (1) $\sqrt{2}$ 是无理数;
- (2) 凡直角皆相等;
- (3) 末位数字是0的多位数是5的倍数;
- (4) 有三边对应相等的两个三角形全等.

解:在上述命题中,(2)可以写成“若两个角都是直角,则这两个角相等”;(3)可以写成“若一个多位数的末位数字是0,则这个多位数是5的倍数”;(4)可以写成“若两个三角形的三边对应相等,则这两个三角形全等”,因此它们都具有“若 p 则 q ”的形式.而(1)则不具有“若 p 则 q ”的形式.

点评

有人把“ $\sqrt{2}$ 是无理数”写成“若一个数是 $\sqrt{2}$,则这个数为无理数”,然后认为它具有“若 p 则 q ”的形式,这是没有道理的.首先,“ $\sqrt{2}$ 是无理数”是一个简单命题,简单命题反映的是某概念是否具有某性质或某些概念之间是否具有某关系,它的变项是概念.“若 p 则 q ”是一种复合命题,它所反映的则是事物之间的某种条件联系,即某一事物的发生与存在,是否会促使另一事物的发生与存在,它的变项是命题.它们的逻辑结构是不相同的.其次,把一个简单命题理解成“若 p 则 q ”的形式,这也不符合人们的思维习惯.例如把“鲁迅是文学家”理解成“如果一个人是鲁迅,那么这个人是文学家”,或者理解成“如果鲁迅是一个人,那么鲁迅是文学家”,这不仅可笑,而且没有必要.

例8 把下列命题改写成“若 p 则 q ”的形式,并判断命题的真假.

- (1) $ac > bc \Rightarrow a > b$;
- (2) 已知 x, y 为正整数,当 $y = x + 1$ 时, $y = 3, x = 2$;
- (3) 当 $m > \frac{1}{4}$ 时, $mx^2 - x + 1 = 0$ 无实根;
- (4) 当 $abc = 0$ 时, $a = 0$ 或 $b = 0$ 或 $c = 0$;
- (5) 当 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 时, $x = 3$ 或 $x = -1$.

分析:找准命题的条件和结论,是解这类题目的关键.

- 解:**(1)若 $ac > bc$,则 $a > b$. 假命题.
 (2)已知 x, y 为正整数,若 $y = x + 1$,则 $y = 3$ 且 $x = 2$. 假命题.
 (3)若 $m > \frac{1}{4}$,则 $mx^2 - x + 1 = 0$ 无实根. 真命题.
 (4)若 $abc = 0$,则 $a = 0$ 或 $b = 0$ 或 $c = 0$. 真命题.
 (5)若 $x^2 - 2x - 3 = 0$,则 $x = 3$ 或 $x = -1$. 真命题.



点评

改写时,一定要注意找出命题的条件和结论,同时要注意所叙述的条件和结论的完整性.

在(2)中,“已知 x, y 为正整数”是大前提,不能把它写在条件中,应当写在前面,仍然作为命题的大前提.

题型四:四种命题的形式及关系

例 9 写出下列命题的逆命题、否命题、逆否命题,并判断这些命题的真假:

①实数的平方为正实数;②若 $a > b$, 则 $b < a$.

分析:找出命题的条件和结论,利用定义写出其他三个命题.

解:①原命题:若一个数是实数,则它的平方是一个正实数. 为假,因为 0 的平方就不是正实数.

逆命题:若一个数的平方是正实数,则这个数是实数. 为真.

否命题:若一个数不是实数,则它的平方也不是一个正实数. 为真.

逆否命题:若一个数的平方不是正实数,则它不是实数. 为假.

②原命题:若 $a > b$, 则 $b < a$. 为真.

逆命题:若 $b < a$, 则 $a > b$. 为真.

否命题:若 $a \leq b$, 则 $b \geq a$. 为真.

逆否命题:若 $b \geq a$, 则 $a \leq b$. 为真.

点评

四种命题的概念与表示形式,如果原命题为:若 p , 则 q , 则它的

逆命题为:若 q , 则 p , 即交换原命题的条件和结论即得其逆命题.

否命题为:若非 p , 则非 q , 即同时否定原命题的条件和结论,即得其否命题.

逆否命题为:若非 q , 则非 p , 即交换原命题的条件和结论,并且同时否定,则得其逆否命题.

例 10 在空间中

①若四点不共面,则这四点中任何三点都不共线;

②若两条直线没有公共点,则这两条直线是异面直线.

以上两个命题中,逆命题为真命题的是_____.

分析:写出两个逆命题,再判断真假.

解:①中的逆命题是:若四点中任何三点都不共线,则这四点不共面.

我们用正方体 AC_1 作模型来观察:上底面 $A_1B_1C_1D_1$ 中任何三点都不共线,但 $A_1B_1C_1D_1$ 四点共面,所以①中逆命题不是真命题.



②中的逆命题是:若两条直线是异面直线,则两条直线没有公共点.

由异面直线的定义可知,成异面直线的两条直线不会有公共点,所以②中逆命题是真命题.

点评

本题考查点共线、点共面和异面直线的基本知识,考查命题的有关概念.一般地,写出一个命题的逆命题、否命题及逆否命题的关键是分清原命题的条件和结论,然后按定义来写;在判断原命题及其逆命题、否命题以及逆否命题的真假时,要借助原命题与其逆否命题同真或同假,逆命题与否命题同真或同假.

例 11 若命题 p 的逆命题是 q , 命题 p 的否命题是 r , 则命题 q 是命题 r 的

()

A. 逆命题

B. 否命题

C. 逆否命题

D. 本身

分析: 命题 p 为“若 m , 则 n ”, 命题 q 为“若 n , 则 m ”, 命题 r 为“若非 m , 则非 n ”, 则命题 q 是命题 r 的逆否命题.

答案: C

点评

在涉及四种命题之间的关系时, 可以把原命题用“若 p 则 q ”的形式表示出来, 再写出其余命题即可.

基础训练

1. 判断下列语句是否是命题, 请说明理由.

(1) 陆地面积比海洋面积小;

(2) $x^2 + 1 > 2x$;

(3) 我们的祖国像花园;

(4) 对边平行且相等的四边形是平行四边形;

(5) 两奇数之和为偶数.

2. 下列语句中是命题的题号为

()

(1) 空集是任何集合的子集;

(2) 若整数 a 是素数, 则 a 是奇数;

(3) 指数函数是增函数吗?

(4) 若平面上两条直线不相交, 则它们平行;

(5) $\sqrt{(-2)^2} = -2$;

(6) $x > 15$.

A. (1)(2)(6)

B. (1)(2)(4)

C. (1)(4)(5)

D. (1)(2)(4)(5)