帮你过考试关

代数

初中分册

东北朝鲜民族教育出版社

《帮你过考试关丛书》

初　中　代　数

王　钢　戴隆四　高长山　**编著**

孙海洋　李浩然　**审定**

东北朝鲜民族教育出版社

初中代数

王　钢等　编著

责任编辑　崔炳贤　　封面设计　文涛

东北朝鲜民族教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

冶金印刷厂印刷

787×1092毫米　1/32　　1992年1月第1版

印张：9.75　　1992年1月第1次印刷

字数：220千字　　印数：1—22,000册

ISBN 7-5437-1057-9/G·1003

定价：4.60元

前　言

为了配合初中各科平时教学，供学生日常学习、练习、总复习、单元考试和毕业升学考试的需要，作者总结了多年的教学经验，根据教学大纲，准确地把握各科教材的深度和广度，编写了《帮你过考试关》丛书。

该丛书按学科分册，有语文、代数、平面几何、英语、物理、化学、地理、历史、生物九册。每册与各科教材单元同步，每单元中均有相同的体例，包括基础知识、问题研究和自我测试三部分，每册最后都备有中考试题精选和模拟试题。

基础知识部分　把每单元的定理、定义、公理、性质和规律等基础知识以词条的形式精炼出来，帮助学生掌握知识重点和难点，从而打下坚实的基础。这些词条定义准确科学，便于记忆，易于查找。

问题研究部分　把各单元典型试题进行了导析，指出了解题思路，授予解题方法。有的试题进行了一题多解，开阔了学生视野。

自我测试部分　每单元之后设计了一套自我测试题并附有参考答案。学生通过自我测试可以找出本单元学习的不足和差距，从而找出努力方向。

模拟试题和中考试题精选部分　精心设计的数套中考试题精选和模拟试题，从题型到内容都密切配合教材，紧扣教学大纲，试题力求富有典型性、代表性、新颖性、题型全、覆盖面广，希望通过演练，收到举一反三、触类旁通的效果，从而提高解题技巧和方法，进而增强掌握知识的准确性和提高应试能力。

由于编写时间仓促，加之编者水平有限，书中难免存在缺点和错误，我们诚恳地希望读者给予批评指正。

作　者

目 录

第一单元　有理数

[基础知识]

有理数　整数和分数统称为有理数. 有理数总可以表示成$\frac{m}{n}$形式(m、n 为整数，n 不为零).

数轴　规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴. 有理数都可以用数轴上的点表示出来.

相反数　只有符号不同的两个数，我们说其中一个是另一个的相反数.

相反数的几何意义　在数轴上原点的两旁，离开原点距离相等的两个点.

绝对值　一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零. 用$|a|$表示 a 的绝对值. 即：

$$|a|=\begin{cases} a & (a>0) \\ 0 & (a=0) \\ -a & (a<0) \end{cases}$$

任何一个数的绝对值只能是正数或零，而不能是负数.

绝对值的几何意义　从数轴上看，一个数的绝对值就是表示这个数的点离开原点的距离.

倒数　1 除以一个数的商叫做这个数的倒数.

两个互为倒数的数之积为 1. 反之，若两个数的积为 1，则这两个数互为倒数.

有理数大小的比较：

（1）一切正数都大于 0 和一切负数；

（2）0 大于一切负数；

（3）两个正数，绝对值大的正数大，两个负数，绝对值小的负数大.

在数轴上表示的两个有理数，右边的数总比左边的数大.

有理数的运算 由两个已知有理数求一个未知有理数叫做有理数运算. 有理数的加、减、乘、除运算结果仍是有理数.

有理数的加法法则 同号两数相加，取原来的符号，并把绝对值相加；异号两数相加，取绝对值较大的加数符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值；互为相反的两个数相加得零；一个数同零相加，仍得这个数.

有理数减法法则 减去一个数等于加上这个数的相反数.

运用相反数概念，可以把减法转化为加法. 一切加法和减法的运算，都可以统一成加法运算.

有理数乘法法则 两数相乘，同号得正，异号得负，积的绝对值等于两个乘数绝对值的积.

任何有理数与零的积都等于零.

有理数除法法则 除以一个非零的有理数等于乘以这个数的倒数.（零不能做除数）.

两数相除，同号得正，异号得负；零除以任何一个不等于零的数都得零.

有理数乘方法则 正数的任何次幂都是正数；负数的奇次幂是负数，负数的偶次幂是正数；零的任何次幂都是零；“1”的任何次幂都是“1”.

加法交换律　两个数相加，交换加数的位置，和不变．$a+b=b+a$

加法结合律　三个数相加，先把前两个数相加，或者先把后两数相加，和不变．$(a+b)+c=a+(b+c)$

乘法交换律　两个数相乘，交换因数的位置，积不变．$ab=ba$

乘法结合律　三个数相乘，先把前两个数相乘，或者把后两个数相乘，积不变．$(ab)\cdot c=a\cdot(bc)$

乘法分配律　一个数同两个数的和相乘，等于把这个数分别同这两个数相乘，再把积相加．$a\cdot(b+c)=ab+ac$

运算顺序

(1) 有括号时，按括号的小、中、大顺序先算括号内的，后算括号外的；

(2) 没有括号时，先算乘方，次算乘除法，最后算加减法；

(3) 在同级运算中，若无括号，应从左到右依次进行计算．

近似数　用一个和准确数相差不大的有理数来表示准确数，这个有理数就是近似数．

用四舍五入法可求出一个数的近似值．

有效数字　一个近似数四舍五入到那一位，就说这个近似数精确到哪一位，这时，从左边第一个不是零的数字起，到这一位数字止，所有的数字，都叫做这个数的有效数字．

[问题研究]

本单元习题的基本类型一般可分成：(1) 关于有理数的概念；(2) 关于有理数大小的比较；(3) 关于有理数的运算．

例 1　零是（　　）

A. 自然数.　　　　B. 正数.

C. 负数.　　　　D. 偶数.

解题思路　零是一个具有特殊地位和作用的数，它既不是正数，也不是负数，当然也不是自然数；但它是整数，而且也是偶数；这里要注意：根据偶数的定义，不仅零是偶数，而且-2，-4，-6，…也都是偶数；这在以后学习中要作定义的.

解　∵零不是正数，也不是负数，当然也不是自然数. 但零可以被 2 整除；

∴零是偶数，故选 D.

例 2　(1)如果向北走 10 千米，记作$+10$千米，那么向南走 5 千米，记作什么？-8千米表示什么意思？0 千米表示什么意思？

(2)如果二小时以后用$+2$小时表示，那么四小时以后怎么表示？-3小时表示什么意思？

解题思路　正数和负数的引入本质上就是表示具有相反意义的量；因此，若把其中某个意义的量规定为正量，则它相反意义的另一个量规定为负量；这里特别要讲零的意义，在小学中它仅表示“没有”，但引入正、负数后，它的本质是表示相反意义量的基准点，正数与负数的分界线；例如在温度计上 0℃不是没有温度，而是表示冰点这样一个完全确定的温度.

解　(1)向南走 5 千米应记作-5千米；-8千米表示向南走 8 千米；而 0 千米则应表示原地不动.

(2)四小时以后就记作$+4$小时；而-3小时是表示 3 小时以前.

例 3　$-a$ 一定表示负数吗？$-|a|$ 一定表示负数吗？

解题思路　判断一个数的正负，不能认为一个数前面有“+”号就是正数，前面有“-”号的就是负数；只有当这个数是正数的前提下，前面有“+”号才是正数，前面有“-”号才是负数. “+”、“-”原是运算符号，在学习了正负数后，也可以用来表示数的性质的符号，例如 $-a$ 前面的“-”表示 $-a$ 与 a 的符号相反，即 $-a$ 是 a 的相反数，而 $+a$ 前面的“+”表示 $+a$ 与 a 的符号相同，即 $+a$ 就是 a.

解　$-a$ 不一定表示负数；当 a 是负数时，$-a$ 则表示正数，当 a 等于零时，$-a$ 是零.

$-|a|$ 也不一定表示负数；当 a 是正数或负数时，因为 $|a|$ 是正数，此时 $-|a|$ 表示负数；当 a 等于零时，因为 $|a|$ 也是零，此时 $-|a|$ 是零.

例 4　设有正整数集合 A，正分数集合 B，有理数集合 C，正无理数集合 D 和实数集合 R，试用图形表示 A、B、C、D、R 之间的关系.

解题思路　本题实质上是考查实数的分类，由于正整数集合与正分数集合都包含于有理数集合. 所以不能把集合 A、B、C 并列起来.（如图 1-1 所示这显然是错误的）. 尽管在初中教材中没有提出“子集”的概念，但在研究数的分类时，是应当分清各类数集之间的包含关系的.

解　集合 A、B、C、D、R 之间的关系如图 1-2 所示.

例 5　把下面各数填入相应的大括号里：$\frac{1}{5}$，0，3.1416，π，$-\sqrt{2}$，$\sqrt{4}$，-3，0.3333…，$\frac{6}{2}$，$\sqrt{7}$，$-\sqrt{\frac{1}{9}}$，

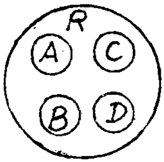

图 1-1

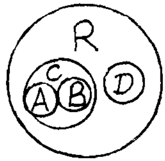

图 1-2

正数集合：{ }.

负数集合：{ }.

整数集合：{ }.

分数集合：{ }.

解题思路 判定某个数的分类，要注意以下几个问题：i. 0既不是正数也不是负数，但是是整数. ii. 形如$\frac{6}{2}$之类的数应看作是整数. iii. 判定形如$\sqrt{a}$(a是正有理数)的数是有理数还是无理数的法则：如果a是一个完全平方数，那么$\sqrt{a}$是有理数，如$\sqrt{4}$，$-\sqrt{\frac{1}{9}}$；如果a是一个非完全平方数，那么$\sqrt{a}$是无理数，如$\sqrt{7}$，$-\sqrt{2}$. iv. 圆周率π是无理数，虽然3.1416是π的近似值，但3.1416却是一个有理数，不能误认为是无理数. v. 无理数也分为正无理数或负无理数，如$\sqrt{7}$，π为正数，而$-\sqrt{2}$为负数. vi. 循环小数0.3333…实际上是$\frac{1}{3}$，因此是有理数.

解 正数集合：{$\frac{1}{5}$，3.1416，π，$\sqrt{4}$，0.3333……，$\frac{6}{2}$，$\sqrt{7}$}.

负数集合：$\{-\sqrt{2}, -3, -\sqrt{\frac{1}{9}}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\}$.

整数集合：$\{0, \sqrt{4}, -3, \frac{6}{2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\}$.

分数集合：$\{\frac{1}{5}, 3.1416, 0.3333\cdots\cdots, -\sqrt{\frac{1}{9}}\cdots\cdots\}$.

例 6 下列各图形表示数轴正确的有（　　）

A. 1 个　　　　B. 2 个

C. 3 个　　　　D. 4 个

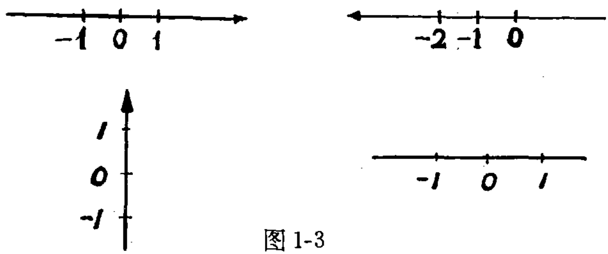

图 1-3

解题思路 画数轴时，三个要素即原点、正方向、长度单位是缺一不可的. 像(1)中没有标原点，(2)中方向标错了，(4)中没有标方向，因此都是不正确的；(3)中的三要素都是很明确的，所以是正确的. 当然，一般地更多是把数轴画成图 1-4.

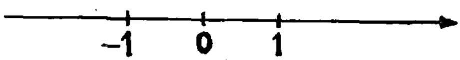

图 1-4

解 ∵在①中没标原点，②中标错了方向，④中没标方向，因此它们都是不正确的.

∴只有③是正确的，故选 A.

例 7 如果数 a 在数轴上所对应的点如图 1-5 所示，那

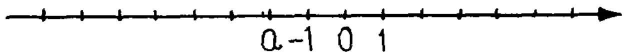

图 1-5

么请在数轴上标出下列数所对应的点：2a，$-3a$，$|a|$，$a+5$，$a-1$.

解题思路 这类问题往往容易想到通过数 a 在数轴上所对应的点的位置求出 a 的具体数值，然后再去标其他数的所对应点；其实本题中 a 到底是多少与标出 2a 等所对应点的位置是无关紧要的，关键是抓住 2a 等与 a 之间关系，即可标出 2a 等所对应点的位置.

解 $\because 2a=2\times a$，$\therefore 2a$ 所对应点的位置应在原点的左侧，而且它到原点距离是 a 点到原点距离的 2 倍(如图 1-6).

$\because -3a=-3\times a$. $\therefore -3a$ 所对应点的位置应在原点的右侧，而且它到原点的距离是 a 点到原点距离的 3 倍(如图 1-6)

同理 $a+5$ 所对应的点应在 a 点右侧，而且其到 a 点的距离是 5 个单位长；$a-1$ 所对应的点应在 a 点左侧，而且其到 a 点的距离是 1 个单位长.

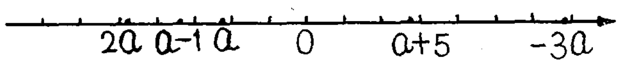

图 1-6

例 8 若 a、b 是互为相反数，那么下列各式正确的是(   )

A. $a-b=0$. B. $a+b=-2a$.

C. $a=-|b|$. D. $a+b=0$.

解题思路 互为相反数的两个数 a、b 应当有如下关系：

$a=-b$ 或 $|a|=|b|$；只有当 $a=0$，$b=0$ 时，才有 $a=b$. 所以 A、B、C 中只有 $a=b=0$ 时才能成立；由此看来，研究相反数时即要注意 $a=b=0$ 的特殊情况，但又不能把它与一般情况相混淆.

解 ∵a、b 互为相反数，

∴$a=-b$.

因此 $a+b=0$　故选 D.

例 9　求与 2 的差的绝对值等于 3 的数.

解题思路　这类问题有两种作法. 一是根据定义去求即解法 1，二是可以通过列方程去求即解法 2. 请注意当绝对值为 0 时这样的数只有一个. 当“绝对值”不为 0 时，这样的数有二个.

解 1　∵绝对值等于 3 的数是 3 或 -3.

那么，与 2 的差等于 3 的数是 5，而与 2 的差等于 -3 的数是 -1，

∴与 2 的差的绝对值等于 3 的数是 5 或 -1.

解 2　设该数为 x，则由题意得：

$$|x-2|=3.$$

即 $x-2=3$ 或 $x-2=-3$.

∴$x=5$ 或 $x=-1$

(解方程 $|x-2|=3$ 时，由于方程两边都是非负数，也可以直接两边平方，将原方程转化为一元二次方程求得相同的结果).

例 10　具有什么条件的两个数，它们的和的绝对值等于它们的绝对值的和.

解题思路　两个数和的绝对值是否等于它们的绝对值的和，取决于这两个数的符号是否异同，或这两个数中是否有

一个为零，因此，要按不同的情况讨论.

解 设 a、b 为所知的两个数.

i. 当 a、b 都是正数时，

$\because |a+b|=a+b$，$|a|+|b|=a+b$.

$\therefore |a+b|=|a|+|b|$.

ii. 当 a、b 都是负数时，

$\because |a+b|=-a-b$，$|a|+|b|=-a-b$，

$\therefore |a+b|=|a|+|b|$.

iii. 当 a、b 中至少有一个为 0 时(不妨设 $b=0$)：

$\because |a+b|=|a|$，$|a|+|b|=|a|$.

$\therefore |a+b|=|a|+|b|$.

iv. 当 a、b 的符号相反时：则 $|a+b|<|a|+|b|$.

所以，当两数同号或至少有一个数为零时，它们的和的绝对值等于它们的绝对值的和.

例 11 实数 a、b 在数轴上的对应点如图 1-7 所示，图中 O 为原点，化简 $|a+b|+|a-b|-|2a|$

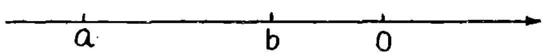

图 1-7

解题思路 要想去掉绝对值符号关键是要确定绝对值符号内的数的符号，而这些数的符号又取决于 a、b 数所对应点在数轴上的位置以及四则运算法则.

解 $\because a<0$，$b<0$，$\therefore a+b<0$

因此 $|a+b|=-(a+b)$，$|2a|=-(2a)$.

又 $\because a<b$，$\therefore a-b<0$

因此 $|a-b|=-(a-b)$.

所以 $|a+b|+|a-b|-|2a|$

$=-(a+b)-(a-b)+2a$

$=-a-b-a+b+2a$

$=0.$

例 12 (1) 已知$|m|=|n|$，能够断定$m=n$吗？(2) 已知$|m|>|n|$，能够断定$m>n$吗？

解题思路 两个数的绝对值的大小关系与这个数的大小关系是有区别的；因为绝对值仅表示该数在数轴上所对应点离原点的距离；而一个数的大小不仅取决于其绝对值的大小，而且还取决其符号；所以，通过绝对值来研究两个数的大小关系时，要讨论符号的不同情况.

解 (1)当m、n的符号相同时，由$|m|=|n|$可判定$m=n$.

当m、n的符号不相同时，由$|m|=|n|$，可知$m=-n$，此时m、n互为相反数.

(2)当$m>0$，$n\geqslant 0$时(m不能为0)，由$|m|>|n|$可判定$m>n$.

当$m>0$，$n<0$时，或$m<0$，$n>0$时，显然$m>n$或$m<n$.

当$m<0$，$n<0$时，由$|m|>|n|$可判定$m<n$.

例 13 已知$|3y-1|+|x+1|=0$，求x，y.

解题思路 不管该数的符号如何，而它的绝对值肯定是一个非负数，我们知道当若干个非负数的和为0时，那么这些数都必须等于0. 这是一个重要的结论，在解决类似的问题中有广泛的应用.

解 因为一个数的绝对值是非负数，那么若两个绝对值的和等于0，则这两个绝对值都必须等于0.