

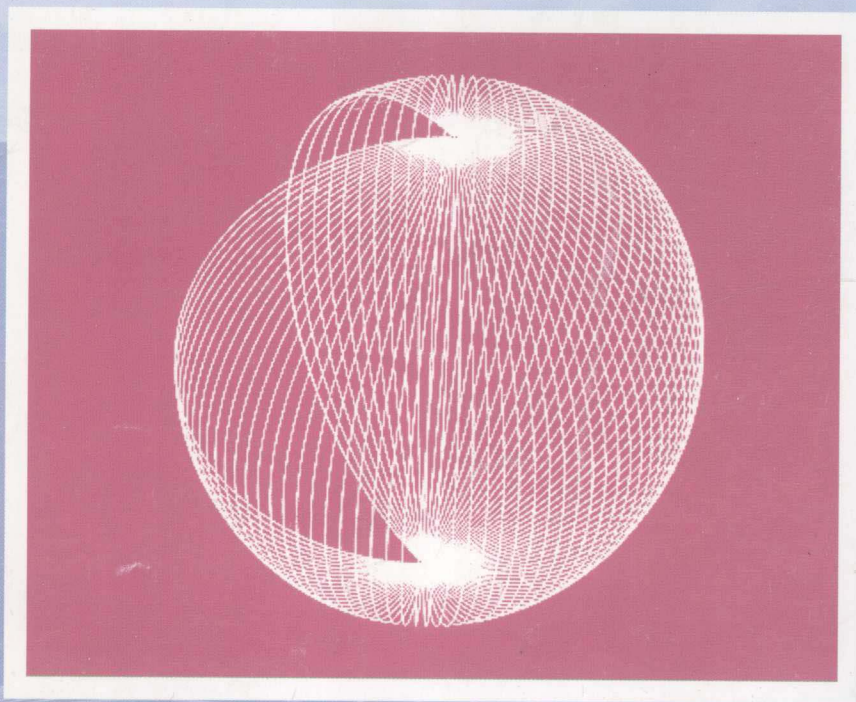
经全国中小学教材审定委员会 2004 年初审通过

Mathematics

普通高中课程标准实验教科书（必修）

数学

第三册



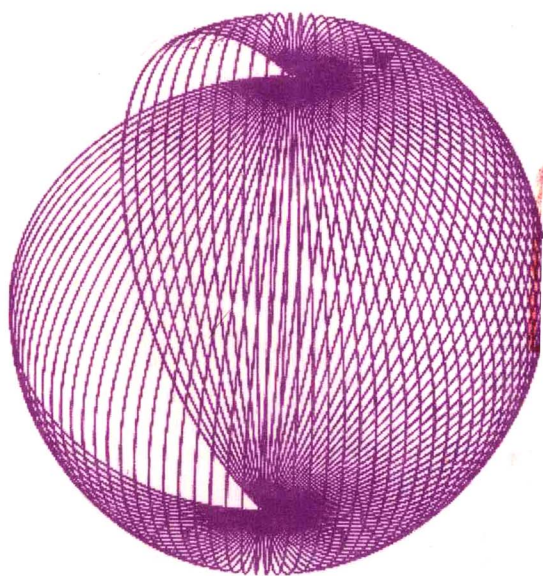
湖南教育出版社

Mathematics

普通高中课程标准实验教科书（必修）

数学

第三册



湖南教育出版社

普通高中课程标准实验教科书(必修)

数 学

第三册

责任编辑:孟实华 甘 哲 邹伟华

美术编辑:肖 毅

技术插图:徐 航

湖南教育出版社出版发行(长沙市韶山路643号)

网 址: <http://www.hneph.com>

电子邮箱: postmaster@hneph.com

湖南省新华书店经销

湖南新华印刷集团有限责任公司(邵阳)印刷

890×1240 16开 印张:9

2004年6月第1版 2004年6月第1次印刷

ISBN7-5355-4200-X/G·4195

定 价:10.45元

本书若有印刷、装订错误,可向承印厂调换

主 编 张景中 陈民众

执行主编 李尚志

本册主编 李尚志

编 委 郑志明 查建国 冯大学
罗培基 贺仁亮 孟实华

在几何的广阔天地中翱翔

数学的主要任务是研究现实世界的数量关系和空间形式。

研究数量关系是算术和代数的主要任务，而研究空间形式则由几何承担。

在历史上，数学科学首先是作为几何学出现的。这也难怪，人们放眼看去，四面八方，天高地广，都是千姿百态、形状各异的物体，其中自然就蕴藏着各种几何图形的概念和相互关系，吸引人们去探究其中的奥秘。最古老的几何是从土地的测量、房屋的建筑开始的，与人们的生存和生活密切相关。几何从诞生的那天起，就是生动的，形象的，实用的。而当人们探索它的奥秘时，又发现它的内在联系是深刻的，引人入胜，魅力无穷。

同学们在初中数学中已经学习了平面几何的一些初步知识。然而，我们不是生活在平面里而是生活在空间中。鹰击长空，鱼翔浅底，非平面所能容纳。我们居住的房屋，使用的桌椅板凳，也不能压扁在一个平面内。平面图形只是作为空间图形的表面或截面而存在的，它们固然是我们研究几何的入门和基础，但我们终究还是需要突破平面的范围，研究空间的各种几何体，研究它们的形状和大小，研究它们各组成部分之间的位置关系，等等。而这些就是立体几何的基本内容。本册书将带领你进入立体几何的大门，在立

体几何的广阔天地中作一些初步的浏览和探索。

怎样探索？既然是几何，既然是研究图形，就需要睁开眼睛自己观察，获取大量的素材。但这还不够，既然是科学，就不能只停留在所观察到的现象，还要开动脑筋，充分发挥想象力，将观察到的事物向宏观和微观扩展；充分发挥抽象思维能力，透过表面现象发现其中蕴藏的规律。还需要自己动手，包括借助于计算机等现代化技术手段，通过计算和实验将大脑所想到的事情完成，将大脑所猜测的事情加以验证。

当然，你会发现，以前学过的平面几何知识对于立体几何仍是非常重要的和有用的，大量的立体几何问题可以适当转化为平面几何的问题来加以解决。

数学的两大任务——研究数量关系和空间形式，分别由代数和几何来承担。但是，这两大任务不是截然分开，而是密切相关的。不但图形的大小需要用数来计算，长度、面积和体积需要用数来计算，而且图形的形状也可以用数来描述，用代数计算的方法来研究。因此，代数和几何是密切相关的，几何问题也可以用代数方法来解决。你在初中学习平面几何时主要是通过观察和推理研究图形的性质，而在本书中学到的解析几何则是用代数方法研究几何图形的性质。它的基本思想方法，就是将几何问题化为代数问题，用坐标描述点，用方程描述曲线、曲面等几何图形，将图形的有关性质转化为数与方程，通过代数计算和变形的方法来解决。当然，本册教材只能让你对解析几何的知识有一些初步的了解，用解析几何的方法对直线、圆等基本的平面几何图形作一些讨论。

本书对立体几何和解析几何的介绍都是初步的，你在高中阶段的选修课程中还可以学习到更多的几何知识，比如：研究更多的几何图形（如圆锥曲线，球面上的图形），掌握更多的方法（如用向量处理立体几何，用推理的方法研究更多的几何问题），等等。当然，学习和研究是无止境的。对于几何学来说，整个高中阶段所提供的也还只能算是初步的知识，更多更深入的知识还有待于大学阶段的学习或自己去研究和发明创造。

几何的天地宽广无际，等着你去自由翱翔。

你准备好了吗？

作 者

2004 年 5 月

第6章 立体几何初步

6.1 空间的几何体 / 2

6.1.1 几类简单的几何体 / 3

习题 6.1 / 10

6.1.2 在平面上画立体图形 / 11

习题 6.2 / 16

实习作业 画建筑物的视图与直观图 / 17

6.1.3 面积和体积公式 / 18

习题 6.3 / 26

6.2 空间的直线与平面 / 27

6.2.1 点、线、面的位置关系 / 28

习题 6.4 / 36

6.2.2 平行关系 / 37

习题 6.5 / 44

6.2.3 垂直关系 / 45

数学实验 直线和平面的垂直关系 / 49

习题 6.6 / 53

数学建模 半平面绕轴的转动 / 54

数学实验 正四棱锥的截面 / 56

小结与复习 / 58

复习题六 / 63

第7章 解析几何初步

数学实验 凹面镜的反射 / 66

7.1 点的坐标 / 69

习题 7.1 / 74

7.2 直线的方程 / 74

7.2.1 直线的一般方程 / 74

习题 7.2 / 81

7.2.2 两条直线的位置关系 / 81

习题 7.3 / 84

7.2.3 点到直线的距离 / 85

习题 7.4 / 90

数学建模 道路的坡度与运动的速度 / 92

7.2.4 直线的斜率 / 94

习题 7.5 / 99

7.3 圆与方程 / 100

7.3.1 圆的标准方程 / 100

7.3.2 圆的一般方程 / 102

7.3.3 直线与圆、圆与圆的位置关系 / 105

习题 7.6 / 110

7.4 几何问题的代数解法 / 112

习题 7.7 / 114

7.5 空间直角坐标系 / 115

习题 7.8 / 120

小结与复习 / 121

复习题七 / 126

数学文化 笛卡儿之梦 / 129

[多知道一点] 平行六面体 / 5 正等测画法 / 14

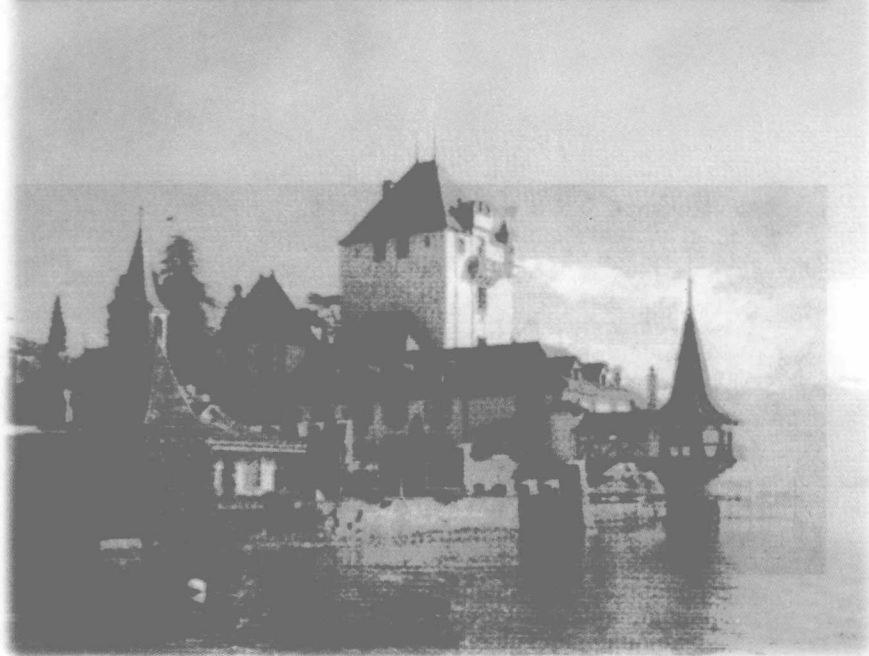
行列式的记号 / 89

附录 数学词汇中英文对照表 / 132

第 6 章

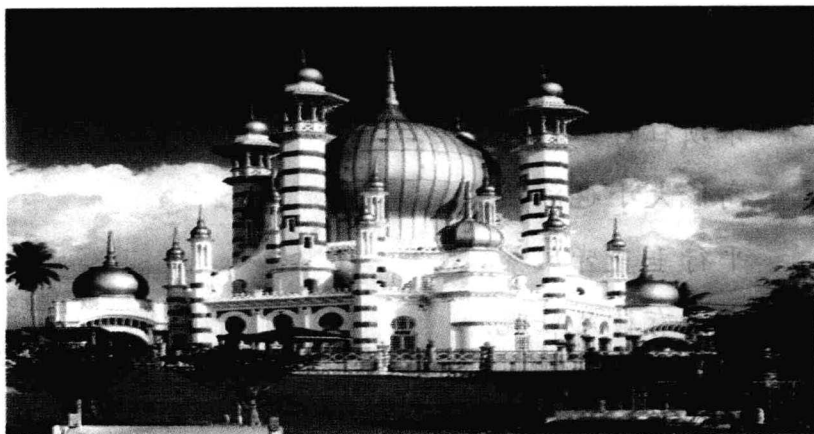
立体几何初步

锥顶柱身立海天，
高低大小也浑然。
平行垂直皆风景，
有角有棱足壮观。



本章将学习立体几何的一些初步而又基本的知识，包括观察一些常见的空间几何体，认识一些空间几何体的结构特征，结合这些常见的几何体来研究空间的点、线、面的一些基本关系，从而培养和发展空间想象能力，及运用图形语言进行交流的能力。

6.1 空间的几何体



现实生活中我们无处不与各种各样形状的物体打交道，图中的建筑物所体现的就是各种不同形状的几何体，你能说出它们的名称吗？它们有哪些性质是我们将要讨论的？

6.1.1 几类简单的几何体

在小学和初中数学中，我们已经认识过一些简单的几何体，你见过图 6-1 中的几何体吗？知道它们的名称吗？在前面照片上的建筑中，你能找出哪些部分类似于这些几何体？

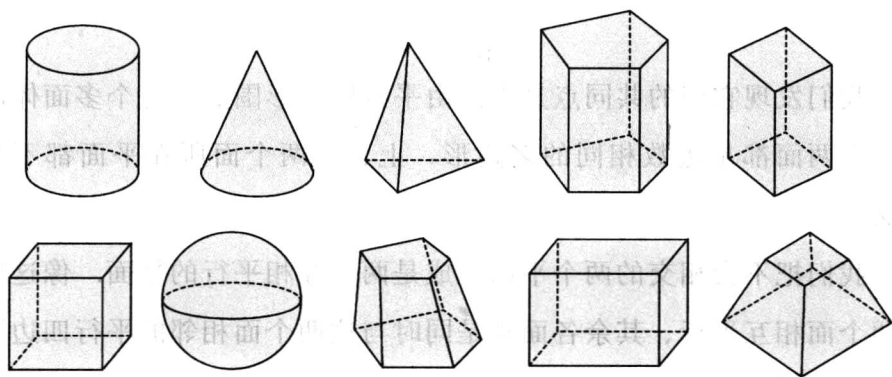


图 6-1

观察与思考

仔细观察以上的几何体以及生活中类似的几何体，想一想它们各有什么特点？哪些几何体有共同点，可以归为一类？

观察发现，其中有些几何体是由平面多边形围成的。由多边形围成的几何体称为多面体 (polyhedron)，这些多边形称为多面体的面 (face)。其中每个多边形的边，也就是两个相邻的面的公共边，称为多面体的棱 (edge)。每个多边形的顶点，也就是每条棱的端点，称为多面体的顶点 (vertex)。

进一步观察和思考：这些多面体各有什么特点？它们分别由什么样的多边形围成？各个面之间的位置关系有什么特点？各条棱呢？根据这些多面体的不同点和共同点能否再进一步分类？

观察以下的多面体.

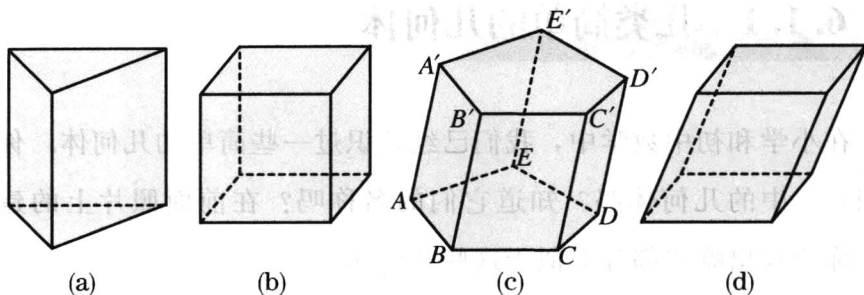


图 6-2

我们发现它们的共同点是周围由平行四边形围成, 每个多面体的上、下两面都是边数相同的多边形, 上、下两个面所在平面都不会相交.

我们把不会相交的两个平面说成是两个互相平行的平面. 像这样有两个面相互平行、其余各面都是同时与这两个面相邻的平行四边形的多面体叫作棱柱 (prism).

两个互相平行的面叫作棱柱的底面 (base face), 其余各面 (都是平行四边形) 叫作棱柱的侧面 (side face). 相邻两个侧面的公共边叫作棱柱的侧棱 (lateral edge). 所有的侧棱互相平行.

既不在同一底面上也不在同一个侧面上的两个顶点的连线叫作棱柱的对角线.

侧面平行四边形都是矩形的棱柱称为直棱柱 (right prism).

如图 6-2(c) 中的棱柱, 多边形 $ABCDE$ 和 $A'B'C'D'E'$ 是两个底面, 平行四边形 $ABB'A'$, $BCC'B'$, $\dots$ 是侧面, AA' , BB' , $\dots$ 是侧棱.

棱柱可以用它的两个底面各顶点的字母来表示, 如图 6-2 (c) 中的棱柱记作棱柱 $ABCDE - A'B'C'D'E'$. 棱柱也可以用它的某一条对角线的两个端点的字母来表示, 如图 6-2 (c) 中的棱柱也可记作棱柱 AC' 或棱柱 BD' 等.

棱柱的底面可能是三角形、四边形、五边形等, 这样的棱柱分别称为三棱柱、四棱柱、五棱柱等.

如果棱柱的底面和侧面都是矩形, 这样的棱柱就是长方体 (cuboid), 而所有棱长都相等的长方体就是正方体 (cube).

关于平面的平行,
在 6.2 中我们将详细
讨论.

多 知 道 一 点

平行六面体

如果棱柱的底面也是平行四边形，则这个棱柱由六个平行四边形围成，其中任何两个不相邻的平行四边形都相互平行且全等，可以看作棱柱的两个底面。这样的几何体称为平行六面体 (parallelepiped) (如图 6-3)。

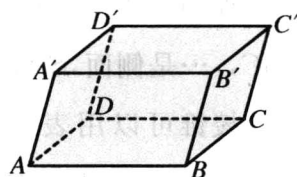


图 6-3

长方体和正方体是平行六面体的特殊情形。

想象与思考

想象一个多边形 $A'B'C'D'E'$ 水平地悬浮在水平的桌面上方，太阳光(平行光线)从上方照射到这个多边形上，在桌面上投下一个影子 $ABCDE$ ，则 $ABCDE$ 是与 $A'B'C'D'E'$ 平行且全等的多边形，在这两个多边形之间的阴影部分组成的几何体就是棱柱 $A'B'C'D'E'-ABCDE$ ，其中经过 $A'B'C'D'E'$ 的每个顶点的光线就是这个棱柱的各条侧棱。

观察下面的几何体 (如图 6-4)：

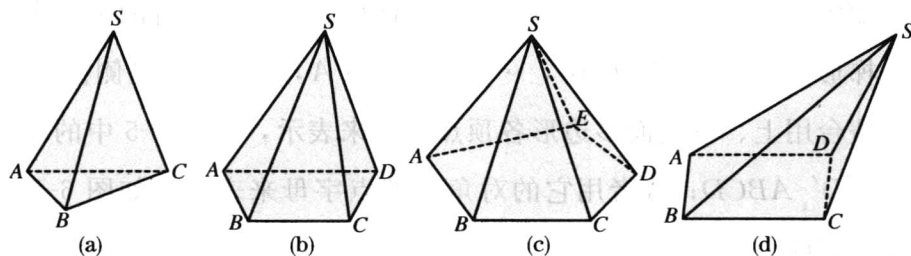


图 6-4

它们的共同点是有一个面是多边形，其余各面都是有一个公共顶点的三角形，像这样的多面体叫作棱锥 (pyramid).

有公共顶点的三角形面叫作棱锥的侧面，剩下这个多边形面叫作棱锥的底面. 各个侧面的公共点称为棱锥的顶点.

相邻两个侧面的公共边叫作棱锥的侧棱. 所有的侧棱相交于棱锥的顶点.

如图 6-4 (c) 中的棱锥，多边形 $ABCDE$ 是底面，三角形 SAB , SBC , $\dots$ 是侧面, $SA, SB, \dots$ 是侧棱, S 是顶点.

棱锥可以用表示它的顶点和底面各顶点的字母来表示，如图 6-4 (c) 中的棱锥记作棱锥 $S-ABCDE$ ，也可用顶点和底面一条对角线端点的字母来表示棱锥，如棱锥 $S-AC$.

棱锥的底面可能是三角形、四边形、五边形等，这样的棱锥分别称为三棱锥、四棱锥、五棱锥等.

过棱锥侧棱上一点，用一个平面去截棱锥，当截面与底面平行时，截面与底面之间的几何体有什么特点？如图 6-5 中，我们很容易发现，截面与底面是同样边数的多边形，侧面都是梯形. 这就是棱台.

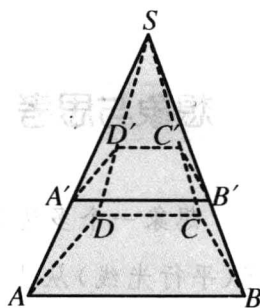


图 6-5

过棱锥的任一侧棱上不与侧棱端点重合的一点，作一个平行于底面的平面去截棱锥，截面和原棱锥底面之间的部分叫作棱台 (prismoid). 截面和原棱锥底面分别叫作棱台的上底面和下底面，其余各面叫作棱台的侧面. 棱台的侧面都是梯形. 相邻侧面的公共边叫作棱台的侧棱. 既不在同一底面上也不在同一个侧面上的两个顶点的连线叫作棱台的对角线.

如图 6-5 中，多边形 $A'B'C'D'$ 和 $ABCD$ 分别是棱台的上、下底面，梯形 $ABB'A'$, $BCC'B'$, $\dots$ 是侧面， $A'A$, $B'B$, $\dots$ 是侧棱.

棱台用上、下底面多边形各顶点字母来表示，如图 6-5 中的棱台 $A'B'C'D'-ABCD$ ；或者用它的对角线端点字母来表示，如图 6-5 中的棱台 BD' .

由三棱锥、四棱锥、五棱锥等所截得的棱台，分别称为三棱台、

观察发现，截得的
 $A'B' \parallel AB$, $B'C' \parallel BC$,
 $C'D' \parallel CD$, $D'A' \parallel DA$,
 截得的侧面都是梯形.

四棱台、五棱台等.

下面我们来认识和描述圆柱、圆锥、圆台.

圆钢呈圆柱形, 铅锤呈圆锥形, 饮料杯呈圆台形 (如图 6-6), 这样形状的物体还有很多.

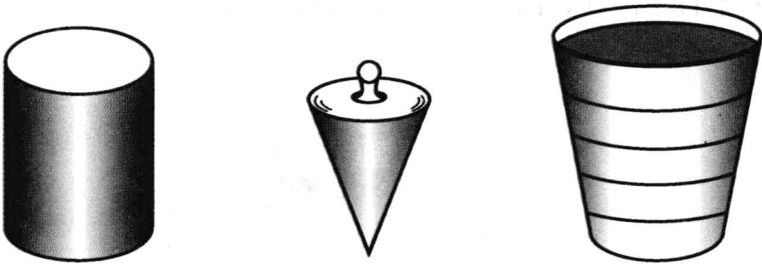


图 6-6

圆柱、圆锥、圆台都不是由平面图形围成, 但它们都可以由平面图形绕轴旋转而成.

分别以矩形的一边、直角三角形的一条直角边、直角梯形的垂直

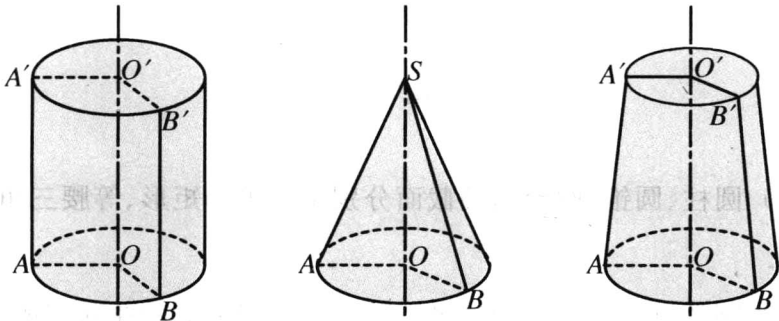


图 6-7

于底边的腰所在的直线为旋转轴, 其余各边旋转一周而形成的曲面所围成的几何体分别叫作圆柱 (circular cylinder)、圆锥 (circular cone)、圆台 (frustum of cone) (如图 6-7). 旋转轴叫作它们的轴 (axis), 在轴上这条边的长度叫作它们的高 (height), 垂直于轴的边旋转而成的圆面叫作它们的底面, 不垂直于轴的边旋转而成的曲面叫作它们的侧面, 无论旋转到什么位置, 这条边都叫作侧面的母线 (generating line). 如图 6-7, 直线 $O'O$ 、 SO 是轴, 线段 $O'O$ 、 SO 是高, $A'A$, $B'B$, SA , SB 等是母线.

圆台也可以看做是用平行于某个圆锥底面的平面截这个圆锥而得

你注意到了吗? 垂直于轴的边 OA , $O'A'$ 旋转成的面都是平的, 不垂直于轴的边 AA' , SA 旋转成的面都是弯曲的.

到的.

圆柱、圆锥、圆台用表示它的轴的字母来表示, 如圆柱 $O'O$ 、圆锥 SO 、圆台 $O'O$.

圆柱、圆锥、圆台有下面的性质:

(1) 平行于圆柱、圆锥、圆台的底面的截面都是圆;

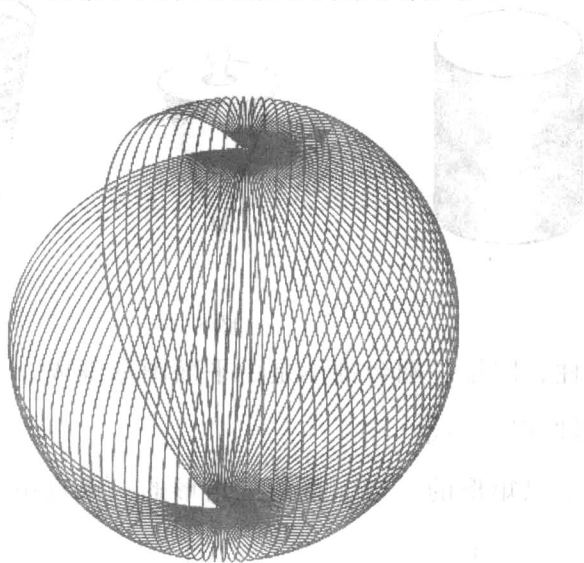


图 6-8

(2) 圆柱、圆锥、圆台的轴截面分别是全等的矩形、等腰三角形、等腰梯形.

以半圆的直径为旋转轴、半圆弧旋转一周形成的曲面围成的几何体叫作球(ball), 如图 6-8. 球的表面称为球面(sphere). 这个半圆的圆心就是这个球的球心(center of sphere), 这个半圆的半径就是这个球的半径(radius). 球具有下面的性质:

(1) 球面上所有的点到球心的距离都相等, 等于球的半径;

(2) 用任何一个平面去截球面, 得到的截面都是圆. 其中过球心的平面截球面得到的圆的半径最大, 等于球的半径.