

学术前沿研究

# 玻璃材料破坏过程的数值模拟与分析

李维红◎著



北京师范大学出版集团  
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP  
北京师范大学出版社

学术前沿研究

辽宁省教育厅高校科技专著出版基金资助

# 玻璃材料破坏过程的数值模拟与分析

李维红◎著



北京师范大学出版集团  
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP  
北京师范大学出版社

---

### 图书在版编目(CIP)数据

玻璃材料破坏过程的数值模拟与分析/李维红著.—北京:  
北京师范大学出版社, 2011.1

ISBN 978-7-303-11806-9

I. ①玻… II. ①李… III. ①玻璃-脆性断裂-数值-  
模拟②玻璃-脆性断裂-数值计算 IV. ①TQ171.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 228945 号

---

营销中心电话 010-58802181 58808006  
北师大出版社高等教育分社网 <http://gaojiao.bnup.com.cn>  
电子信箱 beishida168@126.com

---

出版发行: 北京师范大学出版社 [www.bnup.com.cn](http://www.bnup.com.cn)

北京新街口外大街 19 号

邮政编码: 100875

印刷: 北京京师印务有限公司

经销: 全国新华书店

开本: 155 mm × 235 mm

印张: 8.25

字数: 122 千字

版次: 2011 年 1 月第 1 版

印次: 2011 年 1 月第 1 次印刷

定 价: 20.00 元

---

策划编辑: 范 林 责任编辑: 邓丽平

美术编辑: 毛 佳 装帧设计: 毛 佳

责任校对: 李 菡 责任印制: 李 啸

### 版权所有 侵权必究

反盗版、侵权举报电话: 010-58800697

北京读者服务部电话: 010-58808104

外埠邮购电话: 010-58808083

本书如有印装质量问题, 请与印制管理部联系调换。

印制管理部电话: 010-58800825

## 内容提要

本书利用断裂力学的研究方法,借助于统计学和现有的数值计算方法,以实验结果为基础来建立数值模型,进行了玻璃材料双向应力状态下断裂失效过程的数值模拟。研究目的即是要搞清玻璃材料在双向应力下的断裂和裂纹扩展究竟受不受平行于裂纹的应力影响。如受到平行于裂纹的应力影响,应变能释放率 $G$ 、应力强度因子 $K$ 、 $J$ 积分和裂纹张开位移 $\delta$ 四个断裂参数在单轴应力下的等效关系在双轴应力下是否还成立?如不成立,那么,玻璃类脆性材料在双轴应力状态下的裂纹扩展由什么参数决定?双向和单向应力下断裂参数有何区别?玻璃材料在双轴应力状态下应遵循何种断裂准则?……研究目的在于检验和探索玻璃材料在双轴应力下的破坏过程,为结构的失效分析提供依据。

全书共分6章,内容包括:对玻璃材料在双向应力和单向应力下裂纹驱动力参数的关系和差异进行了数值模拟及理论研究,得出在双向载荷下,传统的 $K$ - $G$ - $J$ - $\delta$ 等效关系不再成立的结论。证明了其中的两个参数 $G$ 和 $\delta$ 与双向应力有关,而另外两个参数 $K$ 和 $J$ 与双向应力无关;裂纹张开位移 $\delta$ 更适宜作为处于双向应力状态下材料断裂的评价标准。完成了玻璃材料在单向及双向平面应力状态下的阻力特性研究,并与相关的实验结果取得了较好的一致,表明了数值计算的可靠性。直接观察和演示了玻璃材料的失效全过程及裂纹的启裂、失稳扩展全过程,解决了玻璃材料在双向应力下的断裂和裂纹扩展究竟受不受平行于裂纹的应力影响,及如何影响等问题;进一步研究了在双向应力比 $\lambda$ 不同时,玻璃材料断裂力学参数应力强度因子 $K_{IC}$ 及裂纹张开位移 $\delta$ 的变化规律,进一步证明了双向应力对玻璃断裂及裂纹扩展的影响,也进一步验证了

玻璃类脆性材料在双轴应力下的断裂是由裂纹张开位移  $\delta$  决定的；对单向拉伸下含不同倾斜角度裂纹玻璃材料失效情况进行了数值模拟，重点研究了含不同裂纹角倾斜直通裂纹的玻璃材料试样在单向拉伸下的复合应力效应。证明了在这种情况下裂纹尖端存在的三种类型应力： $K_I$ 、 $K_{II}$  及平行应力对裂纹扩展有不同的作用；研究了玻璃材料的慢裂纹扩展和扩展速度所受双向应力的影响，并讨论这种影响的机理和作用。通过声发射特性的数值模拟得到玻璃类脆性材料在单向及双向应力状态下的亚临界裂纹扩展长度—荷载步曲线，得出平行于裂纹的拉应力对裂纹扩展有一定程度的阻碍作用，而平行于裂纹的压应力对裂纹有驱动效果的结论。在上述研究的基础上，运用研究结果验证了玻璃材料在双轴应力下应用应变断裂准则的可行性。

本书可供从事玻璃类脆性材料及相关材料力学行为研究的科研和设计工作的科技人员参考使用，也可供高等院校有关专业的教师和研究生参考使用。

## 前 言

玻璃是典型的脆性材料，并越来越广泛地应用在航空、机械、建筑等国民经济生产中。对玻璃材料断裂过程的研究是材料学和力学界研究的重点和难点，脆性材料的断裂总是起源于材料的原有缺陷或裂纹，因而研究裂纹的发展和失稳条件的断裂力学在强度和性能评价中具有重要意义。由于实际玻璃构件大多是在双向或多向应力状态下工作的，而双向应力是否影响固体的断裂行为一直是一个有争议的问题，且至今尚未有统一的结论。另外，断裂力学理论认为在线弹性范围内，应变能释放率  $G$ 、应力强度因子  $K$ 、 $J$  积分和裂纹张开位移  $\delta$  四个断裂参数都是等价的，任何一个达到临界值时，其他三个也必然达到临界值。以上四个断裂参数都跟平行于裂纹的应力无关。如证明固体的断裂行为确实受到平行于裂纹的应力影响，那么应变能释放率  $G$ 、应力强度因子  $K$ 、 $J$  积分和裂纹张开位移  $\delta$  四个断裂参数在单轴应力下的等效关系在双轴应力下是否还成立？如不成立，那么，玻璃材料在双轴应力状态下的裂纹扩展由什么参数决定？与此同时，如何建立脆性材料在双轴应力作用下的破坏准则一直是人们所追求的目标之一。这些问题，到目前为止还没有结论性结果。而且，玻璃等脆性材料的拉伸试验尤其是双向拉伸试验和穿透裂纹预制等问题在实施上有相当的难度。

本研究利用断裂力学的研究方法，借助于统计学和现有的数值计算方法，以实验结果为基础来建立数值模型，进行了玻璃材料双向应力状态下断裂失效过程的数值模拟。到目前为止，国内外在这方面的研究还很有限。

全书共分 6 章。在绪论中介绍了双向应力下材料断裂失效分析及脆

性材料破坏准则的国内外研究现状以及本研究的研究背景、意义和目的。第1章以根据国家标准进行的玻璃三点弯曲试验结果为基础,进行了整个数值模型的校验分析,同时对模型的参数进行讨论和分析,为其应用于玻璃类脆性材料的数值模拟做准备。第2章对玻璃材料在双向应力和单向应力下裂纹驱动力参数的关系和差异进行了数值模拟及理论研究,得出在双向载荷下,传统的 $K-G-J-\delta$ 等效关系不再成立的结论。证明了其中的两个参数 $G$ 和 $\delta$ 与双向应力有关,而另外两个参数 $K$ 和 $J$ 与双向应力无关。裂纹张开位移 $\delta$ 更适宜作为处于双向应力状态下材料断裂的评价标准。第3章完成了玻璃材料在单向及双向平面应力状态下的阻力特性研究,并与相关的实验结果取得了较好的一致,表明了数值计算的可靠性。直接观察和演示了玻璃材料的失效全过程及裂纹的启裂、失稳扩展全过程,解决了玻璃材料在双向应力下的断裂和裂纹扩展究竟受不受平行于裂纹的应力影响,及如何影响等问题。另外,进一步研究了在双向应力比 $\lambda$ 不同时,玻璃材料断裂力学参数应力强度因子 $K_{Ic}$ 及裂纹张开位移 $\delta$ 的变化规律,进一步证明了双向应力对玻璃断裂及裂纹扩展的影响,也进一步验证了玻璃类脆性材料在双轴应力下的断裂是由裂纹张开位移 $\delta$ 决定的。第4章对单向拉伸下含不同倾斜角度裂纹玻璃材料失效情况进行了数值模拟,重点研究了含不同裂纹角倾斜直通裂纹的玻璃材料试样在单向拉伸下的复合应力效应。证明了在这种情况下裂纹尖端存在的三种类型应力: $K_I$ 、 $K_{II}$ 及平行应力对裂纹扩展有不同的作用。第5章研究了玻璃材料的慢裂纹扩展和扩展速度所受双向应力的影响,并讨论这种影响的机理和作用。通过声发射特性的数值模拟得到玻璃类脆性材料在单向及双向应力状态下的亚临界裂纹扩展长度—荷载步曲线。得出平行于裂纹的拉应力对裂纹扩展有一定程度的阻碍作用,而平行于裂纹的压应力对裂纹有驱动效果的结论。该数值实验结果与相关的实验结果取得了较好的一致,表明数值实验的可靠性,从而为脆性材料的可靠性和寿命评价提供了理论基础和手段。第6章在上述各章研究的基础上,运用研究结果验证了玻璃材料在双轴应力下应用应变断裂准则的可行性。

本书介绍的研究工作是在大连理工大学博士生导师王立久教授的悉心指导下完成的。在近四年的研究工作期间,王立久教授渊博的知识、严谨的工作作风、精益求精的治学态度、开拓性的思维方式,忘我的敬业精神给笔者以深刻的印象,王教授的言传身教使笔者终身受益。在此,笔者对王教授的辛勤劳动表示衷心感谢和深深的敬意!

在本书工作完成过程中,还得到了中国建材研究院包亦望教授的帮

助和指导。在玻璃力学实验完成过程中，从实验设备的提供、实验方法的指导、实验过程遇到的困难等方面，包教授都给予笔者以无私的指导和帮助。对于学术上的问题，尤其是脆性材料力学方面的知识，他都毫无保留、耐心细致地予以讲解，和笔者一起探讨和解决研究中遇到的问题和困难。在本书成文过程中，包教授也帮助进行了修改，付出了他的心血。包教授渊博的学识、高尚的品格、一丝不苟的治学态度和严谨的工作作风深深地影响和感染着笔者。在此，笔者也对他表示衷心的感谢和深深的敬意！

在本书研究完成期间，还得到了东北大学教授、大连大学特聘教授、长江学者唐春安的悉心指导和帮助。在数值模型的建立、数值试验方法、数值试验分析、有限元理论等方面都给笔者以毫无保留的指导、帮助和支持。在此，笔者也对唐教授的辛勤劳动和大力支持表示衷心的感谢！

大连轻工业学院的王承遇教授在玻璃理论研究方面也给笔者以悉心指导和谆谆教诲，付出不少心血。在此也对他表示衷心的感谢！

感谢大连大学材料破坏力学数值试验研究中心为笔者的研究工作提供了先进的试验研究设备和一流的工作环境，感谢大连大学建工学院的领导和同事们在本研究工作完成过程中给予笔者的大力扶持和帮助，使研究工作得以顺利完成。笔者对他们也表示诚挚的谢意！



# 目 录

绪 论 .....	(1)
本章参考文献 .....	(19)
<b>第 1 章 玻璃材料破坏过程的数值模型实验验证 .....</b>	<b>(25)</b>
1.1 玻璃材料的破坏 .....	(25)
1.2 MFPA 数值方法原理 .....	(27)
1.3 材料性质的赋值 .....	(30)
1.4 数值模拟的分析过程 .....	(34)
1.5 数值模型的建立及其验证 .....	(34)
1.5.1 玻璃材料的三点弯曲试验 .....	(35)
1.5.2 数值模型的建立 .....	(36)
1.5.3 数值模型的可靠性验证 .....	(36)
本章参考文献 .....	(47)
<b>第 2 章 双向应力和单向应力下裂纹驱动力参数的关系和差异 ..</b>	<b>(49)</b>
2.1 前言 .....	(49)
2.2 传统断裂力学参量和判断 .....	(50)
2.2.1 I 型应力强度因子 $K$ .....	(50)
2.2.2 裂纹尖端张开位移 CTOD .....	(51)
2.2.3 $J$ 积分 .....	(51)
2.2.4 能量释放率 .....	(52)
2.3 裂纹驱动力参数在双向和单向应力下的关系和差异的 理论分析 .....	(54)

2.4	讨论	(56)
2.5	泊松比对裂纹张开位移的影响和数值模拟	(58)
2.5.1	数值模型的建立	(58)
2.5.2	裂纹张开位移—荷载步曲线	(59)
	本章参考文献	(68)
<b>第3章</b>	<b>玻璃材料在双向应力下的阻力特性数值模拟</b>	<b>(71)</b>
3.1	引言	(71)
3.2	数值模拟模型	(72)
3.3	数值模拟结果与讨论	(73)
3.3.1	断裂及裂纹扩展过程的数值模拟	(73)
3.3.2	应力—应变关系曲线	(77)
3.3.3	临界应力强度因子的确定	(77)
3.3.4	裂纹中心张开位移—荷载步曲线、裂纹尖端 应变—荷载步曲线	(83)
3.3.5	裂纹面应力分布曲线	(85)
3.4	不同双向应力比对玻璃材料断裂和失效影响的数值试验 研究	(86)
3.4.1	计算数学模型	(86)
3.4.2	数值试验结果与讨论	(86)
3.5	讨论	(93)
	本章参考文献	(93)
<b>第4章</b>	<b>玻璃材料中倾斜裂纹扩展的数值模拟与复合应力效应 研究</b>	<b>(95)</b>
4.1	引言	(95)
4.2	数值试验模型	(96)
4.2.1	计算数学模型说明	(96)
4.2.2	力学参数说明	(97)
4.3	数值试验结果与讨论	(98)
4.3.1	断裂及裂纹扩展过程的数值模拟	(98)
4.3.2	含倾斜裂纹玻璃类脆性材料试样破坏过程中的 应力场	(99)
4.3.3	含不同倾斜角裂纹玻璃类脆性材料的Ⅰ型、Ⅱ型 应力强度因子	(100)
	本章参考文献	(102)

<b>第 5 章 双向应力对亚临界裂纹扩展的影响——数值模拟研究</b> .....	(103)
5.1 引言 .....	(103)
5.2 数值试验模型 .....	(104)
5.2.1 计算数学模型说明 .....	(104)
5.2.2 力学参数说明 .....	(104)
5.3 数值试验结果与讨论 .....	(105)
5.3.1 玻璃材料声发射和亚临界裂纹扩展过程的数值模拟 .....	(105)
5.3.2 模拟玻璃试样声发射特性与应力—应变关系曲线 .....	(108)
5.3.3 双向应力对裂纹扩展的影响 .....	(108)
5.4 讨论 .....	(110)
本章参考文献 .....	(111)
<b>第 6 章 玻璃材料在双向应力下应变断裂准则的验证</b> .....	(113)
6.1 前言 .....	(113)
6.2 脆性材料的应变断裂准则 .....	(114)
6.3 数值模拟结果与断裂准则的比较 .....	(115)
本章参考文献 .....	(117)
<b>附录 A MFPA<sup>2D</sup>系统使用说明</b> .....	(118)

## 绪 论

### 1. 研究背景

玻璃是典型的脆性材料，并越来越广泛地应用在航空、机械、建筑等国民经济生产中。对玻璃材料断裂过程的研究是材料学和力学界研究的重点和难点。脆性材料的断裂总是起源于材料的原有缺陷或裂纹，因而研究裂纹的发展和失稳条件的断裂力学在强度和性能评价中具有重要意义。由于实际玻璃构件大多是在双向或多向应力状态下工作的，而双向应力是否影响固体的断裂行为一直是一个有争议的问题，且至今尚未有统一的结论。

玻璃等脆性材料在破坏前通常没有塑性形变，属于线弹性断裂力学范围。对裂纹失稳评价大多采用 I 型应力强度因子概念，即应力强度因子达到一个临界值( $K_{IC}$ )时裂纹发生失稳扩展而断裂。根据断裂力学理论，应力强度因子仅是垂直于裂纹的应力  $\sigma$  的函数<sup>[1]</sup>。

$$K_I = \sigma \cdot Y \cdot \sqrt{a} \quad (1)$$

上式中， $Y$  是几何因子， $a$  是裂纹的半长。这说明无论在多么复杂的应力状态下，断裂只由垂直于裂纹的拉伸应力控制，这种概念在断裂评价和结构可靠性分析中已被广泛使用，它意味着平行于裂纹的应力对裂纹扩展没有影响。其理论上的解释是：因为“在这种情况下直通裂纹不影响平行应力的分布<sup>[2]</sup>，应力线不变”。这种结果主要基于 Griffith<sup>[3]</sup> 早期的研究和假设，它具有应用上的简便性。然而这种似乎是断裂力学里的基本概念问题却常常在理论上和实践中受到质疑。Swedlow<sup>[4]</sup> 早在 20 世纪 60 年代中期就提出平行应力不是增强便是削弱一个含裂纹构件的断裂强度。Liebowitz 等人证明了平行应力对裂纹尖端的局部能量密度

和应力应变场的影响<sup>[5]</sup>。并指出这种影响来自应力级数的非奇异项( $T$ 应力)的贡献。由于他们没有最后给出平行应力与断裂的解析关系,没能引起人们太多的注意。70年代初 J. J. Kibler<sup>[6]</sup>等人进行的含裂纹平板(有机玻璃和金属)的双向拉伸实验表明,平行于裂纹面的拉应力(平行应力)对试件有增强作用,即临界应力强度因子  $K_{IC}$  随着平行应力的增大而增强。这种实验结果后来被 Hilton 解释为双向应力对塑性强度因子的作用<sup>[7]</sup>。因此,对断裂过程几乎不产生塑性区的脆性材料,平行于裂纹的应力(平行应力)对断裂特性是否有影响是个有意义的问题。许多实例表明,在单向压力荷载下,岩石、玻璃、冰等脆性材料均发生裂纹沿着压力方向扩展的情况<sup>[8]</sup>,它说明应力强度因子为零时,也能由其他方向应力导致断裂。由于这些矛盾现象,有观点认为“平行应力一定对 I 型应力强度因子有作用”<sup>[9]</sup>,但这又显然不符合式(1)的定义,从而形成了一种实验与理论相矛盾的现象。另外,断裂力学理论认为在线弹性范围内,应变能释放率  $G$ 、应力强度因子  $K$ 、 $J$  积分和裂纹张开位移  $\delta$  四个断裂参数都是等价的,任何一个达到临界值时,其他三个也必然达到临界值<sup>[10]</sup>。以上四个断裂参数都跟平行于裂纹的应力无关。

由此,便有如下问题提出:玻璃材料在双向或多轴应力下的断裂和裂纹扩展究竟受不受平行于裂纹的应力影响?如受到平行于裂纹的应力影响,应变能释放率  $G$ 、应力强度因子  $K$ 、 $J$  积分和裂纹张开位移  $\delta$  四个断裂参数在单轴应力下的等效关系在双轴应力下是否还成立?如不成立,那么,玻璃材料在双轴应力状态下的裂纹扩展由什么参数决定?双向和单向应力下断裂参数有何区别?玻璃材料在双轴应力状态下应遵循何种断裂准则?……这些问题,到目前为止还没有结论性结果。

近几年来,随着电子计算机技术的日益普及,高性能材料试验机及高倍电子显微镜的出现,双向应力问题的研究越来越受到人们的关注,但由于这项研究起步较晚,实验费用比较昂贵,现有的工作只处于探讨阶段,得出的结果比较零碎、分散,因而这方面仍有许多工作需进一步开展。众所周知,玻璃等脆性材料的拉伸试验尤其是双向拉伸试验和穿透裂纹预制等问题在实施上有相当难度,以往的双向应力实验多采用双环弯曲<sup>[11]</sup>或内压管<sup>[12]</sup>的方法,无法实现断裂力学中 Griffith 裂纹平面模型的实验。中国建材院的包亦望采用热力学方法,对玻璃和陶瓷材料进行的双向拉伸试验<sup>[13]</sup>,作为对平面应力的探索,在脆性材料的平面拉伸和直通裂纹的引发等技术方面,为陶瓷、玻璃等材料的断裂力学研究提供了新方法和思路。但玻璃等脆性材料失效过程中裂纹扩展过程的状态及其扩展路径如何,现有的断裂理论及实验都无法对此作出有效的

描述。线弹性断裂力学只能给出断裂这个状态,无法研究整个断裂发生的全过程。

随着计算机的发展,有限元、边界元等数值算法在材料破坏分析方面的应用越来越广,利用计算机模拟来确定失效过程成为一项有效的方法。本研究应用一个材料失效分析模拟软件 MFPA<sup>2D</sup>(Material Failure Process Analysis),模拟了玻璃在平面双向应力下的不同破坏失稳过程,并围绕上述提出的问题进行深入研究。到目前为止,国内外在这方面的研究工作还很有限。

断裂准则的研究,已有 300 多年的历史。虽然迄今为止,各国学者关于断裂准则所提出的假设和理论已达数百个之多,所发表的论文也数以千计,但问题至今还远未获得圆满解决。随着人们对强度问题研究的深入,断裂准则研究的范围也在逐渐扩大。例如,在断裂力学问世后,已使讨论开裂构件的强度问题成为可能;在损伤力学问世后,从理论上解决了“为什么原来无裂纹的构件在经过长期运行之后,往往会出现裂纹”这个令人头痛的问题。但在断裂力学与损伤力学中,同样存在着一个复杂应力状态下的断裂准则和损伤准则应如何确定的问题。并且目前对这个问题的研究,还远不及对经典强度理论的研究深入。因此,把材料的破坏问题列为当今力学两大难题之一,绝不是偶然的。

断裂准则是判断材料在复杂应力状态下是否屈服或破坏的准则。由于各种工程构件通常都在复杂应力状态下工作,因此断裂准则是对一切工程结构进行设计的依据。鉴于不可能对各种材料在无穷多的各种各样的应力状态下都进行试验,所以断裂准则的研究就显得尤为重要。由于断裂准则关系着安全和经济两个至关重要的主题,故长期以来备受国内外工程界和力学界的广泛关注。玻璃材料作为脆性构件,大多是在双向或多向应力状态下工作的,因此,如何建立玻璃材料在双轴应力作用下的破坏准则一直是人们所追求的目标之一。本文的另一部分内容即对玻璃材料在双向应力下应用何种准则进行了研究及验证。

## 2. 双向应力下材料断裂失效分析的国内外研究现状

双向应力作用下材料和结构的断裂失效分析与疲劳寿命研究是随着实验技术、计算方法及弹塑性理论的发展而不断深入的。

1921 年,Griffith<sup>[3]</sup>将裂纹失稳理论引入断裂力学。在计算含裂纹无限体的应力和位移时,他采用了适用于等拉伸双向载荷的现成解<sup>[14]</sup>,并且得出了一个不依赖于平行于裂纹方向载荷的断裂应力计算公式,他进一步推理,这个公式对于所有的双向载荷情况均成立。

1957 年,Irwin<sup>[15]</sup>在 Griffith<sup>[3]</sup>, MacGregor<sup>[16]</sup> 及 Westergaard<sup>[17]</sup>

的基础上研究了弹性体裂纹尖端应力、应变场，但由于受 Griffith 的影响，Irwin 等人的理论也没有将平行于裂纹方向的载荷引入到断裂行为的描述中去。

1961 年，Ang, D D 等<sup>[18]</sup>最早对双向受载裂纹板进行线弹性分析，结果表明：平行于裂纹方向的载荷并不影响应力强度因子  $K_I$ 。

1967 年，Sih, G C<sup>[19]</sup>对双向加载椭圆无限大板进行线弹性理论分析，应用 Griffith 能量准则(G 准则)的研究指出：对于尖裂纹，临界应力不受平行于裂纹方向载荷的影响，即试板的断裂韧性  $G$  不会因此而改变。

1967 年，Rosenfield, A R 等<sup>[20]</sup>利用线弹性材料的 COD 与  $K_I$  和  $G$  的相关等价性对双轴加载断裂的研究指出：平行于裂纹的水平载荷  $\sigma_x$  仅对 COD 数值产生一个高阶项的影响，可忽略不计，即裂纹张开位移 COD 基本上不受水平载荷  $\sigma_x$  影响。

上述这些早期的以线弹性理论分析为主的研究说明，双轴加载中平行于裂纹方向的载荷分量对弹性材料的断裂性能基本上不产生影响。

由于实际中广泛使用的中低强度高韧性材料，甚至最脆的材料，在启裂扩展前裂尖附近都会产生塑性变形区，而塑性变形是既与整个应力状态又与加载历史、加载方式相关的。这种情况下，平行于裂纹方向的载荷是否仍对断裂性能不产生影响？人们表示怀疑并开始了新的研究。

1970 年，John, J Kibler 等<sup>[21]</sup>就双轴应力对疲劳和断裂的影响第一次采用自行设计的实验装置及十字形试样进行了较为系统的实验研究和理论分析，得出：平等于裂纹的非奇异应力  $\sigma_x$  明显地增大了材料的表观断裂韧性，降低了裂纹的扩展率。这是采用线弹性断裂力学理论无法解释的实验事实，也促进了人们对双向载荷问题的进一步研究。

从 1971 年开始，Hilton, P D 等人<sup>[22,23]</sup>采用弹塑性有限元与解析解相结合的方法，对双轴塑性断裂问题进行了研究，发现塑性区形状及断裂韧性值均受水平载荷的影响，他们进行了修正并提出了塑性应力强度因子的概念。

1973 年以来，Adams, N J I<sup>[24]</sup>采用简化了的塑性模型就双轴应力对应力应变场、塑性区及断裂性能等的影响进行了研究。他发展了单轴下的 Dugdale 模型并将其用于双轴加载情形，在 Mises 准则中考虑了双轴应力水平分量  $\sigma_x$  对 Dugdale 模型约束应力  $\sigma_2$  的影响，即

$$\sigma^* = \frac{\sigma_x + [\sigma_x^2 - 4(\sigma_x^2 - \sigma_0^2)]^{\frac{1}{2}}}{2} \quad (2)$$

式中  $\sigma^*$  ——Dugdale 模型约束应力；

$\sigma_x$ ——平行于裂纹的外加应力；

$\sigma_0$ ——单轴拉伸屈服强度。

然后指出，当  $0 < \sigma_x < \sigma_0$  时，由式(2)知  $\sigma^* > \sigma_0$ ，从而裂纹张开位移将随之减小，即在双轴应力不超过材料屈服应力时，双轴载荷作用下的裂纹张开位移小于相应的单轴试样，这也解释了双轴载荷作用下表观断裂韧性增大的原因(若采用  $\delta = \delta_c$  准则)。后来，1979年，Alpa, G等<sup>[25]</sup>对Adams的上述模型进行更进一步的研究，指出：当  $\sigma_x > \sigma_y$  时，上述Dugdale的推广不再有效。同时，他们还就  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  与  $\sigma_0$  的比例不同对塑性区尺寸、COD值等的影响程度进行了定量研究，从而完善和发展了这一简单塑性模型的方法。

在此同时，Lansson, S G等<sup>[26]</sup>及Rice, J R<sup>[27]</sup>分别对裂纹尖具有小范围屈服区的双轴断裂问题展开了研究。他们的工作表明：即使在ASME限定的低应力范围内，裂端状态也不能单纯由  $K$  来决定，侧向应力这一非奇异项对裂端状态，尤其是塑性尺寸有明显影响。

自1974年以来Miller, K J等<sup>[28,29]</sup>对双轴断裂与疲劳问题进行了大量而又细致的工作。他们采用了弹塑性有限元法对不同双轴载荷比作用下的裂尖塑性区尺寸、裂纹张开位移、裂尖断裂分离应力等进行了分析<sup>[28]</sup>。分析结果表明：对连续弹性体，裂尖张开位移COD、裂尖断裂分离应力  $\sigma_{sp}$  都不受平行于裂纹方向载荷的影响，从而指出应力强度因子  $K$  足以描述裂尖应力应变场。但对弹塑性材料，上述各参量及塑性区尺寸和形状均随双向加载比  $\lambda = \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$  的不同而不同。在该文采用的三种不同加载比  $\lambda = 1, 0, -1$  中，双向等值加载  $\lambda = 1$  引起了最大的裂尖分离应力，最小的塑性剪切耳和裂纹张开位移；加载比  $\lambda = -1$  则对应于最大的剪切耳和裂纹张开位移，最小的裂尖分离应力；而单轴加载比  $\lambda = 0$  则是介于上述两者之间的情形。后来的工作<sup>[29]</sup>对他们的研究进行了总结，并在此基础上对不同加载比  $\lambda$  及不同斜裂纹倾角对双轴断裂试样的裂尖张开位移、塑性应变、裂尖附近最大应力及  $J$  积分、能量释放率  $G$  等的影响进行了分析。

1977年以后，Liebowitz, H及其合作者们<sup>[30~32]</sup>对双轴加载断裂问题从理论和计算上进行了系统的研究。文献[30]总结了他们1977年以前对含水平穿透裂纹无限大板双轴加载下断裂的研究工作，指出：双轴载荷比对裂尖塑性区形状、裂纹面张开位移、裂尖区最大剪应力等值线、裂纹扩展启裂角、裂尖弹塑性应变能密度及应变能释放率等都有不可忽略的影响，但对  $J$  积分却无明显影响。而对材料服从Ramberg-



Osgood关系的试样所进行的弹塑性有限元分析<sup>[31]</sup>表明：整体能量释放率  $G$ ， $J$  积分，塑性应力强度因子(Hilton 等提出的)，裂尖屈服域尺度及形状等都显示了对双轴载荷比的依赖性。该文中还讨论了双轴载荷比与材料非线性耦合作用对结构断裂韧性参数的影响。文献[32]对双轴载荷作用下斜裂纹问题也进行了研究。

1977 年以来，日本学者 Ueda, Y 及其同事们也对双轴加载下的断裂特性进行了系统的研究<sup>[32,33]</sup>。文献[32]对双轴拉伸下含有斜裂纹板的脆性启裂特性进行了实验研究。试样为十字形试样，双轴加载比采用  $\frac{1}{1}$ ， $\frac{1}{2}$ ， $\frac{0}{2}$  三种，所用材料一种为高分子理想脆性材料，另外一种则是中强钢韧性材料。对于这种韧性材料是在  $-140\text{ }^{\circ}\text{C}$  低温下进行脆断试验的，此时只发生小范围屈服。后来，文献[33]对同样的问题在大范围屈服及全范围屈服情况下进行了脆断研究。文中还计算了在不同的双轴载荷比  $\lambda$  及裂纹倾角  $\beta$  时，裂尖塑性区形状的变化。

1979 年，Liu, A F 等人<sup>[34]</sup>对双轴载荷作用下的裂纹扩展行为进行了综合性研究。他们就双轴试样几何形状选择及其应力、应变场测试、弹塑性裂尖应力强度因子、裂尖塑性区尺寸、疲劳裂纹扩展率等在不同的双轴加载比和应力水平下进行了实验研究和弹塑性有限元分析。研究表明：对垂直于  $y$  方向的裂纹，水平应力  $\sigma_x$  对恒幅裂纹扩展率的影响可忽略不计，除非当  $\sigma_x > \sigma_y$  时，裂纹扩展都将沿其原来的方向。还指出，弹性应力强度因子  $K$  可用来关联双轴下的数据；同一载荷水平下的裂尖塑性区尺寸随双轴加载比的不同而不同，但对恒幅裂纹扩展率却基本没有影响。该实验所用材料为韧性较好的铝合金薄板。

1980 年，继 Shi, G C 在 1967 年的工作<sup>[20]</sup>后，Chang, K J 等人<sup>[35]</sup>对双轴加载下的倾斜椭圆缺口问题进行了研究。他们采用了“应变断裂准则”来预测裂纹启裂方向及启裂载荷。由于该研究仍只是对弹性材料的脆性断裂进行的，因而是有局限性的。同年，在布达佩斯召开的断裂应变比能准则和临界应变能密度准则国际学术研讨会上，有两篇文献<sup>[36,37]</sup>报告了应变能密度准则(SED 准则)应用于双轴加载斜裂纹无限大板的研究工作。他们的研究只是限于弹性无限大板的理论分析，属于脆性断裂研究，无法将理论分析与材料的断裂失效全过程结合起来。

1982 年，Eftis, J 等人<sup>[38]</sup>就含中心裂纹板中双向载荷对断裂应力的影响进行了研究，得出的结论是：平行于裂纹方向的载荷影响着垂直于裂纹方向临界拉伸力的大小，而且由实验分析指出：对于铝合金材料，水平载荷能提高垂直载荷的临界值，而对于有机玻璃一类的材料，